

УДК 518.51:005+622

В. Н. Павлыш, И. В. Тарабаева

Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования
«Донецкий национальный технический университет», г. Донецк
83001, г. Донецк, ул. Артёма, 58

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ДВИЖЕНИЯ ГАЗОВОЗДУШНОЙ СМЕСИ В СПЛОШНОЙ СРЕДЕ (НА ПРИМЕРЕ УГОЛЬНОГО ПЛАСТА)

V. N. Pavlysh, I. V. Tarabayeva

State Educational Institution of Higher Education «Donetsk national technical University», Donetsk city
83001, Donetsk, Artema str., 58

THE MATHEMATICAL MODELING OF GAS-AIR MIX MOVING PROCESS IN CONTINUOUS ENVIRONMENT (WITH COAL STRATUM AS EXAMPLE)

В. М. Павлиш, І. В. Тарабаєва

Державна освітня установа вищої професійної освіти
«Донецький національний технічний університет», м. Донецьк
83001, м. Донецьк, вул. Артема, 58

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ РУХУ ГАЗОПОВІТРЯНОЇ СУМІШІ В СУЦІЛЬНОМУ СЕРЕДОВИЩІ (НА ПРИКЛАДІ ВУГІЛЬНОГО ПЛАСТУ)

Представлены результаты разработки математической модели процесса движения газозвоздушной смеси в анизотропной сплошной среде на примере технологии нагнетания воздуха в угольный пласт для снижения его опасных свойств при подземной угледобыче. В основу математической модели положены уравнения математической физики, отражающие закон Дарси и включающие уравнения неразрывности потока по каждой компоненте. Краевые условия задаются согласно технологической схеме, для решения полученных краевых задач применяются численные алгоритмы модифицированных конечно-разностных методов.

Ключевые слова: процесс, движение, уравнение, математическая модель, численные методы.

The results of the gas-air mix moving process in continuous environment mathematical model construction using example of air pumping technology in coal stratum for reducing of its dangerous properties during underground mining. As the base of mathematical model used the mathematical physics equations, attracts Darsey low includes unbroken stream equations for every component. The border conditions are given corresponding to technologic scheme, the solution of border problems provides by numerical algorithm of modified ending-difference methods.

Key words: process, moving, equation, mathematical model, numerical methods.

Представлені результати розробки математичної моделі процесу руху газоповітряної суміші в анізотропному суцільному середовищі на прикладі технології нагнітання повітря у вугільний пласт для зниження його небезпечних властивостей при підземному вуглевидобутку. В основу математичної моделі покладено рівняння математичної фізики, що відбивають закон Дарсі та включають рівняння нерозриву по кожній компоненті. Граничні умови задаються згідно до технологічної схеми, для вирішення отриманих крайових задач використовуються чисельні алгоритми модифікованих кінцево-різницевих методів.

Ключові слова: процес, рух, рівняння, математична модель, чисельні методи.

Введение

Интенсификация и концентрация горных работ, особенно по мере углубления шахт, все более ограничивается проявлениями опасных свойств угольных пластов, в частности, таких, как газовыделение и пылеобразование. Повышение безопасности подземных горных работ является первостепенной задачей, стоящей перед учеными и производственниками. В комплексе средств обеспечения безопасных условий подземной угледобычи очень важное место занимают методы и средства воздействия на угольный пласт, позволяющие снизить проявление основных опасностей. Среди таких средств выделяются технологические (системы разработки и др.) и специальные (предварительное гидравлическое воздействие, увлажнение, пневматическое, физико-химическое воздействие, дегазация, комплексное воздействие).

Применение тех или иных способов воздействия на пласт как метода повышения безопасности работ является обязательным на всех шахтах [1]. Воздействие осуществляется в соответствии с разработанными технологическими схемами, параметры которых рассчитываются на основании теоретических представлений о процессе и описывающих их зависимостей.

Вместе с тем эффективность применяемых средств все еще недостаточна, о чем говорят данные о техногенных авариях, заболеваемости подземных рабочих и других фактах, что определяет необходимость дальнейших теоретических и экспериментальных исследований.

Актуальность работы

В ходе исследований по разработке способов борьбы с метаном в шахтах выдвинута идея использования нагнетания воздуха в угольный пласт в режиме фильтрации через скважины, пробуренные из горных выработок (пневмообработка) с целью углубления дегазации угольного массива. Механизм снижения природной газоносности пласта при нагнетании воздуха заключается в вытеснении свободного метана воздушным потоком в отточную скважину, приводящем к смещению сорбционного равновесия в системе «свободный – сорбированный газ» и десорбции метана с последующим его выносом. Одновременно при пневмообработке возможно снижение эндогенной пожароопасности за счет низкотемпературного окисления угля в массиве, приводящего к снижению его химической активности и, следовательно, склонности к самовозгоранию [2].

Однако отсутствие количественных характеристик протекающих при нагнетании процессов и малый объем экспериментальных данных не позволили до настоящего времени разработать эффективный режим и определить рациональные параметры пневматического воздействия. В связи с этим, совершенствование пневмообработки как способа борьбы с газом в угольных шахтах предполагает, в первую очередь, детальное исследование процессов в системе «уголь – метан – воздух», что определяет актуальность исследований по математическому моделированию процессов.

Цель работы – обоснование принципов построения математической модели и модификации численных методов решения поставленных краевых задач.

Основное содержание работы

Для разработки математической модели необходимо определить конкретную технологическую схему пневмообработки, что позволит осуществить постановку краевых условий и принять необходимые допущения. Согласно предыдущим иссле-

дованиям, пневмообработка угольного пласта производится через серию скважин, пробуренных из подземных выработок, причем четные скважины являются нагнетательными, а нечетные – отточными, предназначенными для выноса из пласта метано-воздушной смеси.

Разработка математической модели процесса

Считая, что движение газовой смеси подчиняется закону Дарси, и используя уравнения неразрывности для компонентов потока, запишем уравнения фильтрации газов относительно их концентрации [3]

$$\dot{i} \dot{y} \frac{\partial \tilde{N}}{\partial t} = \text{div} \left[\frac{kT}{\mu \dot{i} \dot{y}} \tilde{N} \text{grad}(CR) \right] - W_M - W_O, \quad (1)$$

$$\dot{i} \dot{y} \frac{\partial \tilde{N}_M}{\partial t} = \text{div} \left[\frac{kT}{\mu \dot{i} \dot{y}} \tilde{N}_M \text{grad}(CR) \right] - W_M, \quad (2)$$

$$\dot{i} \dot{y} \frac{\partial \tilde{N}_O}{\partial t} = \text{div} \left[\frac{kT}{\mu \dot{i} \dot{y}} \tilde{N}_O \text{grad}(CR) \right] - W_O, \quad (3)$$

где C – концентрация газа в фильтрационном объеме, г/см³;

T – абсолютная температура смеси газов, К°;

μ – вязкость смеси, н.с/м²;

R – газовая постоянная, дж/кг.град;

W – скорость притока газа из пористых блоков в фильтрационный объем, г/см².с;

«M», «O» – индексы, относящиеся соответственно к метану и кислороду; переменная без индексов относится к метано-воздушной смеси.

Вязкость и газовая постоянная метано-воздушной смеси зависят от её состава, то есть от соотношений концентрации метана и воздуха в каждой точке. Значения вязкости и газовой постоянной смеси вычисляются по формулам:

$$\mu = \frac{\delta_M \mu_M \sqrt{M_M T_{кр.м}} + \delta_e \mu_e \sqrt{M_e T_{кр.е}}}{\delta_M \sqrt{M_M T_{кр.м}} + \delta_e \sqrt{M_e T_{кр.е}}} \quad (4)$$

$$R = \frac{R_{УН.}}{\delta_M M_M + \delta_e M_e} \quad (5)$$

где δ_M, δ_e – объёмные доли метана и воздуха в смеси;

$R_{УН.}$ – универсальная газовая постоянная;

M_M, M_e – молекулярные веса метана и воздуха;

$T_{кр.м}, T_{кр.е}$ – критические температуры метана и воздуха.

Объёмные доли метана и воздуха в смеси можно определить следующим образом:

$$\delta_M = \frac{C_M \rho_{В.Н.У.}}{C_M \rho_{В.Н.У.} + (C - C_M) \rho_{В.Н.У.}} \quad (6)$$

$$\delta_e = 1 - \delta_M \quad (7)$$

где $\rho_{В.Н.У.}$ – плотность воздуха при нормальных условиях.

Десорбция и диффузия метана, как показано в работе [3], с достаточной для практики точностью описывается уравнением

$$\frac{\partial \dot{a}_i}{\partial t} = \alpha_i (\tilde{N}_i - \tilde{N}_{i.D}), \quad (8)$$

где a_M – концентрация сорбированного метана, г/см³;
 α_M – кинетический коэффициент скорости процесса, 1/с;
 $C_{M.P}$ – концентрация метана, равновесная с a_M , г/см³

Уравнение (8) объединяет десорбцию и диффузию метана в единый процесс, характеристикой скорости которого является коэффициент α_M , определяемый экспериментально для каждого пласта [3].

Давление, под которым находится в фильтрационном объёме метано-воздушная смесь, оказывает существенное отрицательное влияние на скорость диффузии метана, зависимость коэффициента α_M от давления приближённо можно выразить формулой

$$\alpha_i = 9 \cdot 10^{-1} \frac{\alpha_i^0}{D} D_{\dot{a}_i} = 0,9 \cdot 10^2 \frac{i_y}{CRT} \alpha_i^0, \quad (9)$$

где α_M^0 – величина α_M , замеренная при атмосферном давлении, 1/с;
 P – давление смеси газов в фильтрационном объёме, МПа;
 $P_{атм}$ – атмосферное давление, МПа.

Связь между a_M и $C_{M.P}$ при условии постоянства температуры удовлетворительно описывается изотермой сорбции Лэнгмюра

$$\dot{a}_i = \frac{\dot{a}_{i_0} b_i D_D}{1 + b_i D_D} = \frac{\dot{a}_{i_0} b_M R_i T \tilde{N}_{i.D}}{i_y + b_i R_i T \tilde{N}_{i.D}}, \quad (10)$$

где a_{M_0} и b_M – константы уравнения Лэнгмюра, имеющие размерности соответственно г/см³ и МПа⁻¹;
 P_P – равновесное давление метана, МПа

Скорость сорбции кислорода определяется скоростью его потока и реагирующей поверхностью, поэтому диффузию и сорбцию кислорода также можно считать единым процессом, скорость сорбции кислорода углём пропорциональна его концентрации в газовой смеси

$$\frac{\partial \dot{a}_0}{\partial t} = \rho_{O_2} \rho_o \alpha_i \frac{\tilde{N}_i}{\tilde{N}} [1 + \eta (\dot{O} - \dot{O}_i)], \quad (11)$$

где a_O – концентрации сорбированного кислорода, г/см³;
 α_O – константа скорости сорбции, мл/г.час;
 $\rho_{O_{н.у}}$ – плотность кислорода при нормальных условиях, г/см³;
 ρ_y – плотность угля, г/см³.
 η – температурный коэффициент скорости сорбции, 1/град;
 T_0 – начальная температура угольного пласта, °К.

Также установлено, что нарастание окисленного слоя вещества угля с течением времени препятствует сорбции кислорода и процесс замедляется, что и является причиной дезактивации угля, что может быть приблизительно аппроксимирована формулой

$$\alpha_o = \alpha_{o_{\text{НСХ}}} \dot{a}^{-120 \cdot \dot{a}_i}, \quad (12)$$

где $\alpha_{o_{\text{НСХ}}}$ – константа скорости сорбции кислорода необработанным углём, мл/г.час;

Функции W_M и W_o в уравнениях (1) – (3) представляют собой левые части уравнений

$$W_M = \frac{\partial a_M}{\partial t}, \quad W_o = \frac{\partial \dot{a}_o}{\partial t}. \quad (13)$$

При определении краевых условий будем предполагать, что нагнетание воздуха производится с постоянным давлением, в начальный момент времени концентрация воздуха в пласте равна нулю.

С учётом сделанных допущений математическая формулировка задачи напорной фильтрации воздуха в угольном пласте при пневмообработке представляет собой следующую нелинейную систему дифференциальных и алгебраических уравнений и краевых условий:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{kT}{n_3^2} \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{C}{\mu} \frac{\partial (CR)}{\partial x} \right] - \frac{\partial a_M}{\partial t} - \frac{\partial a_o}{\partial t}; \quad (14)$$

$$\frac{\partial C_M}{\partial t} = \frac{kT}{n_3^2} \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{C_M}{\mu} \frac{\partial (CR)}{\partial x} \right] - \frac{\partial a_M}{\partial t}; \quad (15)$$

$$\frac{\partial C_o}{\partial t} = \frac{kT}{n_3^2} \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{C_o}{\mu} \frac{\partial (CR)}{\partial x} \right] - \frac{\partial a_o}{\partial t}; \quad (16)$$

$$\mu = \frac{\delta_M \mu_M \sqrt{M_M T_{KP.M}} + \delta_6 \mu_6 \sqrt{M_6 T_{KP.B}}}{\delta_M \sqrt{M_M T_{KP.M}} + \delta_6 \sqrt{M_6 T_{KP.B}}}; \quad (17)$$

$$R = \frac{R_{\text{вн.}}}{\delta_M M_M + \delta_6 M_6}; \quad (18)$$

$$\delta_M = \frac{C_M \rho_{B.H.Y.}}{C_M \rho_{B.H.Y.} + (C - C_M) \rho_{B.H.Y.}}; \quad \delta_6 = 1 - \delta_M; \quad (19)$$

$$\frac{\partial a_M}{\partial t} = \alpha_M (C_M - C_{M.P}); \quad \alpha_M = 0,9 \cdot 10^2 \frac{n_3}{CRT} \alpha_M^0;$$

$$C_{M.P} = \frac{a_M n_3}{B_M R_M T (a_{M_0} - a_M)}; \quad (20)$$

$$\frac{\partial a_o}{\partial t} = \rho_{o_{н.у}} \rho_y \alpha_o \frac{C_o}{C} [1 + \eta(T - T_o)];$$

$$\alpha_o = \alpha_{o_{\text{НСХ}}} e^{-120 a_o};$$

$$\rho_y \beta_y \frac{\partial T}{\partial t} = -\beta \frac{C}{n_3} V \frac{\partial T}{\partial x} + \psi \frac{\partial a_0}{\partial t} + \frac{2\lambda_{CP}(\Theta - T)}{\left(H_{II} + \frac{m}{2}\right)^2};$$

$$\lambda_{CP} = \frac{2\lambda_y \lambda_{II} \left(\frac{m}{2} + H_{II}\right)}{m\lambda_{II} + 2H_{II}\lambda_y}; \quad \Theta = T_0 + 3\left[1 - e^{-0,15\Delta T}\right];$$

$$V = -\frac{KTR}{\mu n_3^2} \cdot \frac{\partial C}{\partial x}.$$

Начальные условия:

$$\begin{aligned} C(x,0) &= C_M(x,0) = C_{M.ИСХ}; \\ a_M(x,0) &= a_{M.ИСХ}; \\ C_O(x,0) &= a_O(x,0) = 0; \\ T(x,0) &= T_0; \end{aligned} \quad (21)$$

Граничные условия:

$$\begin{aligned} C(0,t) &= \frac{P_H n_3}{RT}; \quad C_O(0,t) = 0,23 \frac{P_H n_3}{RT}; \\ C_M(0,t) &= 0; \\ C(L_{M.C},t) &= \frac{P_{амм} n_3}{RT} \end{aligned} \quad (22)$$

здесь $C_{M.ИСХ}$, $a_{M.ИСХ}$ – соответственно концентрации свободного и сорбированного метана в необработанном массиве;

P_H – давление нагнетания воздуха;

$L_{M.C}$ – расстояние между нагнетательной и отточной скважинами, м.

Требования к методам решения поставленной краевой задачи

Ввиду сложности полученной системы решить её аналитически не представляется возможным. Поэтому в качестве метода решения выбран универсальный конечно-разностный метод. Поскольку первые три уравнения системы (20) являются нелинейными, решение соответствующих разностных уравнений на каждом временном шаге может быть получен с использованием итераций [3].

Решение краевой задачи (20)–(22) позволит получить комплекс характеристик физико-химических процессов, происходящих при нагнетании воздуха в неувлажнённый угольный пласт: распределение в пространстве и времени концентрации метано-воздушной смеси, метана и кислорода в фильтрационном объёме, концентрации сорбированных метана и кислорода, газоносность пласта и химическую активность угля в обработанной зоне, изменение температуры угольного пласта от нагнетательной скважины к отточной и во времени. Показателем химической активности угля может служить значение константы скорости сорбции кислорода.

Поскольку проведенные к настоящему времени исследования пневмообработки не позволят в достаточной степени оценить её эффективность по борьбе с метаном в угольных шахтах и разработать технологию и параметры способа, моделирование ставит перед собой следующие задачи:

- исследование основных закономерностей процессов, происходящих при нагнетании воздуха в угольный пласт;
- оценка эффективности и целесообразности применения пневмообработки для снижения газоносности пласта и одновременно химической активности угля;

Критерием эффективности пневмообработки является, во-первых, степень снижения газоносности пласта по сравнению с дегазацией скважинами за одинаковое время при расчёте дегазации на аналогичной математической модели [3], во-вторых, время, требуемое для снижения показателя химической активности угля до величины, соответствующей категории пластов, малоопасных по самовозгоранию ($\alpha_0 < 0,015$ мл/г. час).

Выводы

Разработана математическая модель фильтрации метано-воздушной смеси при пневмообработке неувлажнённого угольного пласта, представляющая собой систему дифференциальных и алгебраических уравнений и краевых условий. Решение системы осуществляется численно, с использованием метода конечных разностей. Ввиду нелинейности полученной системы применение конечно-разностных методов требует их модификации, одним из вариантов которой является введение итерации. Поставлены задачи моделирования, решение которых позволит установить требуемые характеристики процессов, происходящих при пневмообработке, а также разработать технологию и способ расчёта параметров воздействия.

Список литературы

1. ДНАОП 1.1.30-1.ХХ-04. Безопасное ведение горных работ на пластах, склонных к газодинамическим явлениям (1-я редакция) [Текст]. – К. : Минтопэнерго Украины, 2004. – 268 с.
2. Москаленко Э.М. Научные основы биохимического и физико-химического способов борьбы с метаном в угольных шахтах [Текст] : дис. ... д-ра техн. наук / Э. М. Москаленко. – М., 1971. – 508 с.
3. Павлыш В. Н. Развитие теории и совершенствование технологии процессов воздействия на угольные пласты : монография [Текст] / В. Н. Павлыш. – Донецк : РВА ДонНТУ, 2005. – 347 с.
4. Павлыш В. Н. Математическое моделирование процессов функционирования специализированных аппаратов конвективного типа [Текст] / В. Н. Павлыш, Е. В. Перинская // Проблемы искусственного интеллекта. – Донецк : ГУ ИПИИ. – 2015. – № 0(1). – С. 89–98.
5. Pavlysh V. N. Modification of computer methods of presentation and analysis of geotechnical information [Text] / V. N. Pavlysh, G. I. Turchanin, O. A. Tikhonova // Проблемы искусственного интеллекта. – Донецк : ГУ ИПИИ. – 2016. – № 1 (2). – С. 15–24.
6. Павлыш В. Н. Проект построения алгоритма классификации текстовых документов [Текст] / В. Н. Павлыш, Е. И. Бурлаева // Проблемы искусственного интеллекта. – Донецк : ГУ ИПИИ. – 2017. – № 4 (7). – С. 24–32.
7. Павлыш В. Н. Математическое моделирование нестационарных процессов в среде с нечётко определёнными параметрами [Текст] / В. Н. Павлыш, Г. Б. Перетолчина // Проблемы искусственного интеллекта. – Донецк : ГУ ИПИИ. – 2018. – № 2 (9). – С. 33–45.

References

1. ДНАОП 1.1.30-1.КНKH-04. *Bezopasnoye vedeniye gornyykh rabot na plastakh, sklonnykh k gazodinamicheskim yavleniyam* (1-ya redaktsiya) [Safe Mining Works on gas dynamic phenomenon stratum]. K., Mintopenergo Ukrainy, 2004, 268 s.
2. Moskalenko E.M. *Nauchnyye osnovy biokhimicheskogo i fiziko-khimicheskogo sposobov bor'by s metanom v ugol'nykh shakhtakh* : dis. ... d-ra tekhn. nauk [Science base of biochemical and physico-chemical ways of gas-out in coal mines: diss. ...doct. techn. sciences], M., 1971, 508 s.
3. Pavlysh V. N. *Razvitiye teorii i sovershenstvovaniye tekhnologii protsessov vozdeystviya na ugol'nyye plasty : monografiya* [The development of theory and modification of technology of action processes on coal stratum: monography], Donetsk, RVA DonNTU, 2005, 347 s.

4. Pavlysh V. N., Perinskaya E. V. Matematicheskoye modelirovaniye protsessov funktsionirovaniya spetsializirovannykh apparatov konvektivnogo tipa [Mathematical modeling of functioning processes of special convective type apparatus]. *Problemy iskusstvennogo intellekta* [Problems of Artificial Intelligence, Donetsk, 2015, no. 0(1), pp. 89-98.
5. Pavlysh V. N., Turchanin G. I., Tikhonova O. A. Modification of computer methods of presentation and analysis of geotechnical information. *Problemy iskusstvennogo intellekta* [Problems of Artificial Intelligence], 2016, no. 1 (2), pp. 15–24.
6. Pavlysh V. N., Burlayeva Ye. I. Proyekt postroyeniya algoritma klassifikatsii tekstovykh dokumentov [Draft of the algorithm for the classification of text documents] *Problemy iskusstvennogo intellekta* [Problems of Artificial Intelligence], 2017, no. 4 (7), pp. 24–32.
7. Pavlysh V. N., Peretolchina G. B. Matematicheskoye modelirovaniye nestatsionarnykh protsessov v srede s nehotko opredelonnymi parametrami [Mathematical modeling of non-stationary processes in a medium with indistinctly defined parameters] *Problemy iskusstvennogo intellekta* [Problems of Artificial Intelligence], 2018, no. 2 (9), pp. 33–45.

RESUME

V. N. Pavlysh, I. V. Tarabayeva

The Mathematical Modeling of Gas-Air Mix Moving Process In Continuous Environment (with Coal Stratum As Example)

Background: the idea of filtration regime air pumping in coal stratum was proposed for gas extracting; it requires detail investigation of “coal-gas-air” processes, that makes actual mathematical modeling.

Materials and methods: the methods of processes theoretical analysis and mathematical modeling are used based on determined models with mathematical physics equations.

Results: the mathematical model of air-gas mix moving process in coal stratum during air pumping is proposed.

Conclusion: the mathematical model of air-gas mix filtration during dry coal stratum air-action is constructed. modeling tasks is formulated, solution of this problems allow to find required process characters and project technology and parameters.

РЕЗЮМЕ

В. Н. Павлыш, И. В. Тарабаева

Математическое моделирование процесса движения газовой смеси в сплошной среде (на примере угольного пласта)

История вопроса, исходные данные: для борьбы с метаном в шахтах выдвинута идея использования нагнетания воздуха в угольный пласт в режиме фильтрации (пневмообработка) с целью углубления дегазации угольного массива; в связи с этим, необходимо детальное исследование процессов в системе «уголь – метан – воздух», что определяет актуальность исследований по математическому моделированию процессов.

Материалы и методы: в статье использованы методы теоретического анализа процессов и математического моделирования на основе детерминированных моделей с уравнениями математической физики.

Результаты: предложена математическая модель процесса движения газовой смеси в угольном пласте при нагнетании воздуха.

Заключение: разработана математическая модель фильтрации метано-воздушной смеси при пневмообработке неувлажнённого угольного пласта, поставлены задачи моделирования, решение которых позволит установить требуемые характеристики процессов, а также разработать технологию и способ расчёта параметров воздействия.

Статья поступила в редакцию 13.08.2018.