К

УДК 519.7

А. Н. Курганский
Государственное учреждение «Институт прикладной математики и механики», г. Донецк
83048, г. Донецк, ул. Розы Люксембург, 74

ОБ ОДНОЙ АЛГОРИТМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

A. N. Kurganskiy
Institute of Applied Mathematics and Mechanics, Donetsk
83048, Donetsk, Rosa Luksemburg Street, 74

ON AN ALGORITHMIC MODEL OF RELATIVITY

О. М. Курганський
Державна установа «Інститут прикладної математики і механіки», м. Донецьк
83048, м. Донецьк, вул. Рози Люксембург, 74

ПРО ОДНУ АЛГОРИТМІЧНУ МОДЕЛЬ ВІДНОСНОСТІ

Рассматривается алгоритмическая модель относительности на примере коллектива автоматов без состояний, взаимодействующих в дискретной среде. Свойство алгоритмичности модели заключается в основании модели на понятии состояния коллектива автоматов как цельного объекта, перемещающегося и вычисляющего в среде, и на понятии меры изменения этого состояния как меры собственного времени коллектива.
Ключевые слова: конечные автоматы, взаимодействие автоматов, относительность.

In the article the task of authentication of parameter is examined as a continuous function of parabolic equalization is in partials. Analytical expression is found for the calculation of gradient of the non–obvious set functional. Gradient is used to determine the modernized classical method of Lagrange multipliers.
Key words: finite state automata, interacting of automata, relativity.

Розглядається алгоритмічна модель відносності на прикладі колективу автоматів без станів, взаємодіючих в дискретному середовищі. Властивість алгоритмічності моделі полягає в основі моделі на понятті стану колективу автоматів як цілісного об'єкта, що переміщається і обчислює в середовищі, і на понятті міри зміни цього стану як міри власного часу колективу.
Ключові слова: скінченні автомати, взаємодія автоматів, відносність.

Введение

Основой любых определений автоматных, а вместе с этим и алгоритмических, моделей служит понятие состояния. Процессы в таких моделях, называющиеся вычислениями, неотделимы от переходов системы по состояниям. Если переходов нет, то нет вычислений. Изменение же состояния системы есть её собственное время, её «старение». Понятие состояния фундаментально не только в информатике, но и лежит в основе вообще научного мировоззрения как стремления видеть фрагменты реальности процессами в динамических системах, текущие состояния которых зависят от предыдущих. Зависимость состояний друг от друга есть закон или логика процесса. Понять, что является состояниями процесса и понять его закон – является фундаментальной задачей науки, изучающей данный процесс. Поскольку время процесса и изменение состояний в процессе – одно и то же, и время естественно измерять мерой изменения состояний, то научное мировоззрение в своей основе отвечает на вопрос, что является временем изучаемой реальности.

Через понятие состояния естественно устанавливать связи между теорией алгоритмов и физическими теориями в виде алгоритмических моделей физических теорий. Настоящая работа демонстрирует такую связь на примере теории автоматов и специальной теории относительности. Интерес к теории относительности сохраняется со стороны её преподавания и более доступного объяснения широкому кругу интересующихся наукой [1], [2]. По мнению авторов настоящей работы, изложенная здесь алгоритмическая модель относительности обладает некоторой разъяснительной силой. Как показывает практика, иногда достаточно привести изложенный ниже пример с буквой «О» на шахматной доске, чтобы эта разъяснительная сила проявилась.

В теории автоматов вопрос, что такое состояние, как правило, выходит за рамки исследования. Состояние уже есть элемент некоторого множества. Но в случае взаимодействия автоматов в среде определение состояния коллектива взаимодействующих автоматов как целого имеет особенность, что состояние коллектива зависит как от состояний отдельных автоматов, так и от геометрии динамики взаимодействия. А если автоматы имеют только по одному состоянию или, как принято говорить, не имеют состояний, состояние коллектива зависит только от геометрии их взаимодействия. Отсюда следует, что динамика коллектива (скорость перемещения) и его собственное время оказываются связанными друг с другом. Проиллюстрируем это на простом примере шахматной доски с несколькими пешками. Пусть пешки могут делать движение, например, с помощью наших рук, на одну клетку в любом направлении в один такт дискретного времени, то есть скорость пешки всегда равна одной клетке в единицу времени в одном из направлений: «юг», «север», «запад», «восток». Введем на доске естественным образом двумерную систему координат. Составим из пешек на доске, например, букву «О», и посмотрим на эти пешки как один цельный объект. Для него определяем скорость перемещения по шахматной доске как среднюю скорость всех его пешек. Пусть теперь объект движется с максимальной скоростью «одна клетка в единицу времени» в направлении, например, «восток». Может ли объект при перемещении с максимальной скоростью перестроиться из буквы «О», например, в букву «Т»? Очевидно, что не может. При максимальной скорости в данном примере в объекте невозможны изменения, а, значит, и невозможны вычисления. И, наоборот, максимальные изменения возможны, если скорость объекта относительно доски близка к 0.

Предметом исследования работы являются автоматоподобные протяженные динамические объекты. Протяжение подразумевает метрическое пространство (среду), в котором находится объект. В работе для примера взяты аффинные дискретные пространства в виде конечных или бесконечных ориентированных графов. Объект распределен по среде. В каждый момент времени он занимает некоторое подмножество точек пространства, и состоит из элементарных частей (элементарных объектов, тел), каждая из которых может занимать одну точку пространства и, следовательно, не имеет протяжения. Элементарный объект – это автомат с одним состоянием. Он перемещается по среде с абсолютным значением скорости относительно пространства равным 1 и может менять только направление перемещения. Он получает на вход информацию о том, какие еще элементарные объекты находятся в той же точке пространства (локальность взаимодействия), а его выходом является смена или сохранение направления перемещения. Если в точке пространства других элементарных объектов нет, а значит, нет взаимодействия, то направление перемещения по определению сохраняется (инерциальность). Элементарные объекты, таким образом, взаимодействуют между собой посредством друг друга, образуя один цельный, связанный взаимодействием, динамический макрообъект. В среде могут находиться несколько таких объектов.

При определении того, что же является состоянием макрообъекта в среде, можно выделить три различные точки зрения: собственное (или внутреннее), относительное (или стороннее) и абсолютное (или внешнее) наблюдение. Во всех трех случаях используется понятие системы отсчета, являющееся правилом приписывания объекту пространственных и временных координат. Внешнее наблюдение объекта подразумевает систему отсчета, связанную с пространством. Это точка зрения на объекты со стороны пространства или абсолютная точка зрения внешнего наблюдения. При внешнем наблюдении говорим о внешнем или абсолютном состоянии объекта. Относительное наблюдение объекта подразумевает систему отсчета, связанную с другим объектом в той же среде. При относительном наблюдении говорим об относительном состоянии объекта. Собственное наблюдение подразумевает систему отсчета, связанную с самим объектом. Это точка зрения объекта на самого себя. При собственном наблюдении говорим о собственном состоянии объекта.

Внешнее и собственное наблюдения единственны, то есть имеют по одному наблюдателю. Тогда как стороннее наблюдение данного объекта можно связать с любым другим объектом в среде. При этом собственное наблюдение есть частный случай относительного: наблюдатель и наблюдаемое совпадают. При определенных условиях можно сказать, что внешнее наблюдение также есть частный случай относительного, когда наблюдатель покоится относительно пространства, но в рамках рассматриваемой ниже в работе модели это не верно.

Приведем пример. Элементарный объект при внутреннем наблюдении не меняет собственное состояние, поскольку является автоматом с одним состоянием, но может менять внешнее состояние: например, менять направление перемещения в среде. Направление перемещения элементарного объекта по определению является его внешним состоянием. Понятно, что объект относительно себя, то есть относительно связанной с ним системы отсчета, имеет нулевую скорость перемещения. Мера изменения внутреннего состояния объекта называется его собственным временем. Наряду со скоростью перемещения введем понятие скорости изменения собственного времени. В изучаемой модели скорость изменения собственного времени рассматривается относительно других объектов. Относительно себя скорость изменения собственного времени, то есть скорость собственного времени при внутреннем наблюдении, естественно определить равной 1.

В силу инерциальности объектов в определяемой модели, изменение состояния связано только со взаимодействием. Другими словами, мера изменения состояния является мерой взаимодействия, то есть мерой полученной информации о других объектах в среде, а значит, изменение состояния, изменение времени и получение информации оказываются в рассматриваемой модели одним и тем же.

Модель

Под средой понимаем ориентированный граф G, устроенный следующим образом. Назовем некоторое конечное множество D множеством направлений. Не ограничивая общности, считаем, что всего направления пронумерованы целыми числами от 1 до $|D|$. Каждой дуге графа приписано одно направление. Для каждой дуги e_1, входящей некоторую вершину, есть смежная ей дуга e_2 того же направления и исходящая из этой вершины. Все дуги, входящие в одну вершину, имеют разное направление. Все дуги, исходящие из вершины, имеют также разное направление. Если дуги e' и e'' различные и входят в одну и ту же вершину, то мы говорим, что e' и e'' – встречные дуги. Окрестностью дуги называется множество, состоящее из нее и встречных ей дуг.

Вложим граф G в n-мерное аффинное метрическое пространство E. Считаем, что дуги среды являются отрезками прямых в этом пространстве и имеют длину 1. Смежные дуги одного направления лежат на одной прямой. При вложении графа в евклидово пространство множество направлений D в пространстве E приобретает смысл множества n-мерных векторов. Назовем множество векторов D множеством актуальных пространственных направлений. Зафиксируем точку отсчета в E так, чтобы она совпала с некоторой вершиной графа. Таким образом, каждая вершина и каждая точка дуг получают n-мерную координату в пространстве E. Пространство E назовем абсолютным, а координаты в нем абсолютными пространственными координатами.

Как обычно, автоматом Мили назовем пятерку объектов $A = (S, I, O, \delta, \lambda)$, где S – множество состояний; I, O – входные и выходные алфавиты соответственно, $\delta: S \times I \to S$, $\lambda: S \times I \to O$ – функции переходов и выходов. Элементарным телом назовем взаимодействующий со средой автомат Мили с одним состоянием. Для элементарных тел функция переходов теряет смысл. Определим входной алфавит I. Для удобства говорим, что изоморфные элементарные тела имеют одинаковые цвета, неизоморфные – разные. Со средой может взаимодействовать произвольное число элементарных тел одного цвета. Предполагаем, что используются r различных цветов, пронумерованных целыми от 1 до r. В каждый дискретный целочисленный момент времени t, который назовем абсолютным, элементарное тело b находится на какой-либо одной дуге $b(t)$ среды. Входным сигналом элементарного тела, находящегося на дуге e, входящей в вершину v, является упорядоченный набор чисел $\left(p_{ij}\right)_{1 \le i \le |D|, 1 \le j \le r} \in I$, который назовем состоянием окрестности дуги e, где p_{ij} – число элементарных тел цвета j, находящихся на дуге направления i, входящей в вершину v. Выходом элементарного тела является направление из D. Если выходом элементарного тела, находящегося в момент t на дуге $b(t)$, входящей в вершину v, является направление i, то в следующий момент $t+1$ он находится на дуге $b(t+1)$ направления i, исходящей из вершины v. Если при этом направления дуг $b(t)$ и $b(t+1)$ совпадают, то мы говорим, что *внешнее состояние* тела b не изменилось, а иначе говорим, что внешнее состояние b изменилось. Если в момент времени t внешнее состояние элементарного тела не изменилось, то мы говорим, что оно в этом момент движется прямолинейно. Дополнительно предполагаем, что элементарное тело не может изменить свое внешнее состояние, если все встречные дуги пусты.

Дискретную динамику элементарного тела на графе представим непрерывной динамикой в пространстве E. Пусть в целочисленный момент времени t элементарное тело b находится на дуге $b(t)$, исходящей из вершины v_0 и входящей в вершину v_1. Пусть n-мерные координаты вершин v_0 и v_1 равны x_0 и x_1 соответственно. Тогда элементарное тело b в момент времени $t+\lambda$, $0 \le \lambda < 1$, имеет координату $x_0 + (x_1 - x_0) \cdot \lambda$. Координату элементарного тела b в момент времени t обозначим через $x_b(t)$.

Обозначим через $\tau_b(t)$ меру изменений внешнего состояния b, состоявшихся к моменту времени t. По определению, если с момента времени t_1 до момента времени t_2 элементарное тело b двигалось прямолинейно, то $\tau_b(t_1) = \tau_b(t_2)$. Определение того, как изменяется функция $\tau_b(t)$ в случае непрямолинейного перемещения требует сделанных ниже дополнительных построений.

Величину $\tau_b(t)$ назовем собственным временем b, а $w_b(t) = \tau_b(t+1) - \tau_b(t)$ скоростью собственного времени b. Скорость собственного времени назовем равномерной, если w_b константа. Величину $v_b(t) = x_b(t+1) - x_b(t)$ назовем абсолютной скоростью перемещения b в момент времени t. Скорость перемещения назовем равномерной, если v_b константа.

Пару (x, t) пространственных координат $x \in E$ и времени t называем (пространственно-временной) координатой в абсолютной системе отсчета O и обозначаем вектор-столбцами. Будем называть O также пространством событий.

Наряду с абсолютной системой O отсчета введем понятие абсолютной *актуальной системы отсчета* Q следующим образом. Пусть X является множеством пространственных координат всех вершин графа. Построим граф GT с множеством вершин $X \times Z$ такой, что из вершины (x_1, t_1) в вершину (x_2, t_2) тогда и только тогда, когда в графе G есть дуга (x_1, x_2) и $t_2 = t_1 + 1$. Таким образом, динамика элементарного тела в O является динамикой по графу GT. Пусть множество направлений D представляет собой множество векторов $\{\vec{1}, \vec{2}, \dots, \vec{m}\}$ в пространстве E. Обозначим $e_i = (\vec{i}, 1)$, $1 \le i \le m$. Назовем упорядоченное множество $\{e_i | 1 \le i \le m\}$ множеством *актуальных пространственно-временных* направлений или, просто, актуальных направлений.

Лемма. Пусть элементарное тело b в момент времени 0 находится в точке отсчета пространства E, которая является вершиной графа-среды. Тогда пространственно-временная координата $(x_b(t), t)$ элементарного тела в произвольный момент времени t может быть представлена как линейная комбинация актуальных направлений.

Доказательство очевидно, т.к. элементарное тело двигается только по актуальным направлениям.

Заметим, что из определений не следует, что множество актуальных направлений является линейно независимым. Но будем говорить, что коэффициенты линейной комбинации актуальных направлений, дающих вектор $(x_b(t), t)$, являются координатами в абсолютной *актуальной системе отсчета* Q. По определению полагаем, что размерность линейных пространств O и Q совпадает.

Приступим к рассмотрению коллективов элементарных тел.

Определение. Телом называется произвольная конечная совокупность элементарных тел.

Различные тела могут иметь общие части. Одно тело может содержать другое как подмножество. Если элементарное тело принадлежит телу, то будем говорить о нем, как об элементарной части этого тела. Элементарное тело может быть элементарной частью различных тел одновременно.

Пусть конечное тело B состоит из n элементарных тел, пронумерованных числами $\{1,2,\dots,n\}$. Тогда абсолютной (средней) координатой тела B в момент абсолютного времени t назовем величину $x_B(t) = \big(x_1(t) + \cdots + x_n(t)\big)/n$. Величина $v_B(t) = x_B(t+1) - x_B(t)$ называется абсолютной скоростью перемещения тела B в абсолютный момент времени t. Из определений следует, что максимально возможное значение скорости перемещения по модулю равно 1.

Внешнее состояние тела

Тело, взаимодействуя с другими телами, испытывает влияние с их стороны и само влияет на них. Чтобы охарактеризовать это влияние, естественно ввести понятие состояния тела. Наше определение состояния тела основывается на взаимном расположении в среде его элементарных частей. Если с течением времени взаимное расположение частей тела не меняется, то не меняется и состояние тела. Характер изменения взаимного расположения частей может быть различным, поскольку изменения могут затронуть все тело целиком или только его часть. Отсюда возникает вопрос и о мере изменения состояния тела. Перед тем как дать определение состояния тела, которое назовем внешним, и которое обобщает понятие внешнего состояния элементарного тела, введем сразу обозначение меры $\tau = \tau_B(t)$ изменения внешнего состояния тела B с течением абсолютного времени t. Мере $\tau_B(t)$ придается смысл «возраста» тела B в момент t. Назовем меру $\tau_B(t)$ собственным временем тела B в момент t.

Величину $w_B(t) = \tau_B(t+1) - \tau_B(t)$ назовем скоростью собственного времени тела B в момент абсолютного времени $t \in Z$.

Определение. Для любого тела B $w_B(t) = 0 \Leftrightarrow \forall_{b \in B} w_b(t) = 0$.

Определение. Если $w_B(t) = 0$, то говорим, что тело B в момент времени t не меняет своё внешнее состояние.

Из определения следует, что тело не меняет свое внешнее состояние тогда и только тогда, когда все его элементарные части не меняют свое внешнее состояние. Иными словами, два тела находятся в среде в одном и том же внешнем состоянии, если одно из них может быть получено из другого прямолинейным сдвигом на равное число шагов каждой его элементарной части в соответствующем внешнему состоянию направлении.

Заметим, что определения не запрещают ситуацию, когда тело не изменяет внешнее состояние и при этом имеет скорость перемещения 0, см. [9].

Теорема. Для любого тела B, если $|v_B(t)| = 1$, то $w_B(t) = 0$.

Доказательство следует из того, что при максимальной скорости перемещения невозможны изменения внешнего состояния элементарных частей тела.

Мы дали определение того, что для тела находится в одном и том же внешнем состоянии, но не определили, что является внешним состоянием. Поскольку отношение быть в одном и том же внешнем состоянии является отношением эквивалентности, то внешними состояниями естественно называть классы эквивалентностей этого отношения. Это касается и понятия внутреннего состояния, которое будет введено ниже.

Определение того, как изменяется функция τ_B в случае, когда тело меняет свое внешнее состояние, будет дано ниже.

Внутреннее состояние тела

Введение состояний позволяет рассматривать тела как автоматоподобные модели алгоритмов. Естественно ставить вопрос о функциональной, алгоритмической или структурной эквивалентности различных тел, например, подобной изоморфизму конечных автоматов в теории конечных автоматов. Но, поскольку два тела с различной абсолютной скоростью заведомо находятся в различных внешних состояниях, то введенное понятие внешнего состояния не позволяет говорить о двух телах, перемещающихся с различной скоростью, как о реализациях одного и того же алгоритма. Чтобы уметь говорить о телах как об одном алгоритме, даже если они перемещаются с различной скоростью, достаточно ввести понятие *изоморфизма* тел через определение систем отсчета, связанных с телом так, что внешнее состояние тела представляется как совокупность двух компонент: скорости тела и внутреннего состояния, независящего от скорости. Например, абсолютную систему отсчета O можно рассматривать как систему отсчета, связанную с некоторым телом A таким, что $x_A(t) \equiv 0$, $v_A(t) \equiv 0$, $w_A(t) \equiv 1$, $\tau_A(0) = 0$, и, следовательно, $\tau_A(t) = t$, где τ_A – собственное время A. Таким образом, введенные понятия абсолютного времени, координаты и скорости в неявном виде подразумевают некоторое абсолютно-покоящееся тело, относительно которого рассматривались объекты. Системы отсчета, связанные с произвольным телом, позволяют сделать эти понятия относительными.

Для произвольных тел A и B обозначим через $x_{AB}(\tau_B)$, $v_{AB}(\tau_B)$, $w_{AB}(\tau_B)$ и $\tau_{AB}(\tau_B)$ соответственно координату, скорость перемещения, скорость собственного времени и собственное время тела A в момент времени τ_B в системе отсчета O_B, связанной с телом B. По определению полагаем $x_{BB}(\tau_B) \equiv 0$, $v_{BB}(\tau_B) \equiv 0$ и $w_{BB}(\tau_B) \equiv 1$.

Определение. Тело B назовем инерциальным в системе отсчета тела A, если $v_{BA}(\tau_A)$ и $w_{BA}(\tau_A)$ константы.

Инерциальность подразумевает равномерность изменения не только пространственных координат, но и временных. Для простоты рассматриваем случай только инерциальных тел.

Определение. Система отсчета, связанная с инерциальным телом, называется инерциальной.

Единственным ограничением, накладываемым на инерциальные системы отсчета, является свойство: пространственно-временные координаты одних и тех же событий в разных инерциальных системах отсчета связаны аффинным преобразованием. Отсюда следует, что тело, инерциальное в абсолютной системе отсчета, является инерциальным в любой другой инерциальной системе отсчета.

Для произвольных инерциальных тел A и B обозначим через $L_{BA}: O_B \to O_A$ аффинное преобразование, связывающее O_B и O_A таким образом, что всякое событие (x, τ_B) в системе отсчета O_B совпадает с событием $L_{BA}(x, \tau_B)$ в системе отсчета O_A.

Не ограничивая общности, полагаем $x_{BA}(0) = 0$ и $\tau_{BA}(0) = 0$. Тогда L_{BA} является линейным преобразованием.

Лемма. Вектора $\{e_i | 1 \leq i \leq m\}$ актуальных направлений являются собственными векторами преобразования L_{BA}.

Доказательство. Аффинное преобразование может изменить направление осей координат, как виртуальные, воображаемые направления, но направления векторов $\{e_i | 1 \leq i \leq m\}$ соответствуют «реальным» направлениям, по которым движутся элементарные тела из вершины среды, совпадающей с началом координат. Эти направления не зависят от систем отсчета, и поэтому являются инвариантными относительно преобразований систем отсчета.

Ниже мы покажем, что число m актуальных направлений равно размерности $n+1$ пространства событий O. Пока из всех актуальных направлений мы выберем $n+1$ линейной независимых. Такому выбору будет соответствовать граф-среда, в котором число дуг, исходящих из вершины, равно $n+1$.

В силу следствий, множество актуальных пространственно-временных направлений является линейно-независимым множеством. Поэтому мы можем пользоваться наряду с координатами $(x_1, \dots, x_n, t)$ в системе отсчета O также однозначными координатами $(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{n+1})$ в системе отсчета Q, а также ввести понятие актуальной системы отсчета Q_A, связанной с телом A.

Пусть $M\colon Q \to O$ преобразование, связывающее координаты в системах отсчета Q и O. Пусть $\Lambda_{BA}\colon Q_B \to Q_A$ преобразование, связывающее координаты в системах отсчета Q_B и Q_A. Из определений следует

Теорема. $L_{BA} = M \cdot \Lambda_{BA} \cdot M^{-1}$.

Поскольку множество актуальных пространственно-временных направлений является множеством базисных векторов в Q, то матрица линейной части преобразования Λ_{AB} имеет диагональный вид.

Теперь, чтобы однозначно определить меру τ_B изменения внешнего состояния тела B, достаточно определить M и $\cdot \Lambda_{BA}$. По определению, например, можно положить, что координата $(x_1, \dots, x_n, \tau_A) = (0,0, \dots, 0,1)$ в системе отсчета O_A совпадает с координатой $(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{n+1}) = (1,1, \dots, 1)$ в системе отсчета Q_A. То же проделаем для абсолютных систем отсчета O и Q. Тем самым мы однозначно определим $M, \cdot \Lambda_{BA}, L_{BA}$. Таким образом нами полностью определена мера изменения внешнего состояния тела как в абсолютной системе отсчета, так и в инерциальных системах отсчета.

Поскольку матрица преобразования Λ_{BA} в общем случае имеет вид

$$\begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \lambda_{n+1} \end{pmatrix}$$

и число собственных векторов L_{BA} может быть равно ровно $n+1$, то справедлива следующая

Теорема. Для того чтобы существовало аффинное преобразование, связывающее инерциальные системы отсчета, необходимо, чтобы число актуальных направлений было равно $n+1$.

Назовем дискретное пространство, заданное ориентированным графом, корректным, если любые инерциальные системы отсчета в нем можно связать аффинным преобразованием.

Следствие. Пусть n размерность пространства. Если среда корректна, то полустепени исхода всех его вершин равны $n+1$.

Примеры фрагментов корректной и некорректной 2-мерных плоских сред показаны на рис. 1.

Дадим определение внутреннего состояния инерциального тела. Пусть для тел A и B есть биекция $\phi\colon A \to B$ такая, что любые элементарные тела $b \in A$ и $\phi(b) \in B$ изоморфны. Мы говорим, что A в момент собственного времени τ_A и B в момент собственного времени τ_B аффинно изоморфны, если

$$\{(\phi(b), x_{bA}(\tau_A)) | b \in A\} = \{(b, x_{bB}(\tau_B)) | b \in B\}.$$

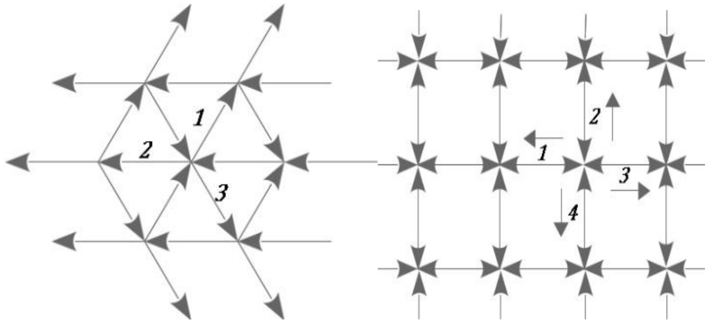

Рисунок 1 – Фрагмент корректной (слева) и некорректной (справа) 2-мерной плоской среды

Определение. Два инерциальных тела находятся в одном и том же внутреннем состоянии в некоторые моменты своего собственного времени, если они аффинно-изоморфны в эти моменты времени.

Внутреннее время инерциального тела не зависит от скорости перемещения в абсолютной системе отсчета. Таким образом, внешнее состояние инерциального тела представлено комбинацией двух компонент: скорости перемещения и его внутреннего состояния. Поскольку скорость перемещения инерциальных тел постоянна, то по определению можно положить, что мера изменения внешнего и внутреннего состояния тел совпадают.

Рассмотрим тело как автоматоподобную систему, состояние которой определяется как внутреннее состояние тела. В отличие от элементарных объектов, как следует из определений, взаимодействие макрообъектов в среде не является локальным. Проводя аналогии из специальной теории относительности, можно задать вопрос: какие свойства среды и других макрообъектов в среде может вычислить данное тело? Как отличаются ответы на один и тот же вопрос с точки зрения внутреннего, стороннего и внешнего наблюдения? Ниже даны некоторые результаты в этом направлении.

Теорема. Если объект имеет абсолютное значение скорости равное 1 (скорость объекта равна средней скорости его элементарных составляющих частей), то скорость собственного времени объекта равна 0.

Доказательство. Поскольку, если абсолютное значение средней скорости элементарных составляющих частей объекта равно 1, то скорости всех элементарных частей по направлению и абсолютному значению совпадают и, следовательно, в теле невозможны вообще какие-либо изменения.

Теорема демонстрирует различия во внешнем и внутреннем наблюдении. При внутреннем наблюдении скорость собственного времени объекта всегда равна 1, при внешнем наблюдении может быть равна 0. Подробная взаимосвязь значений скорости собственного времени при внутреннем, стороннем и внешнем наблюдении показана в теореме 1. Скорость собственного времени объекта есть то же, что и скорость вычисления объекта. Таким образом, верно

Следствие. При максимальном абсолютном значении скорости перемещения тело не может вычислять.

Следующая теорема демонстрирует ситуацию, когда вопрос, имеющий смысл и ответ с точки зрения внешнего наблюдения, не имеет ответа с точки зрения внутреннего наблюдения.

Теорема. Тело не может вычислить свое внешнее состояние. Другими словами, объект не может вычислить свою скорость относительно среды.

Следующая теорема демонстрирует ситуацию, когда результаты внешнего и внутреннего наблюдения совпадают.

Теорема. Абсолютное значение скорости перемещения произвольного элементарного объекта с точки зрения вычисляющего тела равно 1 независимо от скорости перемещения вычисляющего тела.

Рассмотренный выше подход к определению L_{BA} позволил обобщить на многомерный случай подход, разработанный в [3], [4]. В [3], [4] рассмотрен подробно случай одномерной среды с примерами аффинно-изоморфных тел. Там же приведены следствия, касающиеся динамических свойств тел в виде формулы сложения скоростей, формулы сокращения/увеличения расстояний в различных инерциальных системах отсчета. Приведены аналогии с теорией относительности и при этом указаны принципиальные особенности нашей модели, связанные с её дискретностью и следующей отсюда псевдоманхэттенской метрикой как аналога псевдоевклидовой метрики пространства Минковского, используемой в специальной теории относительности. Перечислим для полноты здесь эти результаты.

Пусть *A*, *B*, *C* – тела в среде. Тогда верны следующие теоремы.

Теорема. $v_{AB} = -v_{BA}$.

Скорость перемещения v есть динамическое свойство, а скорость собственного времени (скорость вычисления) – вычислительное свойство объекта. Таким образом, следующая теорема связывает вычислительные и динамические свойства тела.

Теорема 1. $w_{AB}w_{BA} = 1 - v_{AB}^2 = 1 - v_{BA}^2$.

Следующая теорема дает формулу сложения скоростей.

Теорема. $v_{CA} = \frac{v_{BA}+v_{CB}}{1+v_{BA}v_{CA}}$.

Теорема. (Формула сокращения/увеличения расстояния). Пусть инерциальные тела A, B и C такие, что $v_{AC} = v_{BC}$. Пусть $\Delta x = |x_{AA}(\tau_A) - x_{BA}(\tau_A)|$ – расстояние между A и B в системе отсчета O_A. Пусть $\Delta x' = |x_{AC}(\tau_C) - x_{BC}(\tau_C)|$ – расстояние между A и B в системе отсчета O_C. Тогда $\Delta x' = w_{CA} \cdot \Delta x$.

Приведенные результаты во многом напоминают формулы из специальной теории относительности. Пример отличия: в специальной теории относительности $w_{AB} = w_{BA}$, а в нашей модели это равенство, вообще говоря, не выполняется. Из факта $w_{AB} \neq w_{BA}$ обнаруживается физический смысл коэффициента $\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}$ в специальной теории относительности: $\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}$ есть скорость собственного времени одной системы отсчета относительно другой.

Интересно взглянуть с точки зрения нашей одномерной модели на формулы $\Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$ замедления времени и $\Delta x' = \Delta x \cdot \sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}$ сокращения длины специальной теории относительности. Проводя аналогию между ними и формулами $\tau_{AB} = \tau_B \cdot w_{AB}$ и $\Delta x' = w_{CA} \cdot \Delta x$ («формула сокращения/увеличения расстояния») соответственно, можно увидеть благодаря асимметрии в нашем дискретном «мире», что коэффициент $\frac{1}{\gamma} = \sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}$, обратный коэффициенту Лоренца γ, имеет разный «физический» смысл в этих формулах. Коэффициент $\frac{1}{\gamma}$ в первой формуле имеет значение коэффициента w_{BA}, а во второй формуле – значение коэффициента w_{AB}, если мы рассматриваем тело B относительно тела A.

Выводы

Рассмотрена алгоритмическая модель относительности на примере коллектива автоматов без состояний, взаимодействующих в дискретной среде. Модель названа алгоритмической, так как она основана на понятии состояния коллектива взаимодействующих в среде автоматов как цельного объекта, перемещающегося и вычисляющего в среде, и на понятии меры изменения состояния как меры собственного времени коллектива. В работе различаются внешние и внутренние состояния. Внешнее состояние зависит от внутреннего состояния и скорости перемещения коллектива автоматов. Внутреннее состояние представляет собой аналог обычного состояния в теории автоматов. Найденные соотношения между скоростями перемещения и скоростями изменения состояний во многом совпадают с аналогичными соотношениями в специальной теории относительности. В силу инерциальности элементарных объектов в среде, мера изменения состояния оказывается тесно связанной с мерой взаимодействия, то есть количеством полученной информации о других объектах в среде.

Список литературы

1. Бессонов Е. Г. Об одном пути к преобразованиям Лоренца [Текст] / Е. Г. Бессонов. – УФН, 2016. – Т. 186, № 5. – С. 537–541.
2. Алешкевич В. А. О преподавании специальной теории относительности на основе современных экспериментальных данных [Текст] / В. А. Алешкевич. – УФН, 2012. – Т. 182. – С. 1301–1318.
3. Курганский А.Н. О мере изменения состояния коллектива взаимодействующих элементарных автоматов в дискретной среде [Текст] / А. Н. Курганский // Кибернетика и системный анализ. – 2012. – № 3. – С. 35–44.
4. Oleksiy Kurgansky. A state of a dynamic computational structure distributed in an environment: a model and its corollaries [Text] / Oleksiy Kurgansky // eprint arXiv:1007.3836, 1-11, 2010.

References

1. Bessonov E. G. *Ob odnom puti k preobrazovaniyu Lorentsa* [Another route to the Lorentz transformations]. Uspekhi Fizicheskikh Nauk, 2016, Volume 59, no. 5, pp. 475–479.
2. Aleshkevich V. A. *O prepodavanii spetsial'noy teorii otnositel'nosti na osnove sovremennykh eksperimental'nykh dannykh* [On special relativity teaching using modern experimental data], Phys. Usp. 55, 2012, pp. 1214–1231.
3. Kurganskyy O. N. Izmeneniya v sostoyanii kollektivnoy vzaimosvyazi elementarnykh avtomatov v diskretnoy srede [A measure of state transition of a collective of interacting stateless automata in a discrete environment]. *Kibernetika i sistemnyy analiz Cybernetics and Systems Analysis*, Publisher: Springer US, May 2012, Volume 48, Issue 3, pp. 349-357.
4. Oleksiy Kurgansky A state of a dynamic computational structure distributed in an environment: a model and its corollaries. *eprint arXiv*:1007.3836, 1-11, 2010.

RESUME

A. N. Kurganskyy

On An Algorithmic Model Of Relativity

Background: an algorithmic model of relativity is considered on an example of a collective of stateless automata interacting within a discrete environment. The model is called algorithmic because it is based on the notion of the state of a collective of interacting automata as an integral object moving in computational environment, and on the notion of the measure of state transition as a measure of a collective’s proper time. In this work we distinguish the external and internal states. The external states depends on the internal states and the collective of automata spatial velocity. The relations between the spatial velocities and the velocities of states transition are similar to analogous relations in the special relativity theory. Due to the inertness of elementary objects in the environment, the measure of state transition is closely related to the measure of interaction, that is to the amount of obtained information about other objects in the environment.

Materials and methods: finite automata theory, theory of automata interacting within discrete environment, special theory of relativity.

Results: proposed an algorithmic model of special relativity.

Conclusion: the proposed model gives an algorithmic point of view on the theory of relativity.

РЕЗЮМЕ

А. Н. Курганский

Об одной алгоритмической модели относительности

Предпосылки: алгоритмическая модель относительности рассматривается на примере коллектива автоматов без состояния, взаимодействующих в дискретной среде. Модель называется алгоритмической, потому что она основана на понятии состояния коллектива взаимодействующих автоматов как целостного объекта, движущегося в вычислительной среде, и на понятии меры перехода состояния как меры собственного времени коллектива. В этой работе мы различаем внешние и внутренние состояния. Внешние состояния зависят от внутренних состояний и коллектива автоматов с пространственной скоростью. Соотношения между пространственными скоростями и скоростями перехода состояний аналогичны аналогичным соотношениям в специальной теории относительности. Из-за инертности элементарных объектов в среде мера перехода состояния тесно связана с мерой взаимодействия, то есть с количеством получаемой информации о других объектах в среде.

Материалы и методы: теория конечных автоматов, теория автоматов, взаимодействующих в дискретной среде, специальная теория относительности.

Результаты: предложена алгоритмическая модель специальной теории относительности.

Вывод: предложенная модель дает алгоритмическую точку зрения на теорию относительности.

Статья поступила в редакцию 01.11.2018.