П

УДК 004.89:004.93

В. Ю. Пшекоп
Государственное учреждение «Институт проблем искусственного интеллекта», г. Донецк
83048, г. Донецк, ул. Артема, 118-б

ИССЛЕДОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ И ФОРМИРОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПРОЦЕССА ПРИРОСТА ФОНДОВЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ

V. Y. Przekop
Public institution «Institute of Problems of Artificial intelligence», Donetsk
83048, Donetsk, Artema st., 118-b

RESEARCH OF PARAMETERS AND FORMATION OF A MATHEMATICAL MODEL OF PROCESS OF A GROWTH OF SHARE INDICES

В. Ю. Пшекоп
Державна установа «Інститут проблем штучного інтелекту», м. Донецьк
83048, м. Донецьк, вул. Артема, 118-б

ДОСЛІДЖЕННЯ ПАРАМЕТРІВ І ФОРМУВАННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ПРОЦЕСУ ПРИРОСТУ ФОНДОВИХ ПОКАЗНИКІВ

В работе исследуются параметры и перспективы формирования математической модели процесса прироста фондовых показателей. В частности, обосновывается происхождение «тяжелых хвостов» в функции плотности вероятности прироста фондовых показателей. Приводится математическое описание двухпараметрической функции, полученной на основе распределения Лапласа. Изучается поведение моментов случайной величины, производится проверка адекватности полученной модели на основе эмпирических данных.
Ключевые слова: эмпирические данные, фондовые показатели, распределение Лапласа, случайная величина, математическая модель.

In the article it is justified the origin of «heavy tails» in a density function of probability of growth of stock indices. The mathematical description of the two-parameter function received on the basis of Laplace distribution is provided. The behavior of the moments of a random variable is studied, check of adequacy to the received model on the basis of empirical data is made.
Key words: empirical data, share indices, Laplace distribution, random variable, mathematical model

У роботі досліджуються параметри і перспективи формування математичної моделі процесу приросту фондових показників. Зокрема, обґрунтовується походження «важких хвостів» у функції щільності ймовірності приросту фондових показників. Наведений математичний опис двопараметричної функції, отриманої на основі розподілу Лапласа. Вивчається поведінка моментів випадкової величини, проводиться перевірка адекватності отриманої моделі на основі емпіричних даних.
Ключові слова: емпіричні дані, фондові показники, розподіл Лапласа, випадкова величина, математична модель

Введение

В статье автором рассмотрена двухпараметрическая (трехпараметрическая, если ввести параметр – математическое ожидание) функция распределения вероятности на базе распределения Лапласа, описаны ее свойства: моменты, сходимости и т.д., выведены аналитические выражения функции плотности вероятности для целых значений параметра N. Также были проведены исследования на соответствие эмпирических данных теоретическим, которые определили перспективу дальнейших исследований.

Цель статьи – изучение и математическое описание статистических характеристик цены финансовых инструментов. Эта проблема также исследуется в работах [1-5]. Для достижения поставленной цели в статье решаются следующие вопросы:

– происхождение «тяжелых хвостов» в функции плотности вероятности прироста цены финансовых инструментов;

– их математическое описание. Для этого автором последовательно раскрывается комплекс поставленных задач: вводится двухпараметрическая функция плотности распределения вероятности, а также производится сравнение полученной функции с эмпирическими данными, взятыми на сайте

http://www.histdata.com/download-free-forex-data/.

В области финансов часто встречаются функции плотности распределения вероятности с «тяжелыми хвостами», в частности распределение прироста фондовых показателей. Однако многие исследователи игнорируют этот факт, используя нормальные модели распределения вероятности. Например, в портфельной теории Марковица [6], в модели Блэка-Шоулза [7] и т.д. используются модели с нормальным или логнормальным распределением случайных величин. В результате таких допущений может быть дана необъективная оценка влиянию некоторых финансовых инструментов на формирование оптимального портфеля, или стоимость опционов. А в таких задачах как определение рисков, задача достижения границ, закон распределения вероятности играют ключевую роль.

Бенуа Мандельброт [8] отмечал недостатки нормальной модели. В качестве альтернативы он предложил устойчивое распределение с параметром $\alpha<2$ (при $\alpha = 2$ распределение является нормальным), обладающее свойствами фрактальности. Однако выбор устойчивого распределения был обусловлен не самими процессами, влияющими на формирование цены финансовых инструментов, а удобством работы с этим распределением. В первую очередь тем, что линейная комбинация, в том числе и свертка, двух независимых случайных величин с устойчивым распределением имеет такое же распределение с точностью до масштабных коэффициентов (свойство фрактальности). В реальности, как мы видим, это далеко не так, поэтому задача нахождения и обоснования закона распределения функции прироста цены финансовых инструментов является актуальной.

1 Модель формирования курса валюты

Ключевым в данной работе является решение следующего вопроса – какое распределение в реальности имеет прирост фондовых показателей?

В качестве предположения рассмотрим следующую модель.

Цену на валюту формируют продавцы валюты. Каждый из них устанавливает свою фиксированную цену, за которую он готов продать валютную единицу. Цена у различных продавцов разная, но текущая цена валюты главным образом определяется самым выгодным предложением.

Таким образом, мы имеем ранжированный по цене набор предложений, каждое предложение обладает разной суммой. Покупатели, нуждающиеся в валюте, приобретают валюту по самому выгодному на данный момент курсу, это и есть текущий курс. Если новые продавцы не появляются, а поток покупателей случаен, то логично предположить, что интервал между сделками, а следовательно, и суммы сделок распределены по показательному закону (1).

$$f(\mathrm{x}) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}. \tag{1}$$

Предположим, по текущему курсу вся валюта реализована, тогда актуальным на данный момент становится следующее по цене предложение. То есть курс повысился на некоторую величину ΔS. Если предложение не закончилось, а появился новый продавец с более низкой ценой предложения, то естественно текущий курс уменьшился на ΔS.

Также предположим, что случайный процесс купли/продажи валюты стационарен (такое предположение адекватно при отсутствии кризисов, то есть в условиях стабильного рынка), таким образом, спрос и предложение на покупку валюты примерно одинаковы (по сути, в рамках данной модели, покупатель от продавца ничем не отличается).

Введем еще одно допущение: в интервал времени фиксированной длины ΔT происходит ровно одно значимое событие (под значимым событием здесь подразумевается приход на биржу одного продавца с более выгодным предложением, или покупателя, который скупает полностью текущую самую выгодную заявку, то есть событие, повлекшее за собой некоторое изменение курса). Суммы сделок, как было сказано выше, распределены по показательному закону (1). Тогда плотность распределения вероятности изменения курса ΔS будет иметь распределение вида (2), то есть распределение Лапласа.

$$f_{\Delta S}(\mathrm{x}) = \frac{\lambda}{2} e^{-\lambda|x|}. \tag{2}$$

Для упрощения расчетов, здесь и далее будем принимать параметр сдвига $\mu = 0$. Этот параметр можно ввести на заключительном этапе расчетов.

Характеристическая функция будет иметь вид:

$$\phi(t) = \frac{\lambda^2}{\lambda^2 + t^2}. \tag{3}$$

Производящая функция моментов

$$M(t) = \frac{\lambda^2}{\lambda^2 - t^2}. \tag{4}$$

Последнее допущение несколько искусственно. Если мы возьмем интервал времени фиксированной длины ΔT, то вероятней всего в него попадет не строго одно событие. Например, может попасть два или более событий купли и продажи, то есть за время ΔT успеет произойти рост и падение курса, или не произойдет ни одного события (курс не изменится). Тогда реальный вид функции распределения будет отличаться от (2). Но, тем не менее, примем распределение (2) в качестве базового, а параметр ΔT – условный интервал времени, в который попадает в среднем одно значимое событие. От параметра ΔT будет зависеть вид распределения.

Предположим, что мы проводим мониторинг цены валюты на финансовой бирже с интервалом Δt<ΔT. То есть в интервал Δt попадает одно или ноль событий, таким образом $\frac{\Delta t}{\Delta T} = n < 1$, тогда распределение можно найти как обратное преобразование Фурье характеристической функции (5).

$$f_{\Delta S}(\lambda, n, x) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left(\frac{\lambda^2}{\lambda^2 + t^2}\right)^n \exp(-ixt)\,dt = \frac{1}{\pi}\int_{0}^{\infty}\left(\frac{\lambda^2}{\lambda^2 + t^2}\right)^n cos(xt)\,dt\,. \quad (5)$$

На рис. 1 представлен график функции (4) с параметрами λ=45, n=0.5 и график нормального распределения с параметром σ=0.0219.

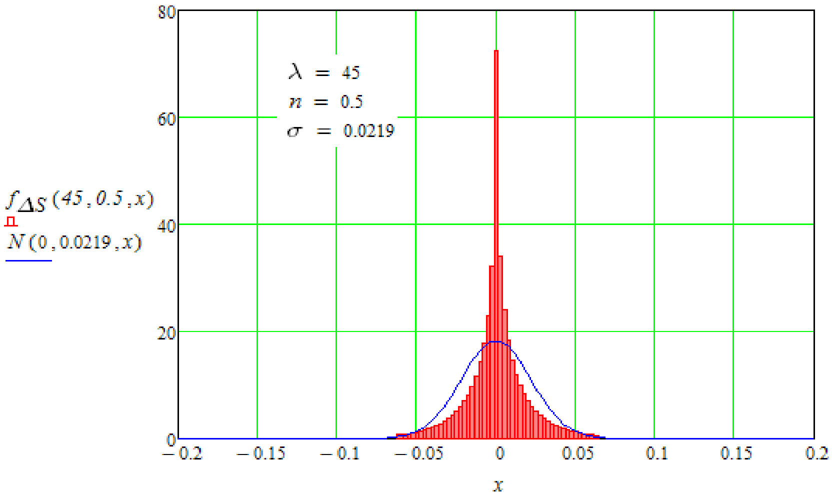

Рисунок 1 – Гистограмма функции (4) и кривая нормального распределения

Для сравнения приведем гистограмму эмпирического приращения индекса Dow-Jones за 2009 г. (рис. 2).

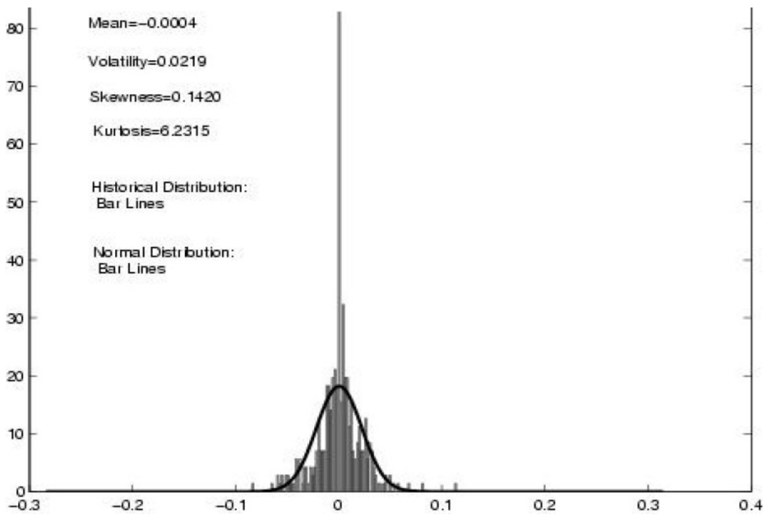

Рисунок 2 – Гистограмма эмпирического приращения индекса Dow-Jones за 2009 г. и теоретическая кривая нормального распределения

2 Расчет функции распределения на основе распределения Лапласа

Ранее мы ввели параметр $n = \dfrac{\Delta t}{\Delta T}$, имеющий физический смысл, как отношение интервала времени мониторинга цены к условному интервалу времени, в который попадает в среднем одно значимое событие, приводящее к изменению котировки валюты. Рассчитаем функции плотности вероятности приращения курса для $n=N$, где $N = 1, 2, 3,\ldots$ Для $n \notin \square$ функция плотности вероятности не будет иметь аналитического выражения.

Распределение в момент времени $\Delta t = \Delta T$ будет иметь вид:

$$f_1(\lambda, x) = \frac{\lambda}{2}\exp(-\lambda|x|).$$

Параметр N представлен в функции $f_1(\lambda, x)$ *в виде нижнего индекса.*

В момент времени $\Delta t = 2\Delta T$:

$$f_2(\lambda, x) = f_1(\lambda, x) * f_1(\lambda, x) = \frac{\lambda^2}{4}\int_{-\infty}^{\infty}\exp(-\lambda|x-y|)\exp(-\lambda|y|)dy,$$

где $*$ – означает операцию свертки.

В момент времени $\Delta t = 3\Delta T$:

$$f_3(\lambda, x) = f_2(\lambda, x) * f_1(\lambda, x) \quad \text{и т.д.}$$

Проинтегрировав, получаем:

$$\begin{gathered}
f_1(\lambda, x) = \frac{\lambda}{2}\exp(-\lambda|x|) \\
f_2(\lambda, x) = \frac{\lambda}{4}\left(1+\lambda|x|\right)\exp(-\lambda|x|) \\
f_3(\lambda, x) = \frac{\lambda}{16}\left(3+3\lambda|x|+(\lambda x)^2\right)\exp(-\lambda|x|) \\
f_4(\lambda, x) = \frac{\lambda}{96}\left(15+15\lambda|x|+6(\lambda x)^2+(\lambda|x|)^3\right)\exp(-\lambda|x|) \\
f_5(\lambda, x) = \frac{\lambda}{768}\left(105+105\lambda|x|+45(\lambda x)^2+10(\lambda|x|)^3+(\lambda x)^4\right)\exp(-\lambda|x|) \\
f_6(\lambda, x) = \frac{\lambda}{7680}\left(945+945\lambda|x|+420(\lambda x)^2+105(\lambda|x|)^3+15(\lambda x)^4+(\lambda|x|)^5\right)\exp(-\lambda|x|) \\
f_7(\lambda, x) = \frac{\lambda}{92160}\left(10395+10395\lambda|x|+4725(\lambda x)^2+1260(\lambda|x|)^3+210(\lambda x)^4+21(\lambda|x|)^5+(\lambda x)^6\right)\exp(-\lambda|x|)
\end{gathered} \tag{6}$$

Моменты распределения можно найти при помощи производящей функции (4), по формулам (7-9):

– дисперсия:

$$\mu_2(N) = \sigma^2(N) = \frac{d^2}{dt^2}\left(M(\mathrm{t})^N\right)\bigg|_{t=0} = \frac{d^2}{dt^2}\left(\left(\frac{\lambda^2}{\lambda^2-t^2}\right)^N\right)\bigg|_{t=0} = \frac{2N}{\lambda^2}, \tag{7}$$

– эксцесс:

$$\mu_4(N) = \frac{d^4}{dt^4}\left(M(\mathrm{t})^N\right)\bigg|_{t=0} = \frac{d^4}{dt^4}\left(\left(\frac{\lambda^2}{\lambda^2-t^2}\right)^N\right)\bigg|_{t=0} = \frac{12N(N+1)}{\lambda^4}, \tag{8}$$

– коэффициент эксцесса:

$$\gamma_2(N) = \frac{\mu_4(N)}{\sigma^4(N)} - 3 = \frac{3}{N} \tag{9}$$

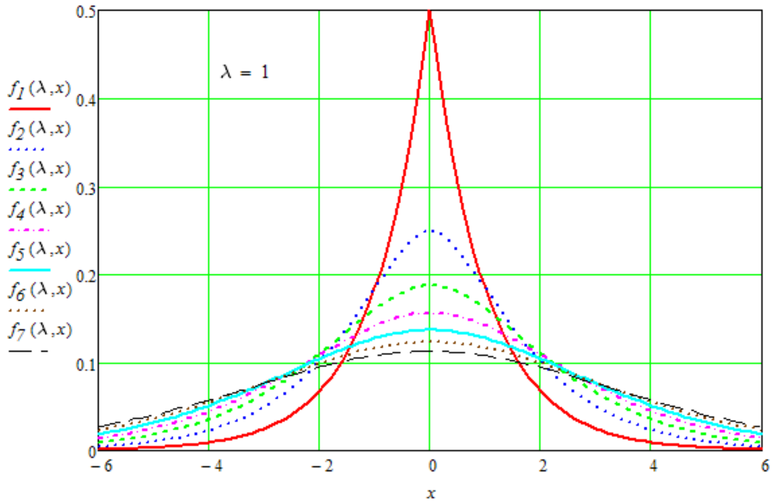

Рисунок 3 – Кривые распределений при значениях параметра N=1…7, λ=1

Очевидно, все моменты нечетных порядков равны нулю.

Как мы знаем, в силу центральной предельной теоремы распределение вида (6) должно сходиться к нормальному распределению при $N \to \infty$. О скорости сходимости к нормальному распределению можно судить по скорости сходимости коэффициента эксцесса (9) к нулю. Распределение сходится к нормальному со скоростью, пропорциональной *N*, то есть достаточно медленно.

Проанализировав полином от аргумента $\lambda|x|$ (формулы (6), выражения в скобках), можно заметить, что полином медленно сходится к разложению в ряд Тейлора, функции $e^{\lambda|x|}$ с точностью до постоянного коэффициента, следовательно, все выражение (6) при $N \to \infty$ сходится к равномерному распределению, хотя это свойство несет мало полезной информации.

Построим графики функций (6), пронормированных по дисперсии, и сравним их со стандартным нормальным распределением *N(0,1,x)*.

$$N(\mu,\sigma,\mathrm{x}) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}\right).$$

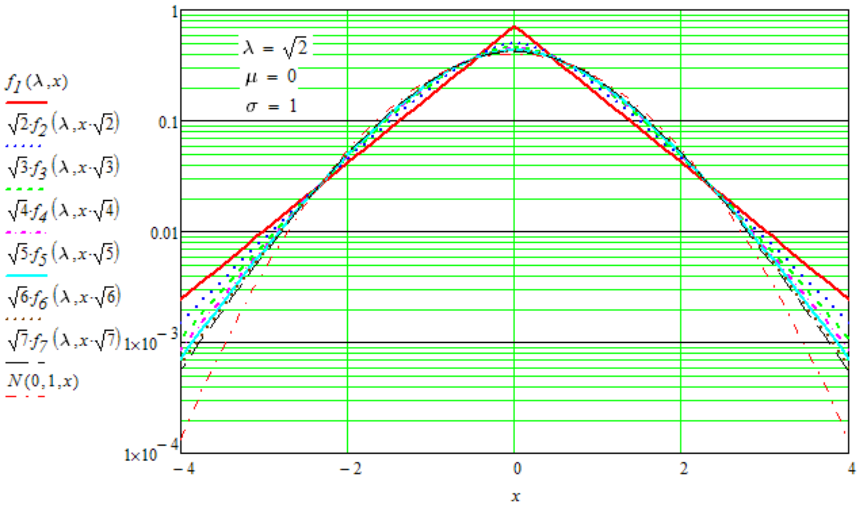

Рисунок 4 – Кривые распределений при значениях параметра N=1…7
и стандартное нормальное распределение. Дисперсия всех распределений $\sigma^2 = 1$

Для наглядности графики (рис. 1) представлены в логарифмическом масштабе. Как мы видим, распределения довольно медленно сходятся к нормальному, особенно это заметно по «хвостам».

3 Проверка адекватности модели

Для проверки предположения об адекватности предложенной модели, проанализируем котировочные данные пары валют EUR-GBP на рынке forex (*http://www.histdata.com/download-free-forex-data/*).

Проверим простую гипотезу H_0 о соответствии эмпирического распределения приращения цены пары валют EUR-GBP с коэффициентом децимации K=900, что соответствует интервалу мониторинга 15 часов, трехпараметрическому распределению вида:

$$f_2(\mu,\lambda,x) = \frac{\lambda}{4}\left(1+\lambda|x-\mu|\right)\exp(-\lambda|x-\mu|), \tag{10}$$

где $\mu = 9\cdot 10^{-5}$, $\lambda = 520.6$, $N = 2$; проводилась по критериям χ^2 и ω^2 [12].

Для критерия χ^2 выборка из n = 807 наблюдений разбивалась на 51 неравновеликий интервал, с целью получить максимальное количество интервалов, при этом количество наблюдений в интервале должно быть ≥ 5. Количество степенней свободы k = 51-1-3 = 47.

Получена статистика $\chi^2_{47} = \sum_{j=1}^{51}\frac{\left(n_j - E_j\right)^2}{E_j} = 28.35$, что соответствует вероятности $\alpha = 0.984$, то есть имеются все основания предполагать, что эмпирическое распределение соответствует распределению вида (10).

При проверке по критерию ω^2 получена статистика

$$n\Omega^2 = -n - 2\sum_{j=1}^{n}\left\{\frac{2j-1}{2n}\ln F(x_j) + \left(1-\frac{2j-1}{2n}\right)\ln\left[1-\ln F(x_j)\right]\right\} = 0.2168,$$

где n=807 – количество наблюдений,

$$F(x) = \begin{cases} \left(\frac{1}{2} - \frac{\lambda(x-\mu)}{4}\right)\exp\left(\lambda(x-\mu)\right) & x<0 \\ 1-\left(\frac{1}{2}+\frac{\lambda(x-\mu)}{4}\right)\exp\left(-\lambda(x-\mu)\right) & x \geq 0 \end{cases}$$

– интегральная функция распределения (10).

Статистика $n\Omega^2 = 0.2168$ соответствует вероятности $\alpha_2 = 0.985$, что также подтверждает принятую гипотезу.

На рис. 5 приведены гистограммы приращения цены пары валют EUR-GBP при значении коэффициента децимации К=900 (интервал мониторинга Т=15 часов) и соответствующее теоретическое распределение.

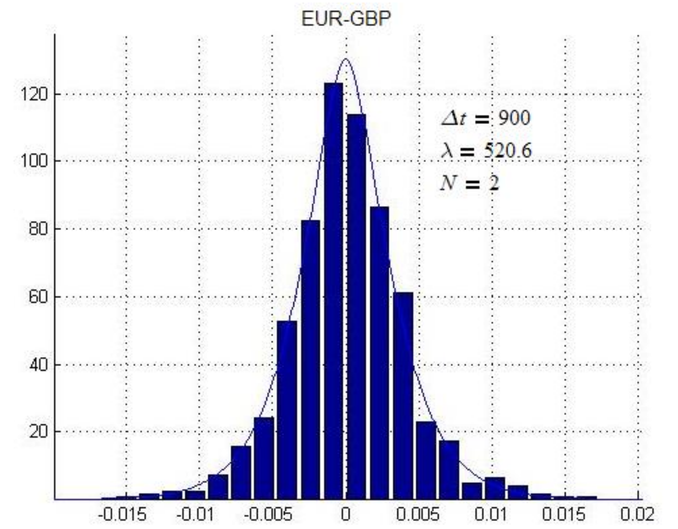

Рисунок 5 – Гистограммы приращения цены пары валют EUR-GBP
и теоретическая кривая распределения

Выводы

В данной статье рассмотрена двухпараметрическая (трехпараметрическая, если ввести параметр математическое ожидание) функция распределения вероятности на базе распределения Лапласа, описаны ее свойства: моменты, сходимости и т.д., выведены аналитические выражения функции плотности вероятности для целых значений параметра N, Также проведены исследования на соответствие эмпирических данных теоретическим.

Несмотря на некоторые рассогласования с эмпирическими данными, в целом предложенные функции адекватно описывают плотности распределения приращений котировок валют.

При описании модели формирования курса валют приняты некоторые искусственные допущения, в том числе не учитывалось влияние нестационарности процесса приращения цены на его статистические характеристики, а также не учитывался тот момент, что на формирование курса влияет совокупность стохастических факторов, а бралось некоторое их усреднение.

Список литературы

1. Lev, B. Klebanov. Heavy Tailed Distributions in Finance: Reality or Mith? Amateurs Viewpoint / Lev B. Klebanov, Irina Volchenkova. – 2015. – arXiv:1507.07735v1 [math.PR] 28 Jul 2015.
2. Kim, Y. S. Financial market models with Lévy processes and time-varying volatility [Электронный ресурс] / Kim Y.S., Rachev, Svetlozar T., Michele L. Bianchi, Fabozzi F.J. // Chair of Econometrics, Statistics and Mathematical Finance School of Economics and Business Engineering University of Karlsruhe Kollegium am Schloss. – 2008. – Режим доступа : http://www.statistik.uni-karlsruhe.de
3. Svetlozar, T. Rachev. Fabozzi Fat-Tailed and Skewed Asset Return [Электронный ресурс] / Svetlozar T. Rachev, C. Menn, J. Frank // Frontmatter Page i Wednesday. – April 13, 2005. – Режим доступа : ru.b-ok.org"книги/777724/0dd1e4 (дата обращения: 5:28 PM).
4. A New Tempered Stable Distribution and Its Application to Finance [Электронный ресурс] / Kim Y. S.; Rachev, Svetlozar T., Bianchi M.L.; Fabozzi, F.J. – 2007. – Режим доступа : statistik.econ.kit.edu›download…temperered_stable…
5. Yacine A.ıt-Sahalia. Testing Whether Jumps Have Finite or Infinite Activity [Электронный ресурс] / Yacine A.ıt-Sahalia and Jean Jacod // IMS. Институт математической статистики. – 2011. – Режим доступа : projecteuclid.org"евклид.AOC/1311600280

6. Markowitz, H. Portfolio Selection [Text] / H. Markowitz // Journal of Finance. – 1952. – Vol. VII, № 1. – P. 77–91.
7. Fischer Black and Myron Scholes. The Pricing of Options and Corporate Liabilities [Text] / Fischer Black and Myron Scholes // The Journal of Political Economy. – Vol. 81, № 3 (May – Jun., 1973). – P. 637–654.
8. Mandelbrot, B. Variables et processus stochastiques de Pareto-Levy, et la repartition des revenues [Text] / B. Mandelbrot // Comptes Rendus Acad. Sci. – 1959. – Paris. – P. 249, 613–615.
9. Новиков, М. В. Оптимизация процессов на РЦБ по критерию оптимума номинала цены [Текст] / М. В. Новиков // Проблемы искусственного интеллекта. – 2015. – № 0 (1). – С. 74–82.
10. Cindy, L. Y. MCMC Estimation of Levy Jump Models Using Stock and Option Prices [Электронный ресурс] / Cindy L. Y., Haitao Li, Martin T. Wells // Mathematical Finance. – Vol. 21, № 3. – July, 2011. – P. 383–422. – Режим доступа : pdfs.semanticscholar.org"61ff/.... (формат PDF).
11. Петерс, Э. Хаос и порядок на рынках капитала. Новый аналитический взгляд на циклы, цены и изменчивость рынка [Электронный ресурс] / Э. Петерс ; пер. с англ. В. И. Гусева ; под редакц. А. Н. Романова. – Москва : «Мир», 2000. – 333 с. илл. – Режим доступа : bookre.org"читатель"?файл=469565
12. Большев, Л. Н. Таблицы математической статистики [Текст] / Л. Н. Большев, Н. В. Смирнов. – М. : Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1983. – 416 с.
13. Пшекоп В. Ю. Метод вычисления коэффициентов импульсной характеристики оконных функций [Текст] / В. Ю. Пшекоп // Проблемы искусственного интеллекта. – Донецк, 2015. – № 0 (1). – С. 99–106.

References

1. Lev, B. Klebanov. Heavy Tailed Distributions in Finance: Reality or Mith? Amateurs Viewpoint / Lev B. Klebanov, Irina Volchenkova, 2015. – http:// arXiv:1507.07735v1 [math.PR] 28 Jul 2015.
2. Kim, Y. S. Financial market models with Lévy processes and time-varying volatility / Kim Y.S., Rachev, Svetlozar T., Michele L. Bianchi, Fabozzi F.J. // *Chair of Econometrics, Statistics and Mathematical Finance School of Economics and Business Engineering University of Karlsruhe Kollegium am Schloss,* 2008. – http://www.statistik.uni-karlsruhe.de
3. Svetlozar, T. Rachev. Fabozzi Fat-Tailed and Skewed Asset Return / Svetlozar T. Rachev, C. Menn, J. Frank // *Frontmatter Page i Wednesday.* April 13, 2005. – http:// ru.b-ok.org"книги/777724/0dd1e4
4. A New Tempered Stable Distribution and Its Application to Finance / Kim Y.S.; Rachev, Svetlozar T., Bianchi M.L.; Fabozzi, F.J. – 2007. – Режим доступа : http:// statistik.econ.kit.edu›download…tempered_stable…
5. Yacine A.ıt-Sahalia. Testing Whether Jumps Have Finite or Infinite Activity [Электронный ресурс] / Yacine A.ıt-Sahalia and Jean Jacod // IMS. Институт математической статистики. 2011. – http:// projecteuclid.org"евклид.AOC/1311600280
6. Markowitz, H. Portfolio Selection / H. Markowitz // *Journal of Finance*. 1952, Vol. VII, № 1, pp. 77–91.
7. Fischer Black and Myron Scholes. The Pricing of Options and Corporate Liabilities / Fischer Black and Myron Scholes // *The Journal of Political Economy*. Vol. 81, № 3 (May – Jun., 1973), pp. 637–654.
8. Mandelbrot, B. Variables et processus stochastiques de Pareto-Levy, et la repartition des revenues / B. Mandelbrot // *Comptes Rendus Acad. Sci.* 1959, Paris, pp. 249, 613–615.
9. Novikov, M. V. Optimization of Process on Equity Markets on the Basis of Face Value Optimum / M. V. Novikov // *Problems of Artificial Intelligence*. 2015, № 0 (1), pp. 74–82.
10. Cindy, L. Y. MCMC Estimation of Levy Jump Models Using Stock and Option Prices / Cindy L. Y., Haitao Li, Martin T. Wells // *Mathematical Finance*. Vol. 21, № 3, July, 2011, pp. 383–422. – http:// pdfs.semanticscholar.org"61ff/.... (PDF).
11. Peters, E. Chaos and order in capital markets. A new analytical look at the cycles, prices and market volatility / E. Peters ; lane from the English. V. I. Gusev ; under redakts. A. N. Romanova. Moscow : "Mir", 2000 p. 333, Fig. – http:// bookre.org"читатель"?файл=469565
12. Bolshev, L. N. Tables of mathematical statistics [Text] / L.N. Bolshev, N.V. Smirnov. Moscow: Science. The main editors of physical and mathematical literature, 1983. – 416 p.
13. Pshekop V. Yu. Metod vychisleniya koeffitsiyentov impul'snoy kharakteristiki okonnykh funktsiy [Method of calculating the coefficients of the impulse response of window functions]. *Problemy iskusstvennogo intellekta* [Problems of Artificial Intelligence], Donetsk, 2015, № 0 (1), pp. 99–106.

RESUME

V.Y. Przekop

Research of parameters and formation of a mathematical model of process of a growth of share indices

Background: This paper is devoted to a study of statistical characteristics of process of a growth of the price of financial instruments. This problem was also researched by many scientists in the field of financial mathematics.

Materials and methods: In the article statistical analysis methods were used. The analysis of quotations of currency pairs in the forex market was carried out (*http://www.histdata.com/download-free-forex-data/*).

Results: The model of formation of exchange rate is described in section 1 of the present article. Section 2 is devoted to reviewing of the received two-parameter distribution function of probability on the basis of Laplace distribution, its properties are described: moments, convergences and so on, analytical expressions of a density function of probability for the whole parameter values of N were outputted. In the section 3 the author conducted researches on compliance of empirical data to theoretical.

Conclusion: In the article the two-parameter density function of probability was received, the mathematical model of process of a growth of share indices was probed, the adequacy of the model on real data of currency quotations was checked. Further development and improvement of the obtained model as well as more detailed statistical analysis of empirical data will be a prospect for future researches.

РЕЗЮМЕ

В. Ю. Пшекоп

Исследование параметров и формирование математической модели процесса прироста фондовых показателей

История вопроса. Настоящая работа посвящена изучению статистических характеристик процесса прироста цены финансовых инструментов. Эта проблема также исследовалась многими учеными в области финансовой математики.

Материалы и методы. В статье были использованы методы статистического анализа. Проводился анализ котировок пар валют на рынке forex

(*http://www.histdata.com/download-free-forex-data/*)

Результаты. Модель формирования курса валюты описана в разделе 1 настоящей статьи. Раздел 2 посвящен рассмотрению полученной двухпараметрической функции распределения вероятности на базе распределения Лапласа, описаны ее свойства: моменты, сходимости и т.д., выведены аналитические выражения функции плотности вероятности для целых значений параметра *N*. В разделе 3 автором были проведены исследования на соответствие эмпирических данных теоретическим.

Заключение. В статье была получена двухпараметрическая функция плотности вероятности, исследована математическая модель процесса прироста фондовых показателей, проведена проверка адекватности модели на реальных данных котировок валют. Дальнейшая разработка и усовершенствование полученной модели, а также более детальный статистический анализ эмпирических данных, станут перспективой для будущих исследований.

Статья поступила в редакцию 17.01.2019.