

УДК 622.734.001.57

В. Н. Павлыш, Г. Б. Перетолчина

Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Донецкий национальный технический университет», г. Донецк 83001, г. Донецк, ул. Артёма, 58

ОБОСНОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПРОЦЕССА ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ В АНИЗОТРОПНОМ УГОЛЬНОМ ПЛАСТЕ

V. N. Pavlysh, G. B. Peretolchina

State Educational Institution of Higher Education «Donetsk national technical University», Donetsk city 83001, Donetsk, Artema str., 58

THE BASE OF MATHEMATICAL MODEL OF LIQUID MOTION PROCESS IN ANISOTROPIC COAL STRATUM

В. М. Павлиш, Г. Б. Перетолчина

Державна освітня установа вищої професійної освіти «Донецький національний технічний університет», м. Донецьк 83001, м. Донецьк, вул. Артема, 58

ОБҐРУНТУВАННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ПРОЦЕСУ РУХУ РІДИНИ В АНІЗОТРОПНОМУ ВУГІЛЬНОМУ ПЛАСТІ

В статье рассматривается задача построения и исследования детерминированной математической модели процесса движения жидкости в анизотропном угольном пласте при его гидравлической обработке для снижения проявления опасных свойств. В основу модели положены уравнения в частных производных, описывающие режим нелинейно-упругой фильтрации несжимаемой жидкости в сильно сцементированной сплошной среде, фильтрационные параметры задаются как стохастические величины с фиксированным интервалом вариации. Компьютерная реализация модели осуществлена с использованием конечно-разностной аппроксимации.

Ключевые слова: математическая модель, процесс, параметр, уравнение, алгоритм.

In the article the task of construction and investigation of determine mathematical model of liquid motion processes in anisotropic coal stratum during its hydraulic action for dangerous properties reducing is considered. The model based on particular derivatives equations, describes nonlinear-elastic filtration regime of compress-resist liquid in strength continuous environment, filtration parameters are given as random quantities with fixed variation interval. Computer realization made by ending-difference approximation.

Key words: the mathematical model, process, parameter, equation, algorithm.

Розглянуто задачу побудови і дослідження детермінованої математичної моделі процесу руху рідини в анізотропному вугільному пласті при його гідралічній обробці для зниження прояву небезпечних властивостей. В основу моделі покладено рівняння в частинних похідних, що описують режим нелінійно-пружної фільтрації нестисливої рідини в сильно зцементованому суцільному середовищі, фільтраційні параметри задаються як стохастичні величини з фіксованим інтервалом варіації, комп'ютерна реалізація моделі проведена з використанням кінцево-різницевої апроксимації.

Ключові слова: математична модель, процес, параметр, рівняння, алгоритм.

Введение

В связи с тем, что при разработке угольных пластов проявляется ряд опасных свойств (пылеобразование, газовыделение, внезапные выбросы, самовозгорание), необходимым условием является применение комплекса мероприятий для снижения интенсивности проявления указанных опасных явлений [1]. В системе способов борьбы с основными опасностями при подземной добыче угля важное место занимает способ предварительной гидропневматической обработки пласта.

Физически угольный пласт рассматривается как ограниченная сплошная среда, расположенная на значительной глубине от земной поверхности, вследствие чего подверженная давлению вышележащих пород, и характеризующаяся специфическими свойствами. Как объект разработки угольный пласт обладает рядом параметров, значения которых могут быть определены только при непосредственном контакте путем внедрения в его структуру или воздействия на него при подходе горной выработки, при этом исходное природное состояние пласта нарушается. До начала воздействия угольный пласт является «закрытым» объектом, в связи с чем он рассматривается как сильно тированный анизотропный трещиновато-пористый породный массив.

Актуальность работы

Анализ существующих способов нагнетания жидкостей в угольный пласт с целью борьбы с основными опасностями показывает, что необходимым условием высокой эффективности воздействия является равномерность гидравлической обработки угольного массива. К одной из основных причин недостаточно высокой эффективности уменьшения пылеобразования при предварительном увлажнении относится неравномерность распределения влаги в массиве, вызванная преимущественным движением жидкости по крупным трещинам и приводящая к недостаточному повышению влажности больших блоков угля [2-4]. Повышение качества насыщения угля жидкостью является необходимым условием эффективности всех способов гидравлического воздействия на угольный пласт.

Для повышения эффективности воздействия необходимо постоянное совершенствование технологии и параметров процессов, что в свою очередь вызывает необходимость адекватного теоретического обоснования. Ввиду «закрытого» характера объекта воздействия основным методом исследования является математическое моделирование.

В этой связи совершенствование математического аппарата для развития теоретических основ комплексного гидропневматического воздействия на угольные пласты является актуальной научной задачей.

Цель работы – обоснование математической модели процесса внедрения жидкости в угольный пласт с учётом нестационарного характера течения жидкости и анизотропии фильтрационных параметров пласта.

Основное содержание работы

Эффективным методом исследования динамики распространения жидкости в анизотропном угольном пласте является математическое моделирование. В соответствии с физической сущностью обработки и спецификой процесса движения

жидкости в угольном массиве уравнение фильтрации должно удовлетворять следующим условиям:

- неявное вычисление координат фронта движущегося потока жидкости;
- возможность исследования жесткого, упругого и нелинейно-упругого режимов фильтрации;
- наличие эффективного численного метода решения.

Скорость движения фронта фильтрующейся жидкости определяется из системы:

$$\frac{k}{\mu} \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = \frac{\partial W}{\partial t} \quad (1)$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \alpha P (W_0 - W) \quad (2)$$

$$P(0, t) = P_c \quad (3)$$

$$P(x \geq l, t) = 0; W(x \geq l, t) = 0 \quad (4)$$

$$l = l(t); l(0) = 0;$$

$$\frac{dl}{dt} = - \frac{k}{\mu m} \frac{\partial P}{\partial x} \Big|_{x=l}, \quad (5)$$

где $l(t)$ – положение фронта;

W – прирост влагонасыщения;

W_0 – максимальный прирост влагонасыщения.

Из теории нелинейных параболических уравнений известно, что решение уравнения вида

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \text{div}[\lambda(P) \text{grad} P]; \quad (6)$$

$$\lambda(P) = aP^n; \quad n > 0 \quad (7)$$

имеет при нулевом начальном условии конечную скорость распространения возмущения [4-6]. Очевидно, что уравнение (6) с точностью до коэффициента $\lambda(P)$ является уравнением упругой фильтрации жидкости в пористой среде. Предполагая, что зависимость (7) имеет место, специальным подбором коэффициента a и показателя степени n добьемся, чтобы величина этой скорости соответствовала вычисляемой по уравнению (5). Без ограничения общности для упрощения выкладок будем рассматривать задачу в одномерной постановке.

Характерное значение времени находится из уравнения

$$t_{x1} = \frac{x_x^2}{\xi P_x}, \quad (8)$$

где $\xi = \frac{k}{\mu m}$;

m – эффективная пористость;

P_x – характерное значение давления (давление в некоторой точке вблизи фронта фильтрации);

x_x – расстояние от этой точки до поверхности фронта.

Считая, что уравнение (6) справедливо вблизи контура области, занятой жидкостью, получаем выражение для характерного значения времени:

$$t_{x2} = \frac{x_x^2}{aP_x^n}. \quad (9)$$

Для равенства характерных значений времени достаточно выполнение двух условий:

$$a = \xi; \quad n = 1.$$

Тогда уравнение (6) вблизи контура принимает вид (в одномерной постановке):

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \xi \frac{\partial}{\partial x} \left(P \frac{\partial P}{\partial x} \right) \quad (10)$$

при условии $\xi = const$.

Переходя к n -мерной постановке, уравнение упругой фильтрации жидкости в анизотропном пласте запишем в виде:

$$\frac{\partial P}{\partial t} = div[\lambda(P)gradP] \quad (11)$$

$$\lambda(P) = \begin{cases} \xi P, & x_i \geq l_i - \Delta x_i; \\ \chi, & x_i < l_i - \Delta x_i, \end{cases} \quad (12)$$

где i – номер координаты;

Δx_i – некоторая малая величина;

χ – коэффициент пьезопроводности.

Уравнение (11) решается численно на ЭВМ с использованием метода конечных разностей [5], [6].

Присоединяя к уравнению (11) начальные и граничные условия, соответствующие различным технологическим схемам и режимам воздействия, получим математическую модель гидравлического воздействия на угольный пласт в режиме фильтрации.

Примем в дальнейшем $P = P - P_0$.

Тогда в качестве начального условия можно принять:

$$P(x, y, z, 0) = 0. \quad (13)$$

Уравнение (11) с соответствующими конкретной области краевыми условиями представляет собой математическую модель напорной фильтрации жидкости в угольном пласте.

Исследование поведения решения при наличии анизотропии, водоупоров и встречных потоков жидкости в одномерной и плоскостной постановке показало, что с достаточной для практики точностью в большинстве случаев пьезопроводность можно учитывать только при отсутствии свободной поверхности фронта движущейся жидкости, т.е. при встрече потока с водоупором или другим потоком. Водоупорами обычно являются почва и кровля пласта при предположении об их непроницаемости.

Тогда выражение (12) можно переписать в виде:

$$\lambda(P) = \begin{cases} \xi P, & l_i < L_i; \\ \chi, & l_i = L_i, \end{cases} \quad (14)$$

где L_i – расстояние от скважины до водоупора или границы встречного потока по i -й координате.

Решение задачи в одномерной постановке может служить для получения информации о погрешности решений, об изменениях давления по пространству для фиксированных значений времени или во времени в фиксированных точках пространства, однако для исследования физики процесса необходимо переходить к двумерной постановке, чтобы исследовать изменение давления как функции трех координат: $P(x, y, t)$.

Таким образом, напорная фильтрация жидкости в анизотропном угольном пласте при наличии водоупоров и встречных потоков от одновременно работающих скважин удовлетворительно описывается уравнением упругого режима (11) с крайними условиями согласно технологическим схемам. Для решения поставленной задачи используется метод конечных разностей.

Уравнение (1) – это нелинейное параболическое уравнение, точное решение которого весьма затруднено. К настоящему времени разработан ряд численных и аналитических методов для приближенного решения уравнений этого типа. Большой вклад в разработку и практическое использование этих методов внесли ученые Института кибернетики с ВЦ АН Узбекистана под руководством проф. Ф.Б. Абуталиева [5].

Выводы

Обоснована математическая модель процесса гидравлического воздействия на угольный пласт, базирующаяся на уравнении нелинейной упругой фильтрации несжимаемой жидкости в сильно сцементированной анизотропной сплошной среде.

Показано, что по причине выраженной анизотропии фильтрационных параметров угольного пласта процесс увлажнения при гидравлическом воздействии через одиночную скважину обуславливает высокий уровень вариации прироста влажности в обрабатываемом массиве.

Предложено моделирование реально протекающего процесса увлажнения обеспечивать заданием коэффициента проницаемости пласта как переменной величины стохастического характера.

Выполнена численная реализация моделей методом конечно-разностной аппроксимации.

Предложенные модели и методы их реализации позволяют проводить численное моделирование процессов и решать задачи совершенствования как конструктивных, так и технологических параметров.

Список литературы

1. ДНАОП 1.1.30-1.XX-04. Безопасное ведение горных работ на пластах, склонны к газодинамическим явлениям (1-я редакция) [Текст]. – К. : Минтопэнерго Украины, 2004. – 268 с.
2. Обоснование схем и параметров гидравлической обработки угольных пластов с применением компьютерных технологий [Текст] / Павлыш В. Н., Гребенкин С. С., Топчий С. Е., Стеблин В. В. // Проблемы горного дела и экологии горного производства: Матер. IX междунар. науч.-практ. конф. (24 – 25 апреля 2014 г., г. Антрацит). – Донецк : Донбасс, 2014. – С. 29–35.
3. Комплексное освоение георесурсов пластовых месторождений: учебное пособие / С. С. Гребенкин, В. В. Мельник, В. И. Бондаренко, В. Н. Павлыш и др.; под общей редакцией С. С. Гребенкина, В. В. Мельника, В. И. Бондаренко. – Донецк : «ВИК», 2013. – 659 с.
4. Павлыш В. Н. Развитие теории и совершенствование технологии процессов воздействия на угольные пласты [Текст] / В. Н. Павлыш ; [монография]. – Донецк : РВА ДонНТУ, 2005. – 347с.
5. Абуталиев Ф. Б. и др. Методы математического моделирования гидрогеологических процессов [Текст] / Ф. Б. Абуталиев и др. – М. : Недра, 1972. – 285 с.
6. Самарский А. А. Теория разностных схем [Текст] / А. А. Самарский. – М. : Наука, 1977. – 656 с.

7. Павлыш В. Н. Математическое моделирование нестационарных процессов в среде с нечётко определёнными параметрами [Текст] / В. Н. Павлыш, Г. Б. Перетолчина // Проблемы искусственного интеллекта. – Донецк : ГУ ИПИИ. – 2018. – № 2 (9). – С. 33–45.
8. Павлыш В. Н. Математическое моделирование процесса движения газозвдушной смеси в сплошной среде (на примере угольного пласта) [Текст] / В. Н. Павлыш, И. В. Тарабаева // Проблемы искусственного интеллекта. – Донецк : ГУ ИПИИ. – 2018. – № 3 (10). – С. 104–111.

References

1. *DNAOP 1.1.30-1.KHKH-04. Bezopasnoye vedeniye gornyykh rabot na plastakh, sklonny k gazodinamicheskim yavleniyam* (1-ya redaktsiya) [DNAOP 1.1.30-1. XX-04. Safe mining operations at seams are prone to gas-dynamic phenomena], K., Mintopenergo Ukrainy, 2004, 268 p.
2. Pavlysh V. N., Grebenkin S. S., Topchiy S. Ye., Steblin V. V. Obosnovaniye skhem i parametrov gidravlicheskoй obrabotki ugol'nykh plastov s primeneniyeм komp'yuternyykh tekhnologiy [Justification of schemes and parameters of hydraulic processing of coal seams using computer technologies]. *Problemy gornogo dela i ekologii gornogo proizvodstva: Mater. IX mezhdunar. nauch.-prakt. konf.* (24 – 25 aprelya 2014 g., g. Antratsit) [Problems of mining and environmental engineering of mining : Mater. IX International scientific-practical conf.], Donetsk, Donbass, 2014, pp. 29–35.
3. Grebenkin S. S., Mel'nik V. V., Bondarenko V. I., Pavlysh V. N. i dr. *Kompleksnoye osvoyeniye georesursov plastovykh mestorozhdeniy: uchebnoye posobiye* [Integrated development of georesources of stratum deposits: a tutorial] /; pod obshchey redaktsiyey S. S. Grebenkina, V. V. Mel'nika, V. I. Bondarenko, Donetsk, VIK, 2013, 659 p.
4. Pavlysh V. N. *Razvitiye teorii i sovershenstvovaniye tekhnologii protsessov vozdeystviya na ugol'nyye plasty* [Development of the theory and improvement of the technology of processes of influence on coal seams] [monografiya], Donetsk, RVA DonNTU, 2005, 347 p.
5. Abutaliyev F. B. i dr. *Metody matematicheskogo modelirovaniya gidrogeologicheskikh protsessov* [Methods of mathematical modeling of hydrogeological processes], M., Nedra, 1972, 285 p.
6. Samarskiy A. A. *Teoriya raznostnykh skhem* [Theory of difference schemes], M., Nauka, 1977, 656 p.
7. Pavlysh V. N., Peretolchina G. B. Matematicheskoye modelirovaniye nestatsionarnyykh protsessov v srede s nehotko opredelonnymi parametrami [Mathematical modeling of non-stationary processes in a medium with indistinctly defined parameters] *Problemy iskusstvennogo intellekta* [Problems of Artificial Intelligence], 2018, no. 2 (9), pp. 33–45.
8. Pavlysh V. N., Tarabayeva I. V. Matematicheskoye modelirovaniye protsessa dvizheniya gazovozdushnoy smesi v sploshnoy srede (na primere ugol'nogo plasta) [The Mathematical Modeling of Gas-Air Mix Moving Process In Continuous Environment (with Coal Stratum As Example)] *Problemy iskusstvennogo intellekta* [Problems of Artificial Intelligence], 2018, no. 3 (10), pp. 104–111.

RESUME

V. N. Pavlysh, G. B. Peretolchina

The Base of Mathematical Model of Liquid Motion Process in Anisotropic Coal Stratum

Physically coal seam is regarded as limited solid environment, located on the large depth of the Earth's surface, as a result, subject to the pressure of the overlying rocks, and characterized by specific properties. How to design coal layer object has a number of parameters, whose values can only be determined by direct contact through the introduction in its structure or exposure to it when approaching the mountain, while the source natural the state of the reservoir is broken, so the seam is "closed" object.

Due to the fact that, in the development of coal seams is manifested a number of hazard, a prerequisite is to apply a set of measures to reduce the intensity of the negative phenomena. In the system of how to combat the main hazards in underground coal mining method important preliminary hydro-pneumatic fracturing processing.

To enhance the effectiveness of impact requires continuous improvement of technology and process parameters, which in turn necessitates adequate theoretical

justification. In view of the "closed" nature of the object impacts the main method of research is mathematical modeling.

In this context, improving the mathematical apparatus for development of theoretical bases of complex fluid power impact on coal seams is a topical scientific challenge.

The aim of this work is the justification of mathematical model of hydraulic impact on coal seam with consideration of unsteady nature of the introduction of fluids and anisotropy of reservoir parameters.

The article discusses the task of constructing and study the deterministic mathematical model of movement of fluid in the anisotropic coal seam, which is seen as a fractured-porous solid environment with random certain filtration parameters. The model is based on the differential equation describing the mode of nonlinear elastic incompressible fluid filtration in a highly compact solid environment, filtration parameters are set as stochastic values with fixed the variation interval. Computer model implemented using finite differential approximation.

A complete mathematical model of process must contain complex mathematical dependencies, which can be used to submit progress and calculate its parameters. In this case, to obtain mathematical models of hydrodynamic stimulation equation should be supplemented with initial and boundary conditions, which in turn defines the technological schemes and processing modes. Means, mission studies, and calculation of process parameters is formed in accordance with the specific technological scheme.

As a result of the analysis tasks process parameters study of hydrodynamic stimulation.

Equation, put in a basis of the mathematical model, is a nonlinear parabolic equation, analytical solution which is very difficult, and you need to use numerical methods.

Behavior research solutions in the presence of anisotropy, water-resist and counter fluid flow in one-dimensional and Planar setting showed that with sufficient precision for practice in most cases, press-conductivity can be taken into account only when the absence of free surface front moving liquid, i.e. when meeting with flow aquifers or by another thread. Water-resist are usually ground and roof seam assuming their impenetrability.

Solution to the problem in one-dimensional setting can be used to obtain information about errors the decisions about changes of pressure on space for fixed values of time or over time at fixed points of space, however, to study physics the process must move to a 2D setting to explore change in pressure as a function of three coordinates:.

Thus, pressure filtration of liquids in anisotropic coal seam in the presence of water-resist and counter flow from lump sum working wells satisfactorily described by the equation of elastic regime with regional conditions under technological schemes. To solve the task, the finite difference method is used.

Justified mathematical model of hydraulic impact on coal seam based on the equation of nonlinear elastic incompressible fluid filtration in a heavily strength anisotropic solid area.

It is shown that because of the pronounced anisotropy of seepage parameters of coal bed wetting with hydraulic impact through a single hole causes the higher level variations in the moisture gain array.

Invited to modeling real wetting process flow to ensure job coefficient permeability as a variable stochastic nature.

Numerical model implementation implemented by the method of differential approximation.

The proposed models and methods of their realization allow numerical modeling processes and meet the challenges of improving as constructive and technological parameters.

РЕЗЮМЕ

В.Н. Павлыш, Г.Б. Перетолчина

Обоснование математической модели процесса движения жидкости в анизотропном угольном пласте

Физически угольный пласт рассматривается как ограниченная сплошная среда, расположенная на значительной глубине от земной поверхности, вследствие чего подверженная давлению вышележащих пород, и характеризующаяся специфическими свойствами. Как объект разработки угольный пласт обладает рядом параметров, значения которых могут быть определены только при непосредственном контакте путем внедрения в его структуру или воздействия на него при подходе горной выработки, при этом исходное природное состояние пласта нарушается, поэтому пласт является «закрытым» объектом.

В связи с тем, что при разработке угольных пластов проявляется ряд опасных свойств, необходимым условием является применение комплекса мероприятий для снижения интенсивности проявления негативных явлений. В системе способов борьбы с основными опасностями при подземной добыче угля важное место занимает способ предварительной гидропневматической обработки пласта.

Для повышения эффективности воздействия необходимо постоянное совершенствование технологии и параметров процессов, что в свою очередь вызывает необходимость адекватного теоретического обоснования. Ввиду «закрытого» характера объекта воздействия основным методом исследования является математическое моделирование.

В этой связи совершенствование математического аппарата для развития теоретических основ комплексного гидропневматического воздействия на угольные пласты является актуальной научной задачей.

Цель работы – обоснование математической модели процесса гидравлического воздействия на угольный пласт с учётом нестационарного характера внедрения жидкости и анизотропии фильтрационных параметров пласта.

В статье рассматривается задача построения и исследования детерминированной математической модели процесса движения жидкости в анизотропном угольном пласте, который рассматривается как трещиновато-пористая сплошная среда со случайно распределёнными фильтрационными параметрами. В основу модели положены уравнения в частных производных, описывающие режим нелинейно-упругой фильтрации несжимаемой жидкости в сильно сцементированной сплошной среде, фильтрационные параметры задаются как стохастические величины с фиксированным интервалом вариации. Компьютерная реализация модели осуществлена с использованием конечно-разностной аппроксимации.

Полная математическая модель процесса должна содержать комплекс математических зависимостей, на основе которых можно представить ход процесса и рассчитать его параметры. В данном случае для получения математической модели процесса гидродинамического воздействия на пласт уравнение должно быть дополнено начальными и граничными условиями, которые, в свою очередь, определяются технологическими схемами и режимами обработки. Значит, постановка задачи исследования и расчета параметров процесса формируется в соответствии с конкретной технологической схемой.

В результате анализа сформулированы задачи исследования параметров процесса гидродинамического воздействия на пласт.

Уравнение, положенное в основу математической модели, – это нелинейное параболическое уравнение, аналитическое решение которого весьма затруднено, и необходимо использовать численные методы.

Исследование поведения решения при наличии анизотропии, водоупоров и встречных потоков жидкости в одномерной и плоскостной постановке показало, что с достаточной для практики точностью в большинстве случаев пьезопроводность можно учитывать только при отсутствии свободной поверхности фронта движущейся жидкости, т.е. при встрече потока с водоупором или другим потоком. Водоупорами обычно являются почва и кровля пласта при предположении об их непроницаемости.

Решение задачи в одномерной постановке может служить для получения информации о погрешности решений, об изменениях давления по пространству для фиксированных значений времени или во времени в фиксированных точках пространства, однако для исследования физики процесса необходимо переходить к двумерной постановке, чтобы исследовать изменение давления как функции трех координат: $P(x, y, t)$.

Таким образом, напорная фильтрация жидкости в анизотропном угольном пласте при наличии водоупоров и встречных потоков от одновременно работающих скважин удовлетворительно описывается уравнением упругого режима с краевыми условиями согласно технологическим схемам. Для решения поставленной задачи используется метод конечных разностей.

Обоснована математическая модель процесса гидравлического воздействия на угольный пласт, базирующаяся на уравнении нелинейной упругой фильтрации несжимаемой жидкости в сильно сцементированной анизотропной сплошной среде.

Показано, что по причине выраженной анизотропии фильтрационных параметров угольного пласта процесс увлажнения при гидравлическом воздействии через одиночную скважину обуславливает высокий уровень вариации прироста влажности в обрабатываемом массиве.

Предложено моделирование реально протекающего процесса увлажнения обеспечивать заданием коэффициента проницаемости пласта как переменной величины стохастического характера.

Выполнена численная реализация моделей методом конечно-разностной аппроксимации.

Предложенные модели и методы их реализации позволяют проводить численное моделирование процессов и решать задачи совершенствования как конструктивных, так и технологических параметров.

Статья поступила в редакцию 06.02.2019.