П

УДК 622.734.001.57

В. Н. Павлыш, И. В. Тарабаева
ГОУ ВПО «Донецкий национальный технический университет»
283001, г. Донецк, ул. Артема, 58

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСА В ПОДВИЖНОМ СЛОЕ

V. N. Pavlysh, I. V. Tarabayeva
SHEE «Donetsk National Technical University»
283001, c. Donetsk, Artyoma str., 58

THE MATHEMATICALMODELING OF HEAT-AND-MASS TRANSFER PROCESSES IN MOVING BED

В. М. Павлиш, І. В. Тарабаєва
ДОУ ВПО «Донецький національний технічний університет»
283001, м. Донецьк, вул. Артема, 58

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ТЕПЛОМАСОПЕРЕНОСУ В РУХЛИВОМУ ШАРІ

Представлены результаты применения метода математического моделирования для исследований процесса распределения температуры в сплошном слое сыпучего материала при его перемешивании в сушильном аппарате. В основу математической модели положены уравнения в частных производных, отражающие физику процесса. Задача решается методом конечных разностей с модификацией, учитывающей нелинейный тип уравнений.
Ключевые слова: процесс, уравнение, перенос, температура, движение, метод.

The results of mathematical modeling method application for analyzing the temperature distribution process in solid bed of a bulk material during the stirring in drying apparatus are considered. The base of mathematical model consists of particular differential equations, which reflect the physics of the process. The problem is solved by the method of finite differences with the modification considering the non-linear type of equations.
Key words: process, equation, transfer, temperature, moving, method.

Представлені результати застосування методу математичного моделювання для досліджень процесу розподілу температури в суцільному шарі сипучого матеріалу при його перемішуванні в сушильному апараті. В основу математичної моделі покладені рівняння в частинних похідних, які відображають фізику процесу. Завдання вирішується методом кінцевих різниць з модифікацією, що враховує нелінійний тип рівнянь.
Ключові слова: процес, рівняння, перенесення, температура, рух, метод.

Актуальность работы. В ряде отраслей промышленности (в частности, в процессе обогащения углей, производства ряда химических материалов и др.) важной стадией является обеспечение равномерного высушивания конечного продукта, получаемого в виде влажной сыпучей массы, что достигается способом принудительного перемешивания под воздействием горячего агента внутри сушильного аппарата. Проблема модернизации технологии производства требует исследований параметров процесса, в том числе распределения температуры частиц вещества при перемешивании. В этой связи тема работы является актуальной.

Цель работы – исследование распределения температуры в движущемся слое перемешиваемого материала и обоснование геометрических и динамических параметров для модернизации аппаратуры и технологии производства.

Основное содержание работы. Для достижения поставленной цели проведены теоретические исследования процесса методом математического моделирования с использованием детерминированных моделей [1], [2].

При переходе от безразмерных величин к реальным значениям параметров в качестве начальных и краевых условий были приняты технические характеристики оборудования, находящегося в эксплуатации на предприятиях углеобогащения.

Математическая модель распределения температуры

Процесс перемешивания происходит внутри аппарата, днище которого снабжено газораспределительной решёткой, через её отверстия подаётся перемешивающий агент.

Схема аппарата в продольном разрезе представляется в виде, представленном на рис. 1.

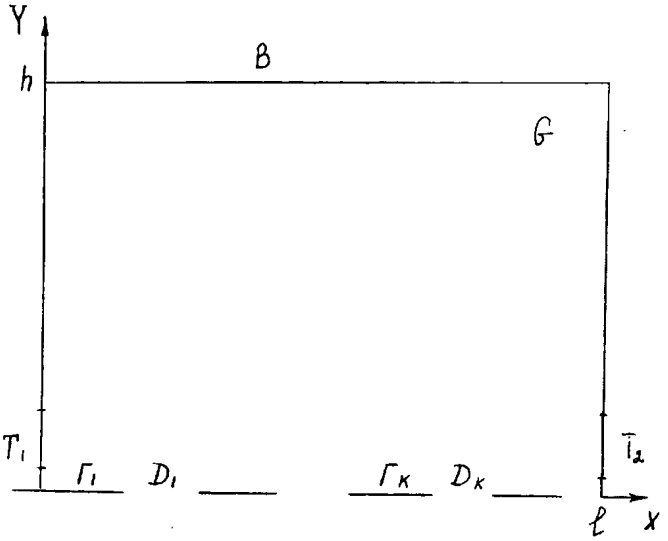

Рисунок 1 – Схема аппарата в продольном разрезе

Рассматривается следующая задача. В области G (сушильный аппарат в вертикальном сечении) требуется определить распределение температуры при заданном количестве узлов (отверстий) на газораспределительной решетке.

Такие задачи относятся к классу краевых задач со смешанными краевыми условиями, а само уравнение есть уравнение эллиптического типа.

Дифференциальное уравнение распределения температуры и краевые условия имеют следующий вид [3]:

$$\omega \cdot c \cdot \rho \frac{\partial u}{\partial x} = k\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) + \alpha \cdot (u - T_S). \quad (1)$$

Краевые условия:

при $0 \le x \le l$ $\left.\dfrac{\partial u(x,y)}{\partial y}\right|_{y=h} = 0;$

при $0 \le y \le h$ $\left.\dfrac{\partial u(x,y)}{\partial y}\right|_{x=0} = 0;$ $\left.\dfrac{\partial u(x,y)}{\partial y}\right|_{x=l} = 0;$

при $(x,y) \in Г_K$ $\dfrac{\partial u(x,y)}{\partial y} = 0;$

при $(x,y) \in Д_K$ $u(x,y) = U,$

где U – температура поступающего газа;
c – удельная теплоемкость сыпучей среды;
ρ – плотность среды;
ω – скорость поступающего газа;
k – коэффициент теплопроводности среды;
α – коэффициент теплообмена;
T_S – температура внешнего слоя (окружающей среды).

Для решения полученной краевой задачи она сводится к безразмерному виду, когда $0 \le x \le 1$, $0 \le y \le 1$. Полученная в результате сеточной аппроксимации система линейных алгебраических уравнений решается методом матричной прогонки, предложенным М. В. Келдышем [4].

Алгоритм численного решения строится на основании следующих соображений.

Введем сетку: $x_i * y_j$:

$$x_i = i\Delta x, \quad i = 0,1,\ldots,M, \quad M\Delta x = l;$$
$$y_j = j\Delta y, \quad j = 0,1,\ldots,N, \quad N\Delta y = h.$$

Обозначим: $u_{ij} = u(x_i, y_j)$;

$$\omega c \rho = \gamma; \quad \alpha(u - T_s) = f(u).$$

Неявная схема аппроксимации:

$$\gamma \frac{u_{i+1,j} - u_{i-1,j}}{2\Delta x} = k \frac{u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j}}{\Delta x^2} +$$
$$+ k \frac{u_{i,j+1} - 2u_{i,j} + u_{i,j-1}}{\Delta y^2} + f(u_{i,j}).$$

Пусть *p, q, r, g* соответственно приближенное решение системы:

$$a) \quad \frac{p_{i+1,j} - p_{i,j}}{\Delta x} = \frac{k g_{i,j}}{\gamma} \left[\frac{(p_{i,j+1} + p_{i,j}) p_{i+1,j+1}}{\Delta y^2} - \right.$$
$$\left. - \frac{(p_{i,j+1} + 2p_{i,j} + p_{i,j-1}) p_{i+1,j}}{\Delta x \Delta y} + \frac{(p_{i,j} + p_{i,j-1}) p_{i+1,j-1}}{\Delta x^2} \right],$$
$$\frac{3p_{i,N} - 4p_{i,N-1} + p_{i,N-2}}{2\Delta y} = 0, \quad i = 0,1,\ldots,M;$$

$$б)\quad \frac{q_{i+1,j}-q_{i,j}}{\Delta x}=\frac{kg_{i,j}}{\gamma}\left[\frac{(q_{i,j+1}+q_{i,j})p_{i+1,j+1}}{\Delta y^2}-\right.$$

$$\left.-\frac{(q_{i,j+1}+2q_{i,j}+q_{i,j-1})p_{i,j+1}}{\Delta x\Delta y}+\frac{(p_{i,j}+p_{i,j-1})p_{i+1,j-1}}{\Delta x^2}\right],$$

$$\frac{-q_{2,j}+4q_{1,j}-3q_{0,j}}{2\Delta y}=0,\quad \frac{3q_{N-2,j}-4q_{N-1,j}+q_{N,j}}{2\Delta y}=0;$$

$$в)\quad \frac{r_{i+1,j}-r_{i,j}}{\Delta x}=\frac{kg_{i,j}}{\gamma}\left[\frac{(r_{i,j+1}+r_{i,j})p_{i+1,j+1}}{\Delta y^2}-\right.$$

$$\left.-\frac{(r_{i,j+1}+2r_{i,j}+r_{i,j-1})p_{i+1,j}}{\Delta x\Delta y}+\frac{(r_{i,j}+r_{i,j-1})p_{i+1,j-1}}{\Delta x^2}\right];$$

$$г)\quad \frac{g_{i+1,j}-g_{i,j}}{\Delta x}=-\frac{kp_{i,j}}{\gamma}\frac{g_{i+1,j+1}-g_{i+1,j}}{\Delta y}$$

$$g_{i_k,0}=U.$$

Запишем систему для решения методом матричной прогонки [4]:

$$-\frac{2\Delta y^2\gamma p_{i,j}}{kg_{i,j}\Delta x}=\left(p_{i,j+1}+p_{i,j}\right)p_{i+1,j+1}-$$

$$-\left(p_{i,j+1}+2p_{i,j}+p_{i,j-1}-\frac{2\Delta y^2\gamma}{kg_{i,j}}\right)p_{i+1,j}+$$

$$+\left(p_{i,j}+p_{i,j-1}\right)p_{i+1,j-1}$$

$$i=0,1,\ldots,M-1,\quad j=1,2,\ldots,N-1;$$

$$q_{i+1,j}=q_{i,j}+\frac{kg_{i,j}}{2\gamma\Delta y^2}*\left[\left(q_{i,j+1}+q_{i,j}\right)p_{i+1,j+1}-\right.$$

$$\left.-\left(q_{i,j+1}+2q_{i,j}+q_{i,j-1}\right)p_{i+1,j}+\left(q_{i,j}+q_{i,j-1}\right)p_{i+1,j-1}\right];$$

$$r_{i+1,j}=r_{i,j}+\frac{kg_{i,j}}{\gamma\Delta y^2}*\left[\left(r_{i,j+1}+r_{i,j}\right)p_{i+1,j+1}-\right.$$

$$\left.-\left(r_{i,j+1}+2r_{i,j}+r_{i,j-1}\right)p_{i+1,j}+\left(r_{i,j}+r_{i,j-1}\right)p_{i+1,j-1}\right],$$

$$r_{i\in\Gamma_k}=T_s,\quad r_{i\in D_k}=U;$$

$$\frac{-kp_{i,j}}{\gamma\Delta y}g_{i+1,j+1}+\left(\frac{kp_{i,j}}{\gamma\Delta y}-\frac{1}{\Delta x}\right)g_{i+1,j}=-\frac{1}{\Delta x}g_{i,j},$$

$$g_{i,0}=T_s,\quad g_{i_k,0}=U.$$

Формулы прогонки:

$$A_j u_{i,j-1} - C_j u_{i,j} + B_i u_{i,j+1} = -f_i,$$
$$i = 1,2,\ldots,N-1$$

$$\alpha_{i+1} = \frac{B_i}{C_i - \alpha_i A_i}$$

$$\beta_{i+1} = \frac{A_i \beta_i + f_i}{C_i - \alpha_i A_i}$$

$$u_0 = \delta_1 u_1 + \mu_1;\ u_N = \delta_2 u_{N-1} + \mu_2;\ \alpha_1 = \delta_1;\ \beta_1 = \mu_1$$

$$A_i \neq 0;\ B_i \neq 0;\ |C_i| \geq |A_i| + |B_i|,$$
$$i = 1,2,\ldots,N-1$$

$$|\delta_1| \leq 1,\ |\delta_2| \leq 1$$

$$u_i = \alpha_{i+1} u_{i+1} + \beta_{i+1}, \quad u_N = \frac{\delta_2 \beta_N + \mu_2}{1 - \delta_2 \alpha_N}.$$

В результате реализации алгоритма численного решения данной задачи на ЭВМ разработана программа, позволяющая рассчитывать распределение температуры в сечении камеры сушилки.

На рис. 2 приведен результат решения задачи в безразмерном виде.

На рис. 3 приведены результаты решения задачи для следующих значений параметров:

c = 0,2 дж/(кг град); ρ = 500 кг/м^3*;ω = 0,*5м/с. *k= 0,05 ВТ/(м град);*

α = 0,5 ВТ/(м град); T_S *= 20*^{0}*C; l=* 1м; *h = 0,5 м;U = 250°C.*

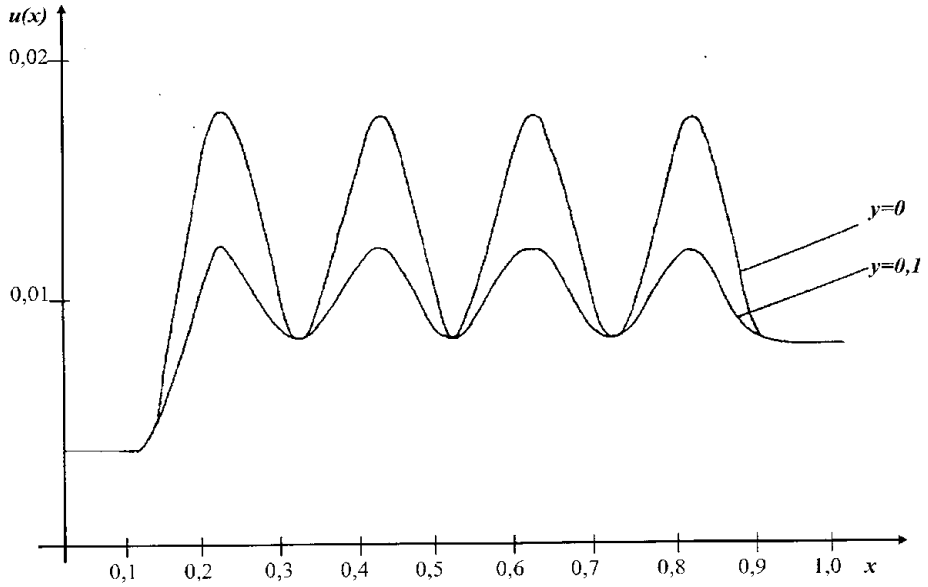

Рисунок 2 – График зависимости температуры *u(x)* для *y = 0, y = 0,1* в безразмерных величинах

На рис. 2 отражена качественная картина процесса распределения температуры в плоскости осевого сечения *Ox* при двух фиксированных значениях координаты *y*: при *y* = 0 получается распределение температуры на днище аппарата, локальные максимумы наблюдаются в точках, соответствующих отверстиям газораспределительной решетки, при удалении от днища (кривая, соответствующая безразмерному значению *y* = 0,1) температура материала становится ниже, что соответствует физике процесса (рассматривается слой материала, более удаленный от источника тепла).

Как следует из рис. 2, характер кривой при изменении координаты *y* не изменяется, она имеет выраженные локальные максимумы в тех же точках, изменяется только фактический показатель температуры в сторону уменьшения, что свидетельствует об адекватности модели в качественном аспекте.

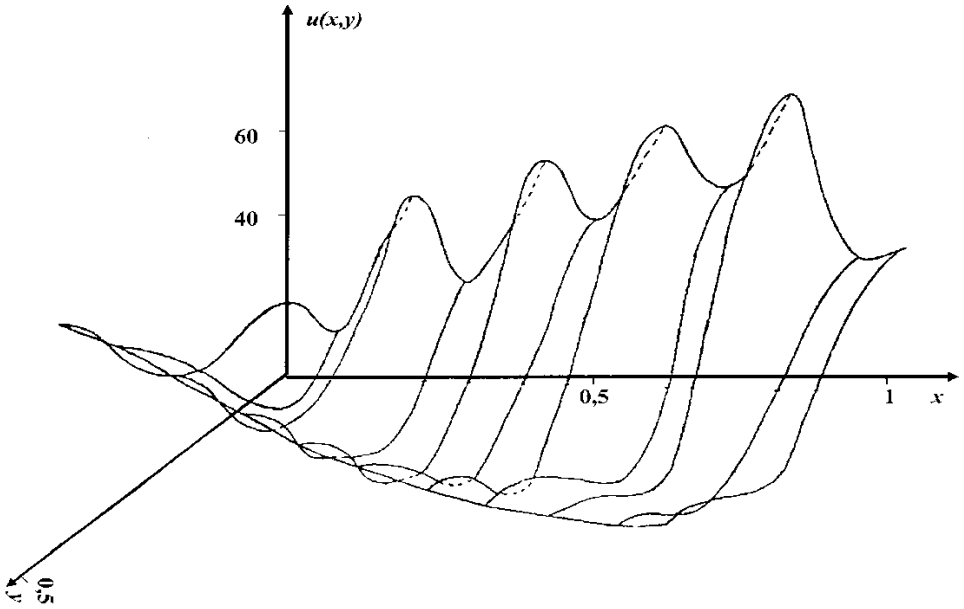

Рисунок 3 – Распределение температуры в камере сушки

На рис. 3 представлен пример моделирования для заданного набора значений физических характеристик, при этом геометрические размеры оставлены 1*1, т.к. в данном случае значение имеет в первую очередь качественная картина. Поскольку функция распределения температуры является двумерной *u(x,y)*, то графически результат придется представлять в виде поверхности с третьим измерением (что и сделано в виде примера), если же рассматривать аппарат в объеме *u(x,y,z)*, то необходим инструмент четырехмерных изображений, что практически неудобно для восприятия, да это фактически и не требуется.

На рис. 3 представлен фрагмент поверхности, которая отражает «моментальное» распределение температуры частиц внутри высушиваемой массы. Здесь четко выражены «всплески» и «впадины» температуры, показывающие попадание материала в точки, координаты которых соответствуют отверстиям в газораспределительной решетки и ее непроницаемым зонам. Под воздействием активного агента происходит перемешивание и смещение частиц из «впадин» к «всплескам» и наоборот, что адекватно моделирует физический процесс с перемещением от входного окна к выходному отверстию аппарата. Изменяя на модели плотность решетки и температуру сушильного газа, можно получить картину процесса для разнообразных условий.

Выводы

Из представленных результатов следует, что предложенная модель дает возможность исследовать влияние на распределение температуры таких параметров, как плотность газораспределительной решетки, температура поступающих газов, геометрические размеры сушильного аппарата, и обосновывать их рациональные значения при проектировании технологического оборудования.

Список литературы

1. Павлыш В. Н. Математическое моделирование динамических характеристик процесса сушки обогащенных углей [Текст] / В. Н. Павлыш, И. В. Тарабаева / Вестник Криворожского технического университета: Сборник научных трудов. – Вып. 14. – Кривой Рог, 2006. – С. 170–174.
2. Павлыш В. Н. Математическое моделирование процесса обезвоживания увлажненной горной массы [Текст] / В. Н. Павлыш, И. В. Тарабаева / Физико-технические проблемы горного производства : Сборник научных трудов. – Выпуск 12: «Кинетика и термодинамика физических процессов в горном массиве». – Донецк, 2009. – С. 103–107.
3. Павлыш В. Н. Математическое моделирование и расчет параметров технологического процесса обезвоживания влажной сыпучей массы в «кипящем слое» [Текст] / В. Н. Павлыш, И. В. Тарабаева / Современные проблемы техносферы и подготовки инженерных кадров: сборник трудов IV Международной научно-методической конференции, (г. Хаммамет (Тунис), 28 октября – 6 ноября 2010 г.). – Донецк : ДонНТУ, 2010. – С. 215–218.
4. Walter E. Identification of parametric models from experimental data. [Text] / E. Walter, I. Pronzato / London; Berlin; NewYork : Spring-Verlag, 1997. – 331 p.
5. Pavlysh V. N. Modification of computer methods of presentation and analysis of geotechnical information [Text] / V. N. Pavlysh, G. I. Turchanin, O. A. Tikhonova // Проблемы искусственного интеллекта. – 2016. – № 1 (2). – С. 15–24.

References

1. Pavlysh V.N., Tarabayeva L.V. Matematicheskoe modelirovanie dinamicheskikh kharakteristik protsessa sushki obogashchennykh uglei [Mathematical modeling of dynamic characteristics for clean coal drying process]. *Vestnik Krivorozhskogo tekhnicheskogo universiteta* [Krivoy Rog Technical University Bulletin], 2006, vol. 14, pp. 170-174
2. Pavlysh V.N., Tarabayeva L.V. Matematicheskoe modelirovanie protsessa obezvozhivaniya uvlazhnennoi gornoi massy [Mathematical simulation of the wet rock dehydration process]. *Fiziko-tekhnicheskie problemy gornogo proizvodstva*. [Physico-technical problems of mining], 2009, vol. 12, pp. 103-107
3. Pavlysh V.N., Tarabayeva L.V. Matematicheskoe modelirovanie i raschet parametrov tekhnologicheskogo protsessa obezvozhivaniya vlazhnoi sypuchei massy v «kipyashchem sloe» [Mathematical modeling and parameters computation for technological process of the wet bulk mass dehydration in “boiling bed”]. *Sovremennye problemy tekhnosfery i podgotovki inzhenernykh kadrov: sbornik trudov IV Mezhdu¬narodnoi nauchno-metodicheskoi konferentsii* [Present time problems of technosphere and engineers education. IV International Science Conference], Hammamet (Tunusia), 28 october-6 november 2010, Donetsk, DonNTU, 2010, pp 215-218.
4. Walter E., Pronzato I. *Identification of parametric models from experimental data*, London; Berlin; NewYork, Spring-Verlag, 1997. 331 p.
5. Pavlysh V. N., Turchanin G. I, Tikhonova O. A. Modification of computer methods of presentation and analysis of geotechnical information. *Problemy iskusstvennogo intellekta* [Problems of Artificial Intelligence], 2016, no. 1 (2), pp. 15–24.

RESUME

V. N. Pavlysh, I. V. Tarabayeva

The Mathematical Modeling of Heat-and-Mass Transfer Processes in Moving Bed

Background: In a number of industries (for example the coal-cleaning, production of chemicals, etc.) an important stage is to ensure the uniform drying of the final product obtained as a wet granular mass by forced stirring under the influence of a hot agent inside the drying apparatus. The problem of upgrading the production techniques requires a research for the process parameters including temperature distribution of particles of a substance while stirring. In this connection, the subject of the work is an urgent one.

The purpose of the paper is the analysis of the temperature distribution along the moving bed of a stirred material and substantiation of geometric and dynamic parameters for modernization of equipment and production techniques.

Materials and methods: To achieve the goal, a theoretical research of the process is carried out through the method of mathematical modeling using deterministic models.

Moving from dimensionless quantities to the actual parameter values, as initial and boundary conditions, the technical characteristics of the equipment for coal-cleaning enterprises are determined.

The stirring process occurs inside the apparatus, the bottom of which is equipped with a gas distribution grid feeding a stirring agent through its holes.

These problems belong to the class of boundary value problems with mixed boundary conditions; and the equation is an equation of elliptic type.

The system of linear equations resulted from the grid approximation is solved by the method of matrix marching.

The implementation of the algorithm for computational solution of this problem on the computer results in the development of a program that allows calculating the temperature distribution along the cross section of the drying chamber.

Results: As a result of the simulation, there is the qualitative picture of the temperature distribution along the axial plane ***Ox*** with two fixed values of the coordinate *y*: if ***y= 0***, then the temperature distribution occurs along the bottom of the apparatus, and local maxima are observed in the points corresponding to the holes of the gas distribution grid; if removing from the bottom (***y= 0.1***), then the material temperature falls below, this corresponds to the physics of the process (we consider the bed which is the most remote from the source of the heat).

The characteristics of the process remain unchanged if the coordinate ***y*** changes. The coordinate always has defined local maxima in the same points; it is only the actual temperature indicator to decrease, reflecting the adequacy of the model in the qualitative aspect.

Conclusion: The introduced results show that the proposed model provides the possibility to analyze the influence of such parameters on temperature distribution as: density of gas distribution grid, the temperature of feeding gases, geometrical dimensions of drying apparatus; as well as it substantiates the rational values of these parameters for designing the technological equipment.

Статья поступила в редакцию 18.04.2017.