

УДК 519.21

О. В. Александрова¹, Б. В. Бондарев², Т. В. Жмыхова¹

¹ ГОУ ВПО «Донбасская национальная академия строительства и архитектуры» (ДонНАСА)
286123, Донецкая обл., г. Макеевка, ул. Державина, 2,

² ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет» (ДонНУ)
283001, г. Донецк, ул. Университетская, 24

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ОПЫТА ОРГАНИЗАЦИИ ИЗБИРАТЕЛЬНЫХ КАМПАНИЙ ПРИ ВЫБОРЕ РЕКЛАМНЫХ СТРАТЕГИЙ СТРАХОВЫХ КОМПАНИЙ

O. V. Aleksandrova¹, B. V. Bondarev², T. V. Zhmykhova¹

¹ SEI HPE "Donbass National Academy of Engineering and Architecture" (DonNASA)
286123, Donetsk area, Makeevka, st. Derzhavina, 2

² SEI HPE "Donetsk National University" (DonNU)
283001, Donetsk, University str., 24

THE USE OF EXPERIENCE OF ORGANIZING FROM THE ELECTORAL CAMPAINGS IN THE SETTING ADVERTISING STRATEGIES OF THE INSURANCE COMPANIES

О. В. Александрова¹, Б. В. Бондарев², Т. В. Жмихова¹

¹ ДОУ ВПО «Донбаська національна академія будівництва і архітектури» (ДонНАБА)
Донецька обл., м. Макіївка, вул. Державіна, 2

² ДОУ ВПО «Донецький національний університет» (ДонНУ)
283001, г. Донецьк, вул. Університетська, 24

ВИКОРИСТАННЯ ДОСВІДУ ОРГАНІЗАЦІЇ ВИБОРЧИХ КАМПАНІЙ ПРИ ВИБОРІ РЕКЛАМНИХ СТРАТЕГІЙ СТРАХОВИХ КОМПАНІЙ

В статье рассматривается вопрос использования опыта организации предвыборных кампаний и выбора стратегий рекламы, а также проблема определения части бюджета, выделяемого на рекламу. Данный опыт может быть полезен страховым компаниям, целью которых является привлечение новых клиентов, что является аналогом привлечения дополнительного количества голосов избирателей.

Ключевые слова: страховая компания, рекламная стратегия, марковские процессы, конкуренция, ресурсы.

The article considers the issue of applying the experience of electoral campaigns organizing and advertising strategies choosing, as well as the problem of determining the part of the budget allocated for advertising. This experience can be useful for the insurance companies the aim of the attracting the new customers, which is similar to the involvement of the additional number of votes.

Keywords: insurance company, the advertising strategy, the Markov processes, competition, resources.

У статті розглядається питання використання досвіду організації передвиборчих кампаній і вибору стратегій реклами, а також проблема визначення частини бюджету, що відводиться на рекламу. Цей досвід може бути корисний страховим компаніям, метою яких є залучення нових клієнтів, що є аналогом залучення додаткової кількості голосів виборців.

Ключові слова: страхова компанія, рекламна стратегія, марковські процеси, конкуренція, ресурси.

Введение

Целью любой маркетинговой деятельности, а деятельность страховых компаний можно считать таковой, является завоевание устойчивой доли рынка, которая обеспечит долголетие на рынке страховых услуг. Одним из инструментов достижения этой цели может служить реклама, которая перерастает в средство борьбы за страхователя и может обеспечить конкурентное преимущество на рынке однородных продуктов. Обеспечение конкурентного преимущества является результатом успешной стратегии, которая может быть основана на нейтрализации конкурентных преимуществ других фондов за счет использования, например, слабых сторон конкурентов.

Поскольку проведение рекламной кампании требует значительных денежных вливаний, то перед ее проведением необходимо проводить исследования для оценки ее эффективности, в качестве одного из методов исследования можно использовать опыт проведения электоральных кампаний, где реклама устойчиво доминирует, иногда даже целые избирательные кампании построены исключительно на ее основе. Подобные задачи рассматривали в [1], где было изучено несколько оптимизационных задач и игр, относящихся к проблеме распределения информационных ресурсов в предвыборной кампании, в [2] изучался вопрос распределения средств на рекламу и антирекламу в предвыборной кампании, а в [3], где задача рассматривается с точки зрения двух партий, целью каждой из которых является получение количества голосов, большего заданного, а количество сторонников партии во время избирательной кампании описывается стохастическим дифференциальным уравнением. В [4] рассмотрена задача о моделировании избирательной кампании с точки зрения распределения голосов избирателей по предвыборным участкам с целью получения максимального выигрыша. Подобные вопросы также были рассмотрены в работах [5–7]. Отличие данной работы заключается в том, что задача распределения ресурсов рассматривается в применении к марковской модели процесса выбора, а также в том, что была предпринята попытка адаптировать опыт электоральных кампаний к деятельности страховых компаний. Данный опыт может быть хорош для тех видов страхования, где известно предполагаемое количество страхователей (атомный пул, морское страхование, страхование иностранных инвестиций от некоммерческих рисков).

В данной работе рассмотрена игра двух страховых компаний (далее – СК1 и СК2), с позиции СК1 с точки зрения моделирования электоральной кампании, которое бы позволило сделать прогноз развития такой игры с предполагаемым количеством страхователей, а также найти оптимальные стратегии и цену такой игры. Стратегии игроков в такой игре – определение части капитала, вкладываемого в рекламу. В качестве критерия эффективности – разница в количестве страхователей СК1 и СК2.

Постановка задачи

Пусть в предвыборной кампании участвуют две страховые компании – СК1 и СК2, которые пытаются привлечь страхователей, численность которых составляет $m + n$, $m, n \in N$. Рекламная кампания рассматривается как игра между этими двумя компаниями с точки зрения СК1. Число страхователей СК1 на начало проведения рекламной кампании составляет величину m . Предполагается, что страхователи могут менять свои предпочтения в результате проведения кампании, однако они обязаны быть застрахованными, поэтому число страхователей СК2 в начале кампании составляет n . Рекламная кампания состоит из двух этапов. Каждая из страховых компаний выделяет определённую сумму средств на рекламу. Капитал СК1 обозначим $B = \beta_1 + \beta_2$, а СК2 – $A = \alpha_1 + \alpha_2$. Предполагается, что решения о распределении капитала прини-

маются в начале кампании. Стратегиями компаний в такой игре будет распределение капитала по периодам рекламной кампании. Требуется найти оптимальные стратегии страховых компаний и цену игры.

Основные результаты

Рассмотрим цепь Маркова со счетным числом состояний. Пусть после предпринятых действий СК1 и СК2 на i -м этапе кампании ($i = 1, 2$), вероятность того, что страхователь обратится к страховщику СК1, будет равна $p_i = \frac{\beta_i}{B + A}$, а если страхователь выберет компанию-конкурента СК2 – $q_i = 1 - \frac{\beta_i}{B + A}$ ($p_i + q_i = 1$). Значит, страхователь с вероятностью $t_i = \frac{\alpha_i}{B + A}$ застрахуется в СК2 и с вероятностью $s_i = 1 - \frac{\alpha_i}{B + A}$ обратится к СК1 ($t_i + s_i = 1$).

Пусть случайные величины v_i и μ_i , описывающие страхователей, которые перешли в СК1 и в СК2, имеют биномиальное распределение с параметрами (n, p_i) и (m, t_i) соответственно, то есть

$$\begin{aligned} P\{v_i = l\} &= C_n^l p_i^l q_i^{n-l}, \\ P\{\mu_i = k\} &= C_m^k t_i^k s_i^{m-k}. \end{aligned} \tag{1}$$

Введем матрицу переходных вероятностей P :

$$P = \{p_{ff}\}, \quad 0 \leq p_{ff} \leq 1, \quad \text{и } \forall f, j \quad \sum_j p_{ff} = 1.$$

В этом случае марковская цепь может быть интерпретирована так: некий страхователь, находящийся в вершине сети с номером f (состояние f), с вероятностью p_{ff} переходит в вершину j в момент времени t , то есть численность СК1 с f изменится на j человек.

Частный случай. Найдем вероятность получить 3-х страхователей для СК1 с начальной численностью $m = 2$, с учетом, что в СК2 – $n = 2$.

$$\begin{aligned} p_{23} &= P\{\mu_1 = 0\} P\{v_1 = 1\} + P\{\mu_1 = 1\} P\{v_1 = 2\} = \\ &= C_2^0 t_1^0 s_1^2 \cdot C_2^0 p_1^1 q_1^1 + C_2^1 t_1^1 s_1^1 \cdot C_2^2 p_1^2 q_1^0 = \\ &= 2s_1^2 p_1 q_1 + 2s_1 t_1 p_1^2 = 2s_1 p_1 (s_1 q_1 + t_1 p_1). \end{aligned}$$

При том же начальном условии найдем вероятность потерять страхователей для СК1:

$$p_{20} = P\{\mu_1 = 2\} P\{v_1 = 0\} = C_2^0 t_1^2 s_1^0 \cdot C_2^0 p_1^0 q_1^2 = t_1^2 q_1^2.$$

Вычислим при тех же начальных условиях вероятность того, что СК1 не приобретет и не потеряет ни одного клиента:

$$\begin{aligned} p_{22} &= P\{\mu_1 = 0\} P\{v_1 = 0\} + P\{\mu_1 = 1\} P\{v_1 = 1\} + P\{\mu_1 = 2\} P\{v_1 = 2\} = \\ &= C_2^0 t_1^0 s_1^2 \cdot C_2^0 p_1^0 q_1^2 + C_2^1 t_1^1 s_1^1 \cdot C_2^1 p_1^1 q_1^1 + C_2^2 t_1^2 s_1^0 \cdot C_2^2 p_1^2 q_1^0 = \\ &= s_1^2 q_1^2 + 4s_1 t_1 p_1 q_1 + t_1^2 p_1^2. \end{aligned}$$

Находя аналогичным образом элементы матрицы переходных вероятностей P , получим:

$$P_1 = \begin{pmatrix} q_1^4 & 4p_1q_1^3 & 6p_1^2q_1^2 & 4p_1^3q_1 & p_1^4 \\ p_2q_1^3 & q_1^2(q_1q_2 + p_1p_2) & 3p_1q_1(q_1q_2 + p_1p_2) & p_1^2(q_1q_2 + p_1p_2) & p_1^3q_2 \\ p_2^2q_1^2 & 2p_2q_1(q_1q_2 + p_1p_2) & q_1^2q_2^2 + 4q_1q_2p_1p_2 + p_1^2p_2^2 & 2p_1q_2(q_1q_2 + p_1p_2) & p_1^2q_2^2 \\ p_2^3q_1 & p_2^2(q_1q_2 + p_1p_2) & 3p_2q_2(q_1q_2 + p_1p_2) & q_2^2(q_1q_2 + p_1p_2) & p_1q_2^3 \\ p_2^4 & 4p_2^3q_2 & 6p_2^2q_2^2 & 4p_2q_2^3 & q_2^4 \end{pmatrix}.$$

Для получения матрицы переходных вероятностей для общего случая необходимо рассматривать варианты:

- а) число страхователей компаний СК1 и СК2 $m+n, (m \neq n)$ – четное;
- б) число страхователей компаний СК1 и СК2 $m+n, (m \neq n)$ – нечетное.

В случае а) для составления матрицы переходных вероятностей для первой четверти достаточно получить $\frac{m+n}{2}$ строк и столбцов;

для случая б) число строк и столбцов должно быть равно $\frac{m+n-1}{2}$.

Поскольку остальные элементы матрицы являются «зеркальным» отображением 1-й четверти относительно $\frac{m+n}{2}$ строки (столбца) в случае а) и $\frac{m+n-1}{2}$ строки (столбца) в случае б), то для нахождения оставшихся элементов матрицы необходимо провести замену:

- для 2-й четверти: $p_i = q_i, t_i = s_i$;
- для 3-й четверти: $p_i = s_i, t_i = q_i$;
- для 4-й четверти: $p_i = t_i, q_i = s_i$.

Замечание. 1-я четверть матрицы переходных вероятностей P_i^a для случая а) представлена в Приложении А, P_i^b для случая б) – в Приложении Б.

Остается открытым вопрос о расчете вероятности нахождения системы в различных состояниях после второго этапа рекламной кампании.

Введем начальное распределение цепи Маркова, а именно

$$\bar{p}_0 = (p_0, p_1, \dots, p_{m+n}). \quad (2)$$

На начало проведения рекламной кампании для СК1 вектор (2) имеет вид:

$$\bar{p}_0 = (\underbrace{0, 0, \dots, 0}_{m-1}, \underbrace{1, 0, 0, \dots, 0}_n). \quad (3)$$

Воспользовавшись уравнением Колмогорова – Чепмена [8], выпишем вероятность состояния системы после k -го этапа в общем виде:

$$\bar{p}_k = \bar{p}_{k-1} \cdot P. \quad (4)$$

Таким образом, воспользовавшись (4), после первого этапа рекламной кампании вероятность состояния системы будет равна

$$\bar{p}_1 = \bar{p}_0 \cdot P_1. \quad (5)$$

И соответственно после второго этапа:

$$\overline{p}_2 = \overline{p}_1 \cdot P_2. \quad (6)$$

То есть финальный вектор состояний страховой компании, проводимой в два этапа с учетом (6), можно переписать в виде:

$$\overline{p}_2 = (p_0^2, p_1^2, \dots, p_{m+n}^2). \quad (7)$$

Найдем элементы вектора (7) для вектора (3).

Пусть общее количество страхователей СК1 и СК2 $m + n$ – четное.

Рассмотрим случаи:

а) пусть число страхователей СК2 в начале проведения рекламной кампании превышает число страхователей СК1, т. е. $m < n$, тогда для $k = 0, \frac{m+n}{2}$ элементы вектора (7) p_k^2 вычисляются по формуле:

$$p_k^2 = \begin{cases} R_k^2(1), k < m, \\ R_k^2(2), k \geq m, \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} R_k^2(1) &= \sum_{i=0}^k q_1^{n-i} t_1^{m-i} q_2^{m+n-k-i} p_2^{k-i} \sum_{f=0}^i C_m^{f+m-i} C_n^f (q_1 s_1)^{i-f} (p_1 t_1)^f \sum_{j=0}^i C_i^j C_{n+m-i}^{k-i+j} (q_2 s_2)^{i-j} (p_2 t_2)^j + \\ &+ \sum_{i=k+1}^m q_1^{n-i} t_1^{m-i} q_2^{m+n-k-i} t_2^{k-i} \sum_{f=0}^i C_m^{f+m-i} C_n^f (q_1 s_1)^{i-f} (p_1 t_1)^f \sum_{j=0}^i C_i^j C_{n+m-i}^j (q_2 s_2)^{k-j} (p_2 t_2)^j + \\ \text{где} \quad &+ \sum_{i=m+1}^{\frac{m+n}{2}} q_1^{n-i} p_1^{i-m} q_2^{m+n-k-i} t_2^{i-k} \sum_{f=0}^m C_m^f C_n^{f+i-m} (q_1 s_1)^{m-f} (p_1 t_1)^f \sum_{j=0}^k C_i^{j+i-1} C_{n+m-i}^j (q_2 s_2)^{k-j} (p_2 t_2)^j + \\ &+ \sum_{i=0}^k p_1^{n-i} s_1^{m-i} t_2^{m+n-k-i} s_2^{k-i} \sum_{f=0}^i C_m^{f+m-i} C_n^f (q_1 s_1)^f (p_1 t_1)^{i-f} \sum_{j=0}^i C_i^j C_{n+m-i}^{k-i+j} (q_2 s_2)^j (p_2 t_2)^{i-j} \\ &+ \sum_{i=k+1}^k p_1^{n-i} s_1^{m-i} t_2^{m+n-k-i} q_2^{k-i} \sum_{f=0}^i C_m^{f+m-i} C_n^f (q_1 s_1)^f (p_1 t_1)^{i-f} \sum_{j=0}^i C_i^{j+i-1} C_{n+m-i}^j (q_2 s_2)^j (p_2 t_2)^{k-j} \\ &+ \sum_{i=m+1}^{\frac{m+n}{2}-1} p_1^{n-i} q_1^{i-m} t_2^{m+n-k-i} q_2^{i-k} \sum_{f=0}^m C_m^f C_n^{f+i-m} (q_1 s_1)^f (p_1 t_1)^{m-f} \sum_{j=0}^k C_i^{j+i-1} C_{n+m-i}^j (q_2 s_2)^j (p_2 t_2)^{k-j}, \\ R_k^2(2) &= \sum_{i=0}^m q_1^{n-i} t_1^{m-i} q_2^{m+n-k-i} p_2^{k-i} \sum_{f=0}^i C_m^{f+m-i} C_n^f (q_1 s_1)^{i-f} (p_1 t_1)^f \sum_{j=0}^i C_i^j C_{n+m-i}^{k-i+j} (q_2 s_2)^{i-j} (p_2 t_2)^j + \\ &+ \sum_{i=m+1}^k q_1^{n-i} p_1^{i-m} q_2^{m+n-k-i} p_2^{k-i} \sum_{f=0}^m C_n^{f+i-m} C_m^f (q_1 s_1)^{m-f} (p_1 t_1)^f \sum_{j=0}^i C_i^j C_{n+m-i}^{k-i+j} (q_2 s_2)^{i-j} (p_2 t_2)^j + \\ &+ \sum_{i=k+1}^{\frac{m+n}{2}} q_1^{n-i} p_1^{i-m} q_2^{m+n-k-i} t_2^{i-k} \sum_{f=0}^m C_m^f C_n^{f+i-m} (q_1 s_1)^{m-f} (p_1 t_1)^f \sum_{j=0}^k C_i^{j+i-1} C_{n+m-i}^j (q_2 s_2)^{k-j} (p_2 t_2)^j + \\ &+ \sum_{i=0}^m p_1^{n-i} s_1^{m-i} t_2^{m+n-k-i} s_2^{k-i} \sum_{f=0}^i C_m^{f+m-i} C_n^f (q_1 s_1)^f (p_1 t_1)^{i-f} \sum_{j=0}^i C_i^j C_{n+m-i}^{k-i+j} (q_2 s_2)^j (p_2 t_2)^{i-j} + \\ &+ \sum_{i=m+1}^k p_1^{n-i} q_1^{i-m} t_2^{m+n-k-i} s_2^{k-i} \sum_{f=0}^m C_n^{f+i-m} C_m^f (q_1 s_1)^f (p_1 t_1)^{m-f} \sum_{j=0}^i C_i^j C_{n+m-i}^{k-i+j} (q_2 s_2)^j (p_2 t_2)^{i-j} + \\ &+ \sum_{i=k+1}^{\frac{m+n}{2}-1} p_1^{n-i} q_1^{i-m} t_2^{m+n-k-i} q_2^{i-k} \sum_{f=0}^m C_m^f C_n^{f+i-m} (q_1 s_1)^f (p_1 t_1)^{m-f} \sum_{j=0}^k C_i^{j+i-1} C_{n+m-i}^j (q_2 s_2)^j (p_2 t_2)^{k-j}. \end{aligned}$$

Для $k = \frac{m+n}{2} + 1, m+n$, ввиду симметричности матрицы переходных вероятностей P , элементы вектора (7) p_k^2 вычисляются по формуле (8) с заменой (9), а именно:

$$\begin{cases} p_2 = q_2, \\ t_2 = s_2. \end{cases} \quad (9)$$

б) пусть теперь количество страхователей СК2 в начале проведения рекламной кампании меньше или такое же, как и количество застрахованных СК1, т. е. $m \geq n$, тогда для $k = 0, \frac{m+n}{2}$ элементы вектора (7) p_k^2 вычисляются по формуле (8) с заменой (10), а именно:

$$\begin{cases} p_1 = s_1, \\ t_1 = q_1. \end{cases} \quad (10)$$

Для $k = \frac{m+n}{2} + 1, m+n$ элементы вектора (7) p_k^2 вычисляются по формуле (8) с заменами (9) и (10).

Пусть теперь общее количество страхователей СК1 и СК2 $m+n$ - нечетное. Рассмотрим случаи:

а) пусть число страхователей СК2 в начале проведения рекламной кампании превышает число страхователей СК1, т. е. $m < n-1$, тогда для $k = 0, \frac{m+n-1}{2}$ элементы вектора (7) p_k^2 вычисляются по формуле:

$$p_k^2 = \begin{cases} R_k^2(3), k < m, \\ R_k^2(4), k \geq m, \end{cases} \quad (11)$$

где

$$\begin{aligned} R_k^2(3) = & \sum_{i=0}^k q_1^{n-i} t_1^{m-i} q_2^{m+n-k-i} p_2^{k-i} \sum_{f=0}^i C_m^{f+m-i} C_n^f (q_1 s_1)^{i-f} (p_1 t_1)^f \sum_{j=0}^i C_i^j C_{n+m-i}^{k-i+j} (q_2 s_2)^{i-j} (p_2 t_2)^j + \\ & + \sum_{i=k+1}^m q_1^{n-i} t_1^{m-i} q_2^{m+n-k-i} t_2^{i-k} \sum_{f=0}^i C_m^{f+m-i} C_n^f (q_1 s_1)^{i-f} (p_1 t_1)^f \sum_{j=0}^i C_i^{j+i-1} C_{n+m-i}^j (q_2 s_2)^{k-j} (p_2 t_2)^j + \\ & + \sum_{i=m+1}^{\frac{m+n-1}{2}} q_1^{n-i} p_1^{i-m} q_2^{m+n-k-i} t_2^{i-k} \sum_{f=0}^m C_m^f C_n^{f+i-m} (q_1 s_1)^{m-f} (p_1 t_1)^f \sum_{j=0}^k C_i^{j+i-1} C_{n+m-i}^j (q_2 s_2)^{k-j} (p_2 t_2)^j + \\ & + \sum_{i=0}^k p_1^{n-i} s_1^{m-i} t_2^{m+n-k-i} s_2^{k-i} \sum_{f=0}^i C_m^{f+m-i} C_n^f (q_1 s_1)^f (p_1 t_1)^{i-f} \sum_{j=0}^i C_i^j C_{n+m-i}^{k-i+j} (q_2 s_2)^j (p_2 t_2)^{i-j} \\ & + \sum_{i=k+1}^m p_1^{n-i} s_1^{m-i} t_2^{m+n-k-i} q_2^{i-k} \sum_{f=0}^i C_m^{f+m-i} C_n^f (q_1 s_1)^f (p_1 t_1)^{i-f} \sum_{j=0}^k C_i^{j+i-1} C_{n+m-i}^j (q_2 s_2)^j (p_2 t_2)^{k-j} \\ & + \sum_{i=m+1}^{\frac{m+n-1}{2}} p_1^{n-i} q_1^{i-m} t_2^{m+n-k-i} q_2^{i-k} \sum_{f=0}^m C_m^f C_n^{f+i-m} (q_1 s_1)^f (p_1 t_1)^{m-f} \sum_{j=0}^k C_i^{j+i-1} C_{n+m-i}^j (q_2 s_2)^j (p_2 t_2)^{k-j}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R_k^2(4) = & \sum_{i=0}^m q_1^{n-i} t_1^{m-i} q_2^{m+n-k-i} p_2^{k-i} \sum_{f=0}^i C_m^{f+m-i} C_n^f (q_1 s_1)^{i-f} (p_1 t_1)^f \sum_{j=0}^i C_i^j C_{n+m-i}^{k-i+j} (q_2 s_2)^{i-j} (p_2 t_2)^j + \\
 & + \sum_{i=m+1}^k q_1^{n-i} p_1^{i-m} q_2^{m+n-k-i} p_2^{k-i} \sum_{f=0}^m C_n^{f+i-m} C_m^f (q_1 s_1)^{m-f} (p_1 t_1)^f \sum_{j=0}^i C_i^j C_{n+m-i}^{k-i+j} (q_2 s_2)^{i-j} (p_2 t_2)^j + \\
 & + \sum_{i=k+1}^{\frac{m+n}{2}} q_1^{n-i} p_1^{i-m} q_2^{m+n-k-i} t_2^{i-k} \sum_{f=0}^m C_m^f C_n^{f+i-m} (q_1 s_1)^{m-f} (p_1 t_1)^f \sum_{j=0}^k C_i^{j+i-1} C_{n+m-i}^j (q_2 s_2)^{k-j} (p_2 t_2)^j + \\
 & + \sum_{i=0}^m p_1^{n-i} s_1^{m-i} t_2^{m+n-k-i} s_2^{k-i} \sum_{f=0}^i C_m^{f+m-i} C_n^f (q_1 s_1)^f (p_1 t_1)^{i-f} \sum_{j=0}^i C_i^j C_{n+m-i}^{k-i+j} (q_2 s_2)^j (p_2 t_2)^{i-j} + \\
 & + \sum_{i=m+1}^k p_1^{n-i} q_1^{i-m} t_2^{m+n-k-i} s_2^{k-i} \sum_{f=0}^m C_n^{f+i-m} C_m^f (q_1 s_1)^f (p_1 t_1)^{m-f} \sum_{j=0}^i C_i^j C_{n+m-i}^{k-i+j} (q_2 s_2)^j (p_2 t_2)^{i-j} + \\
 & + \sum_{i=k+1}^{\frac{m+n}{2}} p_1^{n-i} q_1^{i-m} t_2^{m+n-k-i} q_2^{i-k} \sum_{f=0}^m C_m^f C_n^{f+i-m} (q_1 s_1)^f (p_1 t_1)^{m-f} \sum_{j=0}^k C_i^{j+i-1} C_{n+m-i}^j (q_2 s_2)^j (p_2 t_2)^{k-j}.
 \end{aligned}$$

Для $k = \frac{m+n}{2} + 1, m+n$, ввиду симметричности матрицы переходных вероятностей P , элементы вектора (7) p_k^2 получаем аналогично по формуле (11) с заменой (9).

б) пусть теперь количество страхователей СК2 в начале проведения рекламной кампании меньше или такое же, как и количество застрахованных СК1, т. е. $m \geq n-1$, тогда для $k = 0, \frac{m+n-1}{2}$ элементы вектора (7) p_k^2 вычисляются по формуле (11) с заменой (10).

Для $k = \frac{m+n-1}{2} + 1, m+n$ элементы вектора (7) p_k^2 вычисляются по формуле (11) с заменами (9) и (10).

Используя финальный вектор (7) рекламной кампании, проводимой в два этапа, элементы которого находятся по формулам (8), (11) с соответствующими условиями (9) и (10), выпишем функцию выигрыша для СК1:

$$V = \begin{cases} \sum_{k:k > \frac{m+n+1}{2}}^{m+n} p_k^2, & m+n - \text{нечетное}, \\ \sum_{k:k > \frac{m+n}{2}}^{m+n} p_k^2, & m+n - \text{четное}. \end{cases} \quad (12)$$

Функция выигрыша V , полученная в (12), зависит от части капитала, которую страховые компании вкладывают в i -й период рекламной кампании, т.е.

$$V = V(\beta_1, \alpha_1),$$

где $V(\beta_1, \alpha_1)$ – функция выигрыша СК1 при вложении в 1-й этап рекламной кампании доли β_1 общего бюджета B , а СК2 – доли α_1 бюджета A .

СК2 знает, что СК1 будет пытаться максимизировать свой выигрыш, то есть максимизировать число застрахованных, и это число будет зависеть от стратегии СК2, что выражается формулой:

$$\max_{\beta_1} V(\beta_1, \alpha_1).$$

Задача СК2 – выбрать свою стратегию так, чтобы минимизировать максимальный выигрыш СК1, другими словами, чтобы уменьшить число ушедших клиентов, т.е. решить задачу нахождения минимума максимума функции:

$$\min_{\alpha_1} \max_{\beta_1} V(\beta_1, \alpha_1).$$

Аналогично, СК1 будет пытаться выбрать такую стратегию, чтобы минимизировать максимальный выигрыш СК2, т.е. найти

$$\max_{\beta_1} \min_{\alpha_1} V(\beta_1, \alpha_1).$$

Цена такой игры при оптимальных управлениях

$$\beta_1 = 0, \alpha_1 = 0. \quad (13)$$

на случай, если $m + n$ – четное:

$$\begin{aligned} \min_{\alpha_1} \max_{\beta_1} V(\beta_1, \alpha_1) &= \max_{\beta_1} \min_{\alpha_1} V(\beta_1, \alpha_1) = \\ &= \sum_{k=0}^{\frac{m+n}{2}-1} \left(\frac{B}{B+A} \right)^{m+n-2k} \sum_{j=0}^k C_m^{j+m-k} C_n^j \left(\frac{BA}{(B+A)^2} \right)^k; \end{aligned} \quad (14)$$

в случае $m + n$ – нечетное:

$$\begin{aligned} \min_{\alpha_1} \max_{\beta_1} V(\beta_1, \alpha_1) &= \max_{\beta_1} \min_{\alpha_1} V(\beta_1, \alpha_1) = \\ &= \sum_{k=0}^{\frac{m+n-1}{2}} \left(\frac{B}{B+A} \right)^{m+n-2k} \sum_{j=0}^k C_m^{j+m-k} C_n^j \left(\frac{BA}{(B+A)^2} \right)^k. \end{aligned} \quad (15)$$

Пример. Рассмотрим пример, пусть $m = n = 2$ человека, бюджет СК1 составляет $B = 1$, СК2 – $A = 0,6$. Матрица переходных вероятностей согласно Приложению А имеет вид:

$$P_1 = \begin{pmatrix} q_1^4 & 4p_1q_1^3 & 6p_1^2q_1^2 & 4p_1^3q_1 & p_1^4 \\ p_2q_1^3 & q_1^2(q_1q_2 + p_1p_2) & 3p_1q_1(q_1q_2 + p_1p_2) & p_1^2(q_1q_2 + p_1p_2) & p_1^3q_2 \\ p_2^2q_1^2 & 2p_2q_1(q_1q_2 + p_1p_2) & q_1^2q_2^2 + 4q_1q_2p_1p_2 + p_1^2p_2^2 & 2p_1q_2(q_1q_2 + p_1p_2) & p_1^2q_2^2 \\ p_2^3q_1 & p_2^2(q_1q_2 + p_1p_2) & 3p_2q_2(q_1q_2 + p_1p_2) & q_2^2(q_1q_2 + p_1p_2) & p_1q_2^3 \\ p_2^4 & 4p_2^3q_2 & 6p_2^2q_2^2 & 4p_2q_2^3 & q_2^4 \end{pmatrix}.$$

Начальный вектор вероятностей для СК1:

$$\bar{p}_0 = (0, 0, 1, 0, 0).$$

Поскольку $m+n$ – четное, то функцию выигрыша для СК1 будем искать по формуле (14):

$$V = t_1^4 p_2^4 + 4t_1^3 p_2^3 s_1 s_2 + 6t_1^2 p_2^2 s_1^2 s_2^2 + 4t_1 p_2 s_1^3 s_2^3 + s_1^4 s_2^4 + 4t_1^4 p_2^3 q_2 + 4t_1^3 p_2^2 s_1 (3s_2 q_2 + p_2 t_2) + 12s_1^2 t_1^2 p_2 s_2 (s_2 q_2 + p_2 t_2) + 4s_1^3 s_2^2 t_1 (s_2 q_2 + 3p_2 t_2) + 4s_1^4 s_2^3 t_2.$$

Если обе страховые компании придерживаются оптимальных стратегий (13), тогда цена игры согласно (14) будет равна:

$$C = \frac{B^3(B+4A)}{(B+A)^4} \approx 0,52.$$

Пусть СК2 отклонилась от оптимальной стратегии и выделила на 1-й этап кампании долю бюджета $\alpha_1 = 0,5A$. Тогда $C \approx 0,65$, т.е. СК2 значительно уменьшила свои шансы приобрести новых клиентов.

Допустим, СК1 решает вложить в 1-й этап выборов $\beta_1 = 0,6B$, тогда цена игры будет равна $C \approx 0,32$, что говорит о том, что клиенты СК1 скорее покинут эту страховую компанию и отдадут свое предпочтение СК2.

Таким образом, отклонение СК1 и СК2 от оптимальных стратегий (13) уменьшает их шансы в привлечении новых страхователей.

Выводы

В данной статье предложен способ нахождения распределения числа застрахованных первой страховой компанией при условии проведения рекламной кампании в 2 этапа.

Рассматриваемая проблема является актуальной при решении задач математического моделирования капитала страховой компании, которая может использовать его для принятия управленческих решений на страховом рынке. При моделировании использован опыт предвыборных кампаний, целью которых является привлечение новых избирателей (новых клиентов), так же, как у страховых компаний. Найдены оптимальные стратегии вложения средств на i -м шаге рекламной кампании и цена игры в общем виде.

Показано, что страховым компаниям лучше всего вкладывать свой капитал в последний этап кампании, поскольку так они максимизируют свою функцию выигрыша, а отклонение от оптимальной стратегии значительно уменьшает шансы переманить клиентов конкурента.

Приложение А

Матрица переходных вероятностей для случая $m+n$ - четное

(j, i)	0	1	2	...	$\frac{m+n-1}{2}$	$\frac{m+n}{2}$
0	q_1^{m+n}	$C_{m+n}^{m+n-1} p_1 q_1$	$C_{m+n}^{m+n-2} p_1^2 q_1$...	$C_{m+n}^{m+n-1} p_1^{m+n-1} q_1^2$	$C_{m+n}^{m+n} p_1^{m+n} q_1^2$
1	$q_1^{m+n-1} t_1$	$q_1^{m+n-2} \times \sum_{i=0}^1 C_2 C_{m+n-2}^{i-1} (Q)^{i-1} (T)^i$	$q_1^{m+n-3} \times \sum_{i=0}^1 C_1 C_{m+n-1}^{i-1} (Q)^{i-1} (T)^i$...	$q_1^2 p_1^{m+n-2} \times \sum_{i=0}^1 C_1 C_{m+n-2}^{i-1} (Q)^{i-1} (T)^i$	$q_1^2 p_1^{m+n-1} \times \sum_{i=0}^1 C_1 C_{m+n-1}^{i-1} (Q)^{i-1} (T)^i$
2	$q_1^{m+n-2} t_1^2$	$q_1^{m+n-3} t_1 \times \sum_{i=0}^1 C_2^{i+1} C_{m+n-2}^{i-1} (Q)^{i-1} (T)^i$	$q_1^{m+n-4} \times \sum_{i=0}^2 C_2 C_{m+n-2}^{i-1} (Q)^{i-1} (T)^i$...	$q_1^2 p_1^{m+n-3} \times \sum_{i=0}^2 C_2 C_{m+n-2}^{i-1} (Q)^{i-1} (T)^i$	$q_1^2 p_1^{m+n-2} \times \sum_{i=0}^2 C_2 C_{m+n-2}^{i-1} (Q)^{i-1} (T)^i$
...
$\frac{m+n-1}{2}$	$q_1^{m+n-1} t_1^{m+n-1}$	$q_1^{m+n-2} t_1^{m+n-2} \times \sum_{i=0}^1 C_{m+n-1}^{i-1} C_{m+n-1}^{i-1} (Q)^{i-1} (T)^i$	$q_1^{m+n-3} t_1^{m+n-3} \times \sum_{i=0}^2 C_{m+n-1}^{i-1} C_{m+n-1}^{i-1} (Q)^{i-1} (T)^i$...	$q_1^2 \times \sum_{i=0}^{m+n-1} C_{m+n-1}^{i-1} C_{m+n-1}^{i-1} (Q)^{i-1} (T)^i$	$q_1 p_1 \times \sum_{i=0}^{m+n-1} C_{m+n-1}^{i-1} C_{m+n-1}^{i-1} (Q)^{i-1} (T)^i$
$\frac{m+n}{2}$	$q_1^{m+n} t_1^{m+n}$	$q_1^{m+n-1} t_1^{m+n-1} \times \sum_{i=0}^1 C_{m+n-1}^{i-1} C_{m+n-1}^{i-1} (Q)^{i-1} (T)^i$	$q_1^{m+n-2} t_1^{m+n-2} \times \sum_{i=0}^2 C_{m+n-1}^{i-1} C_{m+n-1}^{i-1} (Q)^{i-1} (T)^i$...	$q_1 t_1 \times \sum_{i=0}^{m+n-1} C_{m+n-1}^{i-1} C_{m+n-1}^{i-1} (Q)^{i-1} (T)^i$	$\sum_{i=0}^{m+n} C_{m+n-1}^{i-1} C_{m+n-1}^{i-1} (Q)^{i-1} (T)^i$

где $Q_1 = q_1 s_1, T_1 = p_1 t_1$.

Приложение Б

Матрица переходных вероятностей для случая $m+n$ – нечетное

(i, j)	0	1	2	...	$\frac{m+n-1}{2}$
0	q_1^{m+n}	$C_{m+n}^{m+n-1} P_1 q_1$	$C_{m+n}^2 P_1^2 q_1^{m+n-2}$...	$C_{m+n}^{\frac{m+n-1}{2}} P_1^{\frac{m+n-1}{2}} q_1^{\frac{m+n-1}{2}}$
1	$q_1^{m+n-1} t_1$	$q_1^{m+n-2} \times \sum_{i=0}^1 C_2^i C_{m+n-2}^{1-i} (Q_1)^{1-i} (T_1)^i$	$q_1^{m+n-3} P_1 \times \sum_{i=0}^1 C_1 C_{m+n-1}^{1-i} (Q_1)^{1-i} (T_1)^i$...	$q_1^2 P_1^{\frac{m+n-1}{2}-1} \times \sum_{i=0}^1 C_1 C_{m+n-1}^{1-i} (Q_1)^{1-i} (T_1)^i$
2	$q_1^{m+n-2} t_1^2$	$q_1^{m+n-3} t_1 \times \sum_{i=0}^1 C_2^{i+1} C_{m+n-2}^{1-i} (Q_1)^{1-i} (T_1)^i$	$q_1^{m+n-4} \times \sum_{i=0}^2 C_2 C_{m+n-2}^{2-i} (Q_1)^{2-i} (T_1)^i$...	$q_1^2 P_1^{\frac{m+n-1}{2}-2} \times \sum_{i=0}^2 C_2 C_{m+n-2}^{2-i} (Q_1)^{2-i} (T_1)^i$
...
$\frac{m+n-1}{2}$	$q_1^{\frac{m+n+1}{2}} t_1^{\frac{m+n-1}{2}}$	$q_1^{\frac{m+n+1}{2}-2} t_1^{\frac{m+n-1}{2}-1} \times \sum_{i=0}^1 C_{\frac{m+n-1}{2}}^{i+\frac{m+n-1}{2}-2} C_{m+n+1}^{1-i} (Q_1)^{1-i} (T_1)^i$	$q_1^{\frac{m+n+1}{2}-2} t_1^{\frac{m+n-1}{2}-2} \times \sum_{i=0}^2 C_{\frac{m+n-1}{2}}^{i+\frac{m+n-1}{2}-3} C_{m+n+1}^{2-i} (Q_1)^{2-i} (T_1)^i$...	$q_1^{\frac{m+n+1}{2}} \times \sum_{i=0}^{\frac{m+n-1}{2}} C_{\frac{m+n-1}{2}}^i C_{m+n+1}^{m+n-1-i} (Q_1)^{m+n-1-i} (T_1)^i$

где $Q_1 = q_1 s_1, T_1 = P_1 t_1$.

Список литературы

1. Vasin A. A. On the Optimal Distribution of Informational Resources in the Electoral Competition [Текст] / Vasin A.A., Gontmacher Konstantin.E., Sosina Yulia.V. // Working Paper # 2003/. – Moscow, New Economic School, 2003. – 14 p.
2. Бондарев Б. В. Распределение средств в предвыборной кампании [Текст] / Б. В. Бондарев, О. В. Тарасова // Прикладна статистика. Актуарна та фінансова математика. – 2007. – № 1 – С. 4–9.
3. Рагулина Е. Ю. Нахождение оптимальных стратегий партий во время избирательной кампании [Текст] / Е. Ю. Рагулина // Прикладна статистика. Актуарна та фінансова математика. – 2008. – № 1-2. – С. 76–91.
4. Недашкова Н. И. Теоретико-игровая модель борьбы партий за электорат [Текст] / Н. И. Недашкова, В. В. Остапенко, О. С. Остапенко // Системні дослідження та інформаційні технології. – 2003. – № 4. – С.113–119
5. Остапенко В. В. Оптимизация стратегии политических партий в ходе предвыборной кампании [Текст] / В. В. Остапенко, О. С. Остапенко, Т. В. Подладчикова // Системні дослідження та інформаційні технології. – 2006. – № 4. – С. 84–98.
6. Подладчикова Т. Н. Координуюче управління розподілом обмежених ресурсів для максимізації виграшу конкуруючих організацій [Текст] / Т. Н. Подладчикова, В. М. Подладчиков, В. Д. Романенко // Нові технології. – 2011. – № 3 (33). – С.55–61.
7. Литвин В. М. Розробка конкурентної стратегії в умовах невизначеності дії конкурентів [Текст] / В. М. Литвин, О. Л. Шмиговська, В. М. Подладчиков // Нові технології – 2012. – № 1 (35). – С. 44–50.
8. Розанов Ю.А. Случайные процессы [Текст] / Ю.А. Розанов – М. : Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1979. – 183 с.
9. Александрова О. В. Групповой анализ и эргодичность стохастических процессов [Текст] / О. В. Александрова // Проблемы искусственного интеллекта. – Донецк : ГУ ИПИИ. – 2018. – № 4 (11). – С. 4–15.

References

1. Vasin A. A., Gontmacher K. E., Sosina Y. V. *On the Optimal Distribution of Informational Resources in the Electoral Competition*. Moscow, New Economic School, 2003, 14 p.
2. Bondarev B.V., Tarasova O.V. *Raspredelenie sredstv v predvubornoi kampanii* [The allocation of funds in the electoral campaign]. *Prikladna statistika. Aktuarna ta finansova matematika* [The Applied statistics. Actuarial and financial mathematics], 2007, No. 1, pp. 4-9.
3. Ragulina O.Yu. *Nakhozheniye optimal'nykh strategiy partiy vo vremya izbiratel'noy kampanii* [The foundation of optimal strategies of parties in the electoral campaign]. *Prikladna statistika. Aktuarna ta finansova matematika* [The Applied statistics. Actuarial and financial mathematics], 2008, No. 1-2, pp. 76-91.
4. Nadashkovskaya N. I., Ostapenko V.V., Ostapenko O.S. *Teoretiko-igrovaya model borbi partii za electorat* [Game model of parties struggle for the electorate]. *Cistemni doslidzhennya ta informatsyni tekhnologii* [The system investigations and informational technologies], 2003, No. 4, pp. 113-119.
5. Ostapenko V. V., Ostapenko O. S., Podladchikova T.V. *Optimizaciya strategii politicheskoi partii v hode predvubornoi kompanii* [The political parties strategy optimization during the election campaign electorate]. *Cistemni doslidzhennya ta informatsyni tekhnologii* [The system investigations and informational technologies], 2006, No. 4, pp. 84-98.
6. Podladchikova T.V., Podladchikov V.M., Romanenko V.D. *Koordiniruyeshe upravlenie raspredeleniem ogranichennux resursov dlya maximizacii viigrasha konkuriruushix organizacii* [The governance coordinated the allocation of scarce resources for the maximization of the competing organizations benefit.]. *Novi tekhnologii* [New technologies], 2011, No. 3 (33), pp. 55-61.
7. Litvin V. M., Podladchikov V. M., Shmugovskaya O. V. *Razrabotka konkuriruushey strategii v usloviyax neopredelennosti deystvii konkurentov* [The development of the competing strategy under the uncertainty of the competitors actions] *Novi tekhnologii* [New technologies], 2012, No. 1 (35), pp. 44-50.
8. Rozanov Yu. A. *Sluchainue processu* [The random processes], M., Science. The main edition in physics and mathematics, 1979, 183 p.
9. Aleksandrova O. V. *Grupповoy analiz i ergodichnost' stokhasticheskikh protsessov* [Group analysis and ergodicity of stochastic processes] *Problemy iskusstvennogo intellekta* [Problems of Artificial Intelligence], 2018, no. 4 (11), pp. 4–15.

RESUME

O. V. Aleksandrova, T. V. Zhmykhova, B. V. Bondarev
The Use of Experience of Organizing from the Electoral Campaigns
in the Setting Advertising Strategies of the Insurance Companies

Background: the fundamental idea of our research is based on the fact that the insurance companies may use the advertising to the sustainability on the insurance market as the method way of reaching new entrants. Before the it is carrying out advertising campaign it is necessary to evaluate their effectiveness and as the method it was proposed to replicate the experience of electoral campaigns as sometimes whole election campaigns solely built on the basis of the advertising.

Materials and methods: in the article the theory of Markov processes for decision – making was used.

Results: a method of the number of insured distribution is proposed for the first insurance company in the case of carrying out of advertising campaigns in two steps. The optimal investment strategies on the i - step of the advertising campaign and the price of such game were founded.

Conclusion: the game of two insurance companies was considered from the position of the first insurance company from the point of view of electoral campaign modelling that would allow to do the forecast regarding the development of such game with projected numbers of insurers as well as to find the optimal strategies and the price of such game. It was illustrated that the insurance companies should invest its capital to the final phase of the company given that they maximize their gain function, and the deviation of optimal strategy significantly reduces the chances to obtain the competitor's clients.

РЕЗЮМЕ

О. В. Александрова, Т. В. Жмыхова, Б. В. Бондарев
Использование опыта организации избирательных кампаний при выборе
рекламных стратегий страховых компаний

История вопроса, исходные данные: основная идея нашего исследования основана на том, что для достижения устойчивости на рынке страховых услуг страховые компании могут использовать рекламу, как один из методов привлечения новых страхователей. Перед проведением рекламных кампаний необходимо оценивать их эффективность, и в качестве одного из методов в данной работе предложено использовать опыт проведения электоральных кампаний, поскольку иногда даже целые избирательные кампании построены исключительно на основе рекламы.

Материалы и методы: в статье использована теория марковских процессов для принятия решений.

Результаты: предложен способ нахождения распределения числа застрахованных первой страховой компании при условии проведения рекламной кампании в 2 этапа. Найдены оптимальные стратегии вложения средств на i -м шаге рекламной кампании и цена игры в общем виде.

Заключение: в данной работе рассмотрена игра двух страховых компаний, с позиции первой страховой компании с точки зрения моделирования электоральной кампании, что позволяет сделать прогноз развития такой игры с предполагаемым количеством страхователей, а также найти оптимальные стратегии и цену такой игры.

Показано, что страховым компаниям лучше всего вкладывать свой капитал в последний этап кампании, поскольку так они максимизируют свою функцию выигрыша, а отклонение от оптимальной стратегии значительно уменьшает шансы переманить клиентов конкурента.

Статья поступила в редакцию 28.01.2019.