

УДК 004.415.2.031.43:681.5

Т. В. Зоненко, В. В. Бондарчук

Государственное учреждение «Институт проблем искусственного интеллекта», г. Донецк
283048, г. Донецк, ул. Артема, дом 118 б

ИССЛЕДОВАНИЯ И РАСЧЕТ КИНЕМАТИКИ МНОГОФУНКЦИОНАЛЬНОГО РОБОТА

T. V. Zonenko, V. V. Bondarchuk

Public institution «Institute of Problems of Artificial intelligence», Donetsk
283048, Donetsk, Artema st., 118 b

RESEARCH AND CALCULATION OF THE MULTIFUNCTIONAL ROBOT KINEMATICS

Т. В. Зоненко, В. В. Бондарчук

Державна установа «Інститут проблем штучного інтелекту», м. Донецьк
283048, м. Донецьк, вул. Артема, буд. 118 б

ДОСЛІДЖЕННЯ ТА РОЗРАХУНОК КІНЕМАТИКИ БАГАТОФУНКЦІОНАЛЬНОГО РОБОТА

В статье представлен универсальный подход применения прямой и обратной задач кинематики для одновременного управления двумя «руками» многофункционального промышленного робота. Решение прямой и обратной задачи основано на матрицах поворота на определенные углы и представление этих матриц через углы Эйлера. Для промышленных роботов рассмотрены виды и произведены расчеты для параметров выбора конструкции универсального схвата.

Ключевые слова: кинематика, промышленный робот, геометрия манипулятора, рабочий орган, математическое описание, робот-бюстер, сочленения робота, углы Эйлера, матрицы поворота, тангаж, крен, рысканье.

The article provides the universal approach of application of direct and inverse problems of kinematics to control two "arms" of multifunctional industrial robot simultaneously. Direct and inverse problems solution is based on the rotation matrices for certain angles and representation of these matrices through the Euler angles. The types of universal gripper designs to choose with the calculations of their parameters are considered for industrial robots.

Keywords: kinematics, industrial robot, manipulator geometry, actuator, mathematical description, buster, robot joints, Euler angles, rotation matrix, pitch, roll, yaw.

У статті представлений універсальний підхід застосування прямої та зворотної задач кінематики для управління двох «рук» одночасно багатофункціонального промислового робота. Рішення прямої і зворотної задачі засноване на матрицях повороту на певні кути та уявлення матриць через кути Ейлера. Для промислових роботів розглянуті види робочих органів і параметри вибору конструкції універсального схвату для представленого промислового маніпулятора.

Ключові слова: кінематика, промисловий робот, геометрія маніпулятора, робочий орган, математичний опис, робот-бюстер, зчленування робота, кути Ейлера, матриці повороту, тангаж, крен, рискання.

Введение

С каждым днем современная робототехника стремительно развивается. Это приводит к появлению новых видов роботов и манипуляторов. На сегодняшний день стандарт ISO 8373:2014 выделяет такие основные классы роботов, как перепрограммируемый, многоцелевой, промышленный, обслуживающий (профессиональный и персональный), мобильный робот, робот для совместных работ и разумный робот. Все вышеперечисленные роботы адаптированы к окружающей среде, наделены искусственным интеллектом и применяются как в сфере обслуживания, так и в промышленности. Также большинство из них направлены на прямую кооперацию с человеком для обмена данными в процессе работы, так называемое взаимодействие человек-робот. В свою очередь, согласно стандартам ISO, по конструкции выделяют следующие виды роботов: декартовый робот, цилиндрический, полярный (сферический), подвесной, шарнирный, колесный, шагающий, рельсовый и двуногие роботы. Все эти примеры определяют способ управления в системах координат. Данные виды определяют и полностью выражают понятие промышленного робота. На сегодняшний день промышленные роботы составляют 80% всех типов роботов и являются универсальными и применяемыми во всех сферах жизни. Роботы данного типа включают в себя манипулятор с исполнительными механизмами, контроллер (коммуникационный интерфейс, аппаратное и программное обеспечение), а также дополнительные интегрированные оси робота. Система промышленного робота содержит концевые эффекторы (рабочие органы робота), машины, оборудование, устройства, внешние вспомогательные оси или датчики, поддерживающие робота при выполнении поставленных задач. Зачастую промышленный робот наделен искусственным интеллектом, т.е. он имеет возможность считывать данные с окружающей среды, взаимодействовать с внешними источниками и адаптировать свое поведение исходя из этих факторов.

Цель и проблемы работы

Целью работы является математическое описание специальной машины широкого назначения, способную к выполнению умных и механических действий, подобных действиям и операциям человека, работающего на компьютере: получение и обработка звуковой, речевой и визуальной информации и одновременно манипулирует либо устройствами компьютера, либо документами или предметами, которые необходимо перекладывать с места на место. Также это может быть выполнение сложных действий разнообразного характера, или ведение поиска в сетях по заданным целевым назначениям. Примером может служить работа обычного работника, который на протяжении всего рабочего дня тасует банковские платежные поручения, или собирает (складывает) с множества деталей какое-либо устройство, не требующее творческой мысли или расчетов.

Исходя из перечня работ, которые должен выполнять манипулятор, можно определить, что такой робот будет промышленным. Промышленный робот – это многофункциональное автоматическое устройство, которое заменяет человека в выполнении тех или иных задач определенной области промышленности [1].

Область применения промышленных роботов с каждым днем растет, соответственно, усложняются функции и конструктивные схемы манипуляторов, используются разнообразные системы координат перемещения и движений звеньев, а также

используется большое число степеней свободы рабочих органов, что существенно усложняет задачу управления такими механизмами. Но проектирование таких роботов все более напоминает отдельные части и всего человека в целом (например, руки, ноги).

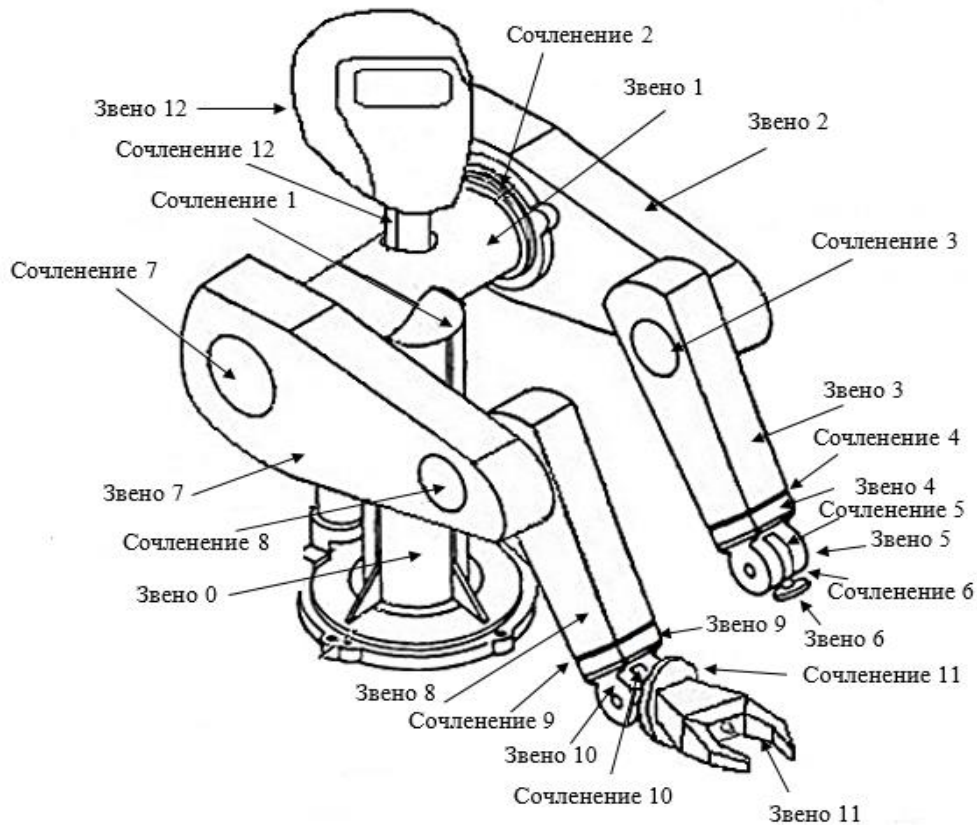


Рисунок 1 – Разрабатываемый механический манипулятор

Конструкция робота может быть, как зафиксированной на месте, так и мобильной – передвигаться под своим собственным контролем с помощью соответствующего программного обеспечения. Управление промышленного робота должно обеспечить и скоординировать движения каждой части механизма и всего манипулятора в целом. Для выполнения такой задачи необходимо задать математическое описание движения в каждый момент времени, без учета причин, вызвавших это движение.

Так как робот будет выполнять задачи офисного работника на одном месте, то целесообразно его конструкцию сделать в виде робота-бюстера – устройства, созданного по принципу верхней части туловища человека (рис. 1). За основу взята конструкция известного промышленного робота «PUMA-560» (рис. 2), который представляет собой разомкнутый контур, который состоит из нескольких твердых тел (звеньев), последовательно соединенных сочленениями, которые приводятся в поступательное и вращательное движение с помощью силовых приводов. Один конец цепи звеньев соединен с основанием, а другой конец – снабжен схватом – рабочим инструментом робота, который позволяет управлять объектами манипулирования и выполнять различные технологические операции. Относительное движение сочленений переходит звеньям, в результате этого схват манипулятора занимает в пространстве заданное положение.

Конструкция разрабатываемого манипулятора отличается лишь тем, что имеет две «руки» для выполнения большего количества действий, а также на балке основания закреплена «голова» для получения и обработки визуальной, речевой и звуковой информации.

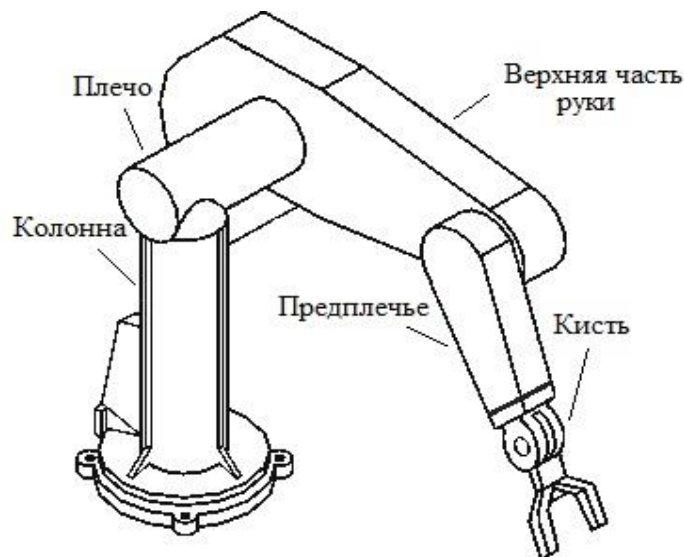


Рисунок 2 – Конструкция манипулятора «PUMA-560»

Для управления движениями робота необходимо на разных этапах решать задачи кинематики и динамики для его проектирования. Необходимо изучить перемещения, скорости, ускорения, т.к. эти параметры определяют требования к исполнительному механизму робота – манипулятору [4]. За основу прямой задачи кинематики взято математическое определение соотношения между координатными осями двух частей механической связи, использующее обобщенные координаты данной связи. Каждое звено манипулятора представляет собой связанную систему координат, которая параллельна осям сочленений звеньев манипулятора для приведения объектов манипулятора в поступательное и вращательное движение. Таким образом, с помощью прямой задачи кинематики производится описание и расположение исполнительных механизмов робота относительно заданной абсолютной системы координат [2].

Расчет задач кинематики

Произведем расчет прямой задачи кинематики механического манипулятора, состоящего из тринадцати звеньев (рис. 1). Для начала определим системы координат робота относительно каждого его сочленения согласно ГОСТу 30097-93 «Роботы промышленные. Системы координат и направления движений». На каждом сочленении устанавливается система координат OXYZ с началом в т.О, которая зафиксирована в трехмерном пространстве и принята за абсолютную. Каждая из систем координат определяется плоскостью XY, а ось координат Z располагается перпендикулярно плоскости XY (рис. 3).

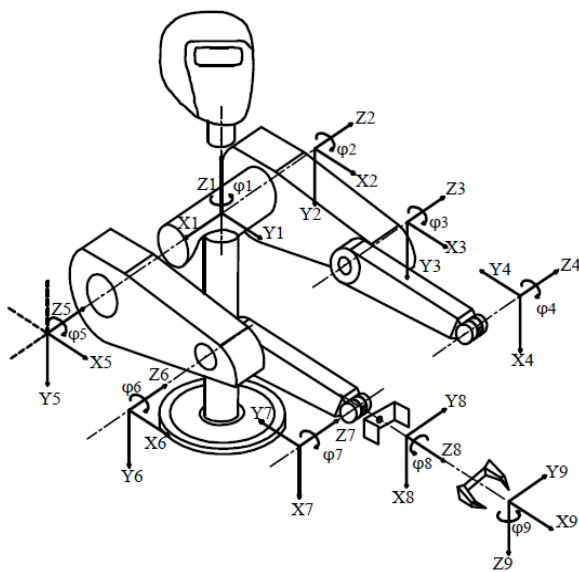


Рисунок 3 – Системы координат манипулятора

и звенья 8-9-10-11 правой «руки» лежат параллельно звену 2 и звену 7 соответственно, и перпендикулярно звену 1 манипулятора.

Каждое звено манипулятора имеет вращательный характер, т.е. все точки звена перемещаются вокруг оси по разным траекториям в плоскости, перпендикулярной оси вращения, с центром, лежащим на этой оси. Чтобы управлять манипулятором и контролировать положение и скорость движения звеньев необходимо ввести и обозначить системы координат для каждого сочленения манипулятора. Это движение звеньев происходит примерно на половину окружности вокруг оси. С помощью однородных координат векторов представляется положение звеньев манипулятора в пространстве. Количество координат в однородных координатах, необходимое для представления точек, всегда на одну больше, чем размерность пространства, в котором эти координаты используются, т.е. в нашем случае, в трехмерной системе координат используется четыре вектора координат. Это объясняется тем, что определяемый этими координатами объект не меняется при умножении всех координат на одно и то же ненулевое число.

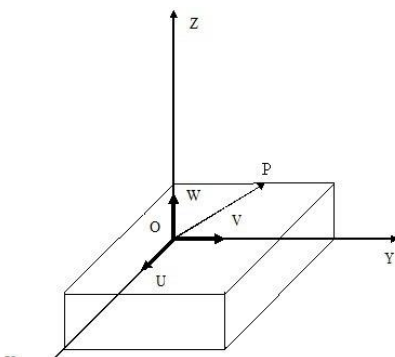


Рисунок 4 – Абсолютные и связанные системы координат

Выбор системы координат происходит с учетом конфигурации движения рук. Основная система координат основания (колонны) определена как $X_0Y_0Z_0$, где ось Z_0 направлена вдоль оси первого сочленения к «плечу» манипулятора. Следующие системы координат $X_i Y_i Z_i$, где i – номер соответствующего сочленения от основания до рабочего органа левой руки, а затем от основания до схвата правой руки манипулятора продолжая нумерацию. Начальное (исходное) положение робота определим таким образом: «руки» робота вытянуты перед собой, т.е. звено 2 и звено 7 находится под прямым углом относительно основания робота, звенья 3-4-5-6 левой «руки»

Чтобы описать вращательное движение, нужно применить матрицу поворота объекта манипулятора размерностью 3×3 . Объектом манипулятора в конечном итоге являются рабочие органы робота, которые в результате движения звеньев выполняют определенные действия.

Матричный способ описания пространственной геометрии манипулятора впервые применяли Денавит и Хартенберг. Их матричное представление является универсальным алгоритмом вывода уравнений кинематики манипулятора.

Матрицы поворота сочленений можно определить как матрицы преобразования трехмерных векторов в евклидовом пространстве, которое представляет собой перевод из повернутой (связанной)

системы координат OUVW в абсолютную систему координат OXYZ. На рис. 4 представлены абсолютная фиксированная система OXYZ и связанная система координат OUVW, которая вращается относительно абсолютной. Примем (i_x, j_y, k_z) и (i_u, j_v, k_w) единичные векторы, направленные вдоль осей систем OXYZ и OUVW соответственно.

Введем некоторую точку p в пространстве и определим ее неподвижной и фиксированной относительно движения звеньев. Тогда в абсолютной и связанной системе координат она будет определяться такими векторами:

$$\begin{aligned} p_{uvw} &= (p_u, p_v, p_w)^T \\ p_{xyz} &= (p_x, p_y, p_z)^T, \end{aligned} \quad (1)$$

где p_{uvw} и p_{xyz} характеризуют положение одной и той же точки p относительно различных систем отсчета. Верхний индекс T , добавляемый к обозначению вектора или матрицы, обозначает операцию транспонирования.

Исходя из этого, определим матрицу R размерностью 3×3 , которая преобразует координаты p_{uvw} в координаты вектора p в системе OXYZ после того, как система OUVW будет повернута, т. е.

$$p_{xyz} = R \cdot p_{uvw}. \quad (2)$$

Из определения компонент вектора, получим:

$$p_{uvw} = p_u \cdot i_u + p_v \cdot j_v + p_w \cdot k_w. \quad (3)$$

Применяя скалярное произведение и равенство (3), получаем:

$$\begin{aligned} p_x &= i_x \cdot p = i_x \cdot i_u \cdot p_u + i_x \cdot j_v \cdot p_v + i_x \cdot k_w \cdot p_w \\ p_y &= j_y \cdot p = j_y \cdot i_u \cdot p_u + j_y \cdot j_v \cdot p_v + j_y \cdot k_w \cdot p_w, \\ p_z &= k_z \cdot p = k_z \cdot i_u \cdot p_u + k_z \cdot j_v \cdot p_v + k_z \cdot k_w \cdot p_w \end{aligned} \quad (4)$$

или в матричной форме

$$\begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_x \cdot i_u & i_x \cdot j_v & i_x \cdot k_w \\ j_y \cdot i_u & j_y \cdot j_v & j_y \cdot k_w \\ k_z \cdot i_u & k_z \cdot j_v & k_z \cdot k_w \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_u \\ p_v \\ p_w \end{bmatrix}. \quad (5)$$

С учетом этого выражения матрица R в равенстве (2) примет вид

$$R = \begin{bmatrix} i_x \cdot i_u & i_x \cdot j_v & i_x \cdot k_w \\ j_y \cdot i_u & j_y \cdot j_v & j_y \cdot k_w \\ k_z \cdot i_u & k_z \cdot j_v & k_z \cdot k_w \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Аналогично, координаты p_{uvw} можно получить из координат p_{xyz}

$$p_{uvw} = Q \cdot p_{xyz} \quad (7)$$

$$\text{или} \quad \begin{bmatrix} p_u \\ p_v \\ p_w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_x \cdot i_u & i_x \cdot j_v & i_x \cdot k_w \\ j_y \cdot i_u & j_y \cdot j_v & j_y \cdot k_w \\ k_z \cdot i_u & k_z \cdot j_v & k_z \cdot k_w \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Поскольку операция скалярного произведения коммутативна, то из соотношений (6) – (8) следует

$$Q = R^{-1} = R^T, \quad (9)$$

$$QR = R^T R = R^{-1}, R = I_3, \quad (10)$$

где I_3 – единичная матрица размерностью 3×3 .

Если учесть, что положение системы OUVW в пространстве изменяется за счет поворота этой системы на угол α вокруг оси OX, то в системе отсчета OXYZ изменятся координаты $(p_x, p_y, p_z)^T$ точки p_{uvw} , имеющей в системе OUVW неизменные координаты (p_u, p_v, p_w) . Соответствующая матрица преобразования $R_{x,\alpha}$ называется матрицей поворота вокруг оси OX на угол α . Основываясь на полученных выше результатах, имеем:

$$p_{xyz} = R_{x,\alpha} \cdot p_{uvw} \quad (11)$$

причем $i_x \equiv i_u$, и

$$R_{x,\alpha} = \begin{bmatrix} i_x \cdot i_u & i_x \cdot j_v & i_x \cdot k_w \\ j_y \cdot i_u & j_y \cdot j_v & j_y \cdot k_w \\ k_z \cdot i_u & k_z \cdot j_v & k_z \cdot k_w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}. \quad (12)$$

Тогда матрица поворота на угол $\alpha = 15^\circ$ по вектору OX абсолютной системы координат примет вид:

$$R_{x,\alpha} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.976 & -0.26 \\ 0 & 0.26 & 0.976 \end{bmatrix}.$$

Аналогично, трехмерные (размерностью 3×3) матрицы поворота вокруг оси OY на угол ϕ и вокруг оси OZ на угол θ имеют соответственно вид:

$$R_{y,\phi} = \begin{bmatrix} \cos \phi & 0 & \sin \phi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \phi & 0 & \cos \phi \end{bmatrix}, R_{z,\theta} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (13)$$

Тогда численно получаем:

$$R_{y,15^\circ} = \begin{bmatrix} 0.976 & 0 & 0.26 \\ 0 & 1 & 0 \\ -0.26 & 0 & 0.976 \end{bmatrix}, R_{z,15^\circ} = \begin{bmatrix} 0.976 & -0.26 & 0 \\ 0.26 & 0.976 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Матрицы $R_{x,\alpha}$, $R_{y,\phi}$, $R_{z,\theta}$ называются матрицами элементарных поворотов. Любые другие матрицы конечных поворотов можно получить, используя матрицы элементарных поворотов.

Для расчета параметров поворота двурукого робота рассмотрим матрицы сложных поворотов относительно осей основной абсолютной системы координат OXYZ. Данная система располагается в каждом сочленении звеньев манипулятора (рис. 3). Таким образом, искомые матрицы поворотов удобно получить путем перемножения матриц элементарных поворотов. Тогда матрица поворота, представляющая собой результат последовательного выполнения поворотов сначала на угол α вокруг оси OX, затем на угол θ вокруг оси OZ, затем на угол ϕ вокруг оси OY, имеет вид:

$$R = R_{y,\phi} \cdot R_{z,\theta} \cdot R_{x,\alpha} \cdot R_{z,\theta} \cdot R_{y,\phi} \cdot R_{x,\alpha}.$$

Данная матрица предназначена для поворота соответствующего рассчитываемых звеньев манипулятора в трехмерном пространстве движения двух сочленений соответствующих рук одновременно, в которой координаты (x, y, z) и (x_1, y_1, z_1) – координаты правой и левой рук соответствующих сочленений робота. Тогда элементы матрицы поворота будут иметь такой вид:

$$\begin{aligned}x_{11} &= C\varphi^2 C\theta^2 + S\varphi S\alpha S\theta - C\varphi S\theta^2 C\alpha - C\varphi S\theta S\alpha S\varphi C\theta - S\varphi^2 C\alpha C\theta; \\x_{12} &= C\varphi C\theta S\varphi S\alpha - C\varphi^2 S\theta C\alpha C\theta + S\varphi S\alpha C\theta C\alpha - C\varphi S\theta C\theta C\alpha^2 + C\varphi^2 S\theta S\alpha C\theta C\alpha + \\&+ C\varphi^2 S\theta S\alpha C\alpha + S\varphi C\alpha C\theta C\alpha^2 + S\varphi C\varphi C\alpha^2 \\x_{13} &= C\varphi^2 C\theta S\theta S\alpha + C\varphi C\theta S\varphi C\alpha - S\alpha^2 S\varphi C\theta + C\alpha^2 C\varphi S C\alpha C\theta S\alpha + C\varphi^2 S\theta S\alpha C\alpha - \\&- S\theta^2 C\varphi S\varphi S\alpha + C\alpha^2 S\varphi C\varphi - S\varphi^2 S\theta S\alpha C\alpha \\x_{21} &= S\theta C\varphi C\theta + C\theta C\alpha S\theta + C\theta^2 S\alpha S\varphi; \\x_{22} &= S\theta S\varphi S\alpha - S\theta^2 C\alpha C\varphi + C\theta^2 C\alpha^2 - C\theta^2 C\varphi C\alpha S\alpha - C\theta S\alpha C\alpha C\varphi \\x_{23} &= S\theta^2 C\varphi S\alpha + S\varphi C\alpha S\theta - C\theta^2 C\alpha S\alpha - C\theta S\alpha C\varphi C\alpha + S\alpha^2 C\theta S\varphi S\theta \\x_{31} &= -S\varphi C\varphi C\theta + C\theta C\alpha S\theta + C\varphi C\alpha S\theta - C\varphi C\alpha C\theta S\varphi + S\varphi^2 S\theta S\alpha C\theta \\x_{32} &= -S\varphi^2 S\alpha C\theta + S\varphi S\theta C\theta C\varphi C\alpha - C\alpha^2 C\theta^2 C\varphi + C\alpha^2 C\varphi C\theta + C\varphi^2 C\alpha^2 C\theta + \\&+ C\varphi^2 C\alpha^2 - S\varphi S\theta S\alpha C\varphi C\theta C\alpha - S\varphi S\theta S\alpha C\varphi C\alpha \\x_{33} &= -S\varphi S\theta S\alpha C\theta C\varphi - C\varphi^2 C\theta C\alpha - C\alpha^2 C\theta^2 C\varphi - C\alpha C\varphi C\theta S\alpha + C\varphi^2 C\alpha^2 - \\&- C\varphi C\alpha S\varphi S\theta S\alpha - S\varphi S\theta S\alpha C\varphi C\alpha + C\varphi^2 S\theta^2 S\alpha^2\end{aligned}$$

где $C\varphi = \cos \varphi$; $S\varphi = \sin \varphi$; $C\theta = \cos \theta$; $S\theta = \sin \theta$; $S\alpha = \sin \alpha$; $C\alpha = \cos \alpha$

Взяв шаг угла в 15° , получим следующую матрицу поворота α вокруг оси OX , затем на угол θ вокруг оси OZ , затем на угол φ вокруг оси OY :

$$R_{15^\circ} = \begin{bmatrix} 0.0238 & 0.006 & 0.0405 \\ 0.0846 & 0.0098 & -0.0045 \\ 0.028 & 0.0435 & -0.04252 \end{bmatrix}.$$

Исходя из этих расчетов, можно легко рассчитать соответственно для 30° , 45° , $60^\circ \dots 180^\circ$, руководствуясь техническим заданием проекта. Например, для угла поворота в 30° , матрица поворота будет выглядеть так:

$$R_{30^\circ} = \begin{bmatrix} 0.0476 & 0.012 & 0.081 \\ 0.1692 & 0.0196 & -0.009 \\ 0.056 & 0.087 & -0.085 \end{bmatrix}$$

Соответственно, для 180° матрица поворота будет выглядеть так

$$R_{180^\circ} = \begin{bmatrix} 0.2856 & 0.072 & 0.486 \\ 1.0152 & 0.1176 & -0.054 \\ 0.336 & 0.522 & -0.5102 \end{bmatrix}$$

Опишем матрицу поворота сначала на угол φ вокруг OY , затем на угол θ вокруг оси OZ и, наконец, на угол α относительно оси OX для движения двух сочленений робота одновременно. В этом случае матрица имеет вид:

$$R = R_{x,\alpha} \cdot R_{x1,\alpha} \cdot R_{z,\theta} \cdot R_{z1,\theta} \cdot R_{y,\varphi} \cdot R_{y1,\varphi}$$

Таким образом, матрицу поворота для двух сочленений при данной последовательности углов поворота можно представить в виде таких элементов:

$$x_{11} = C\varphi^2 C\theta^2 - S\theta^2 C\varphi C\alpha - S\theta S\varphi S\alpha - S\theta S\varphi S\alpha C\theta C\varphi - S\alpha^2 C\alpha C\theta$$

$$x_{12} = -S\theta C\theta C\alpha - S\theta C\theta C\alpha + C\theta^2 S\varphi S\alpha$$

$$x_{13} = C\theta^2 C\varphi S\varphi - S\theta^2 S\varphi C\alpha + S\alpha S\theta C\alpha + S\varphi^2 S\theta S\alpha C\theta - C\alpha C\varphi C\theta S\varphi$$

$$x_{21} = C\varphi^2 C\theta C\alpha S\theta + C\theta C\alpha S\varphi S\alpha + C\varphi C\theta C\alpha S\alpha + C\theta C\alpha S\varphi S\alpha + S\theta^2 S\varphi S\alpha C\theta C\alpha - C\alpha^2 S\varphi^2 S\theta + S\varphi S\alpha C\varphi C\alpha$$

$$x_{22} = -S\theta^2 C\varphi C\alpha - S\theta S\varphi S\alpha + C\alpha^2 C\theta^2 + S\alpha^2 S\theta C\theta C\alpha - S\alpha^2 C\theta C\varphi$$

$$x_{23} = S\theta S\varphi C\theta C\alpha + S\varphi^2 S\alpha C\theta + C\alpha^2 C\theta S\theta S\varphi - C\theta C\alpha S\varphi S\alpha + S\theta^2 S\varphi^2 S\alpha C\alpha - C\alpha^2 C\varphi S\theta S\varphi - S\alpha^2 S\theta S\varphi C\varphi + C\varphi^2 C\alpha S\alpha$$

$$x_{31} = C\varphi^2 C\theta S\theta S\alpha - S\varphi C\theta C\varphi C\alpha + C\theta C\varphi C\alpha S\theta S\alpha + S\alpha^2 C\theta S\varphi + S\alpha^2 S\theta^2 S\varphi C\varphi - S\varphi^2 S\theta S\alpha C\alpha - C\varphi^2 C\theta C\alpha S\alpha + C\alpha^2 C\varphi S\varphi$$

$$x_{32} = -S\theta^2 C\varphi S\alpha + S\theta S\alpha C\alpha + C\theta^2 C\alpha S\alpha + S\alpha^2 S\theta S\varphi C\theta - S\alpha C\theta C\varphi C\alpha$$

$$x_{33} = S\theta S\varphi S\alpha C\theta C\varphi - S\varphi^2 C\theta C\alpha + S\theta S\varphi S\alpha C\theta C\alpha - S\alpha^2 C\theta C\varphi + S\alpha^2 S\theta^2 S\varphi^2 - S\varphi^2 S\theta S\alpha C\alpha - 2S\theta S\varphi S\alpha C\varphi C\alpha + C\alpha^2 C\varphi^2$$

где $C\varphi = \cos \varphi$; $S\varphi = \sin \varphi$; $C\theta = \cos \theta$; $S\theta = \sin \theta$; $S\alpha = \sin \alpha$; $C\alpha = \cos \alpha$.

Взяв шаг угла в 15° , получим такие матрицы поворота на угол φ вокруг OY , на угол θ вокруг оси OZ и на угол α относительно оси OX :

$$R_{15^\circ} = \begin{bmatrix} -0.017 & -0.0809 & 0.0218 \\ 0.0467 & -0.0017 & 0.0187 \\ 0.0069 & 0.0218 & 0.0113 \end{bmatrix}$$

Аналогичным образом, легко можно вычислить матрицы поворота до 180° , с шагом 15° .

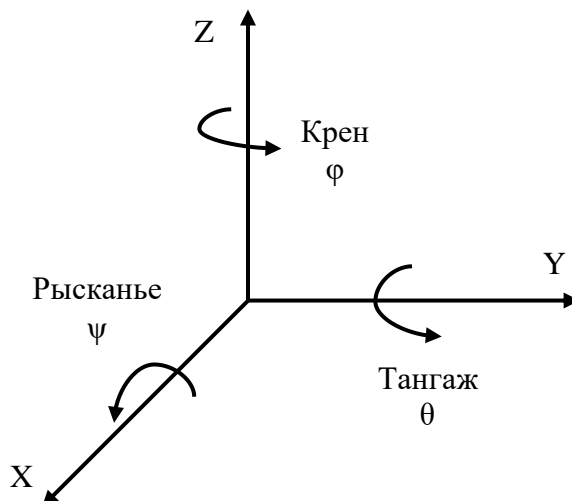


Рисунок 5 – Представление поворотов рабочего органа манипулятора

Определение присоединенных параметров $q = (q_1, \dots, q_{12})$ манипулятора, которые обеспечивают заданное положение схвата, позволяет найти решение обратной задачи кинематики.

Обратная задача, в свою очередь, математически определяет обобщенные координаты механической связи, основанные на отношении координатных систем двух частей используемой связи. То есть для механического манипулятора обратной кинематикой является соотношение между координатной системой сочленения и координатной системой опоры, используемой для нахождения обобщенных координат [3].

Рассмотрим обратную задачу кинематики. В этом случае, координаты объектов манипулирования задаются с помощью абсолютной системы координат.

Обратную задачу кинематики можно решить множеством способов, таких как: метод обратных преобразований, винтовой алгебры, двойственных матриц, двойственных кватернионов, итераций и геометрический подход. Чтобы точно и правильно управлять манипулятором, необходимо получить решение обратной задачи в явном виде. Для представления задачи в явном виде достаточно придерживаться двух условий:

1. Оси трех смежных сочленений должны пересекаться в одной точке.
2. Оси трех смежных сочленений должны быть параллельны между собой.

Обратную задачу кинематики представим как матрицу поворота через углы Эйлера (рис. 3):

$$\begin{bmatrix} n_x & s_x & a_x \\ n_y & s_y & a_y \\ n_z & s_z & a_z \end{bmatrix} = R_{z,\varphi} \cdot R_{u,\theta} \cdot R_{w,\psi} = \begin{bmatrix} C\varphi C\psi - S\varphi C\theta S\psi & -C\varphi C\psi - S\varphi C\theta C\psi & S\varphi S\theta \\ S\varphi C\psi + C\varphi C\theta S\psi & -S\varphi S\psi + C\varphi C\theta C\psi & -C\varphi S\theta \\ S\theta S\psi & S\theta C\psi & C\theta \end{bmatrix} \quad (14)$$

С помощью представления матричного уравнения в форме уравнений для отдельных элементов матрицы определим соответствующие значения углов φ , θ , ψ :

$$n_x = C\varphi C\psi - S\varphi C\theta S\psi \quad (15)$$

$$n_y = S\varphi C\psi + C\varphi C\theta S\psi \quad (16)$$

$$n_z = S\theta S\psi \quad (17)$$

$$s_x = -C\varphi C\psi - S\varphi C\theta C\psi \quad (18)$$

$$s_y = -S\varphi S\psi + C\varphi C\theta C\psi \quad (19)$$

$$s_z = S\theta C\psi \quad (20)$$

$$a_x = S\varphi S\theta \quad (21)$$

$$a_y = -C\varphi S\theta \quad (22)$$

$$a_z = C\theta \quad (23)$$

$$\theta = \arccos(a_z) \quad (24)$$

$$\varphi = \arccos\left[\frac{s_z}{S\theta}\right] \quad (25)$$

$$\psi = \arccos\left[\frac{-a_y}{S\theta}\right] \quad (26)$$

Из уравнений (23), (19) и (22) получаем, что решение всей системы уравнений (15) – (23) имеет вид:

Представленная методика решения заданным способом является универсальной для поворотов больше чем на 20° , иначе нахождение углов с помощью матрицы поворота (15) не дает полного и четкого решения данной задачи по следующим причинам:

1. Функция \arccos неудобна точностью вычисления ее значения.
2. Низкая точность вычисления углов при значении $\sin(0)$, т. е. при $\theta \approx 0^\circ$ или $\theta \approx 180^\circ$.

Исходя из этих причин, нужно найти более подходящий способ вычисления углов обратной задачи кинематики [6].

Выбор и расчет схватов роботов

Рассмотрим схваты (рабочие органы) роботов. Конструкция схвата выбирается в соответствии с ГОСТ 26063-84 «Захватное устройство промышленного робота – рабочий орган промышленного робота для захватывания и удерживания предмета производства и/или технологической оснастки». Зачастую для робота проектируют несколько схватов, чтобы их легко можно было заменить в зависимости от того, какая задача поставлена перед манипулятором. Некоторые конструкции роботов могут менять свои схваты автоматически в соответствии с программой.

Захватные устройства роботов можно разделить на четыре основных группы:

- механические (с жесткими и пружинящими губками);
- с вакуумными присосами;
- схваты, несущие инструмент;
- с сенсорными датчиками;
- с электромагнитами.

Выбор конфигурации схвата является очень важным этапом при разработке манипулятора [5], [7], т.к. хват должен быть приспособленным к изменениям размеров предмета или детали, которая будет эксплуатироваться роботом. Для реализации такого схвата обычно используют гибкие элементы, что делает хват само-устанавливающимся.

Одним из универсальных схватов робота легкой грузоподъемности является пятипальцевый хват. Такой хват является антропоморфным устройством, каждый палец которого состоит из трех звеньев (фаланг) и управляется своим независимым приводом. Размер такого схвата пропорционален размерам человеческой кисти. Число степеней подвижности такого протеза зависит от числа управляющих сигналов. Обычно хват протеза имеет одну степень подвижности. А все пальцы такого схвата связаны с электродвигателем через передаточные механизмы. Большой палец расположен напротив остальных четырех и равноудален от указательного и среднего пальца. Эти пальцы приводятся в движение с помощью двигателей постоянного тока. На внутренней стороне звеньев пальцев необходимо установить тактильные датчики. Данная модификация схвата является более универсальной для захвата хрупких, малогабаритных предметов и предметов сложной конфигурации за счет подобия человеческой руки.

Рассчитаем углы поворотов схватов «рук» робота. Для этого воспользуемся системой расчета углов рысканья, крена и тангажа (рис. 3).

Эти углы соответствуют следующей последовательности поворотов:

1. Поворот на угол ψ вокруг оси OX $R_{x,\psi}$ (рысканье).
2. Поворот на угол θ вокруг оси OY $R_{y,\theta}$ (тангаж).
3. Поворот на угол φ вокруг оси OZ $R_{z,\varphi}$ (крен).

Матрица поворота для схвата одной руки имеет вид:

$$R_{\varphi,\theta,\psi} = R_{z,\varphi} \cdot R_{y,\theta} \cdot R_{x,\psi} = \begin{bmatrix} C\varphi & -S\varphi & 0 \\ S\varphi & C\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} C\theta & 0 & S\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -S\theta & 0 & C\theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C\psi & -S\psi \\ 0 & S\psi & C\psi \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} C\varphi C\theta & C\varphi S\theta S\psi - S\varphi C\psi & C\varphi S\theta C\psi + S\varphi S\psi \\ S\varphi C\theta & S\varphi S\theta S\psi - C\varphi C\psi & S\varphi S\theta C\psi - C\varphi S\psi \\ -S\theta & C\theta S\psi & C\theta C\psi \end{bmatrix}$$

где $C\varphi = \cos \varphi$; $S\varphi = \sin \varphi$; $C\theta = \cos \theta$; $S\theta = \sin \theta$; $S\psi = \sin \psi$; $C\psi = \cos \psi$

Если принять шаг поворота схвата 5° , получим:

$$R_{5^\circ} = \begin{bmatrix} 0.992 & -0.079 & 0.0938 \\ 0.0866 & 0.9927 & -0.079 \\ -0.087 & 0.0866 & 0.992 \end{bmatrix}$$

Соответственно, исходя из этой матрицы можно получить значения для больших углов с шагом в 5° .

Для схвата второй руки расчет матрицы углов поворота будет аналогичен.

Выводы

Исходя из показанной методики расчета и примера расчета углов поворота сочленений, можно рассчитывать и другие выбранные углы поворота при любой последовательности поворота углов на ось, т.к. описанная выше методика расчетов является универсальной для промышленных манипуляторов. Также можно по данной методике производить расчет схватов роботов, учитывая число степеней подвижности (свободы).

Список литературы

1. Фу, К. Робототехника [Текст] / К. Фу, Р. Гонсалес, К. Ли ; пер. с англ. – М. : Мир, 1989. – 624 с.
2. Юревич, Е. И. Основы робототехники [Текст] / Е. И. Юревич. – 2-е изд., перераб. и доп. – СПб. : БХВ-Петербург, 2005. – 416 с. : ил.
3. Основы робототехники [Текст] / Н. В. Василенко, К. Д. Никитин, В. П. Пономарёв, А. Ю. Смолин. – Томск МГП «РАСКО». – 1993.
4. Тимофеев, А. В. Адаптивные робототехнические комплексы [Текст] / А. В. Тимофеев. – Л. : Машиностроение, Ленингр. отд-ние, 1988. – 332 с.
5. Козырев, Ю. Г. Захватные устройства и инструменты промышленных роботов [Текст] : учебное пособие / Ю. Г. Козырев. – М. : КНОРУС, 2010. – 312 с.: ил.
6. Воробьев, Е. И. Кинематика и динамика [Текст] / Е. И. Воробьев, С. А. Попов, Г. И. Шевелева. – М. : Высш. шк., 1988. – 304 с. : ил.
7. Лукинов, А. П. Проектирование мехатронных и робототехнических устройств [Текст] : учебное пособие / А. П. Лукинов. – СПб. : Издательство «Лань», 2012. – 608 с. : ил.

References

1. Fu K., Gonzalez R., Lee C. *Robotics: Control, Sensing, Vision and Intelligence*. New York, McGraw-Hill, 1987.
2. Yurevich, E. I. *Osnovy robototekhniki* [Fundamentals of Robotics], 2nd ed., St. Petersburg: BHV-Petersburg, 2005. 416 p.
3. Vasilenko N. V., Nikitin K. D., Ponomarev V. P., Smolin A. Y. *Osnovy robototekhniki* [Fundamentals of Robotics]. Tomsk, "RASCO", 1993.
4. Timofeev A.V. *Adaptivnye robototekhnicheskie komplekсы* [Adaptive robotic complexes]. Leningrad, Mashinostroenie. Leningr. otd., 1988. 332 p.
5. Kozыrev G. *Zahvatnye ustroystva i instrumenty promyshlennyh robotov* [Gripper tools and industrial robots]. Moscow, KNORUS, 2010. 312 p.
6. Vorobyov E. I., Popov S. A., Sheveleva G. I. *Kinematics and Dynamics*. Moscow, High school, 1988. 304 p.
7. Lukinov, A. P. *Proyektirovaniye mekhatronnyh i robototekhnicheskikh ustroystv* [Mechatronic and robotic devices design]. St. Petersburg, "Lan" Publ., 2012. 608 p.

RESUME

T. V. Zonenko, V. V. Bondarchuk

Research and Calculation of the Multifunctional Robot Kinematics

Background: nowadays the development of robotic systems is an urgent task. Everyday there are new sophisticated manipulators operated by the control systems. In this connection, there is a problem of mathematical description of the simultaneous motion of several end-effectors, that is also a precondition of derivation of two kinematics.

Materials and methods: the article describes and analyzes different ways of solving the direct and inverse problems of kinematics based on rotation matrices and calculations using Euler angles to control industrial robots performing actions and operations like human-operators working on the computer: receiving and processing audio, speech and visual information while manipulating computer devices, documents or other items that need to be moved from place to place.

Results: as a result of the analysis of various ways to solve kinematics problems we obtained a description of the direct and inverse kinematics tasks for the optimal simultaneous control of two “arms” of the robot. This solution of the problem is universal, which is a rotation matrix requiring only the substitution of specified angles.

Conclusion: the mathematical description of motion control is one of the most important stages of robot design with the necessity to choose the best approach for solving direct and inverse kinematics tasks to describe the parameters of motion sequence.

Статья поступила в редакцию 03.07.2016..