

УДК 535.4+681.7

М. К. Галинский, В. В. Румянцев, С. А. Федоров

Государственное учреждение «Донецкий физико-технический институт им. А. А. Галкина»
283114, г. Донецк, ул. Р. Люксембург, 72

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СТРУКТУРЫ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПРОСТРАНСТВЕННО- ВРЕМЕННОГО ВОЛНОВОГО ПАКЕТА

M. K. Galinsky, V. V. Rumyantsev, S. A. Fedorov

Public institution «A. A. Galkin Donetsk Institute for Physics and Engineering»
283114, Donetsk, R. Luxembourg str., 72

MATHEMATICAL MODELING OF THE STRUCTURE OF AN ELECTROMAGNETIC SPACE-TIME WAVE PACKET

М. К. Галінський, В. В. Румянцев, С. А. Фьодоров

Державна установа «Донецький фізико-технічний інститут ім. О. О. Галкіна»
283114, г. Донецьк, вул. Р. Люксембург, 72

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СТРУКТУРИ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОГО ПРОСТОРОВО-ЧАСОВОГО ХВИЛЬОВОГО ПАКЕТУ

В данной работе представлено математическое моделирование структуры пространственно-временного пакета электромагнитных волн, используя взаимосвязь пространственных распределений амплитудной и фазовой составляющих поля волны с групповой скоростью. Установлена связь ширины пространственно-временного волнового пакета с его скоростью распространения и длительностью соответствующего импульса. Указанный метод позволяет с единых позиций объяснять данные имеющихся в настоящее время экспериментальных работ и применим для моделирования распространения фемтосекундных лазерных импульсов.

Ключевые слова: пространственно-временной волновой пакет, распределение амплитуд, распределение фаз, групповая скорость.

In this work the mathematical modeling of the structure of space-time electromagnetic wave packets is presented, using the relation of spatial distributions of amplitude and phase components of wave field with group velocity. Found out correlation of width of space-time wave packet and its propagation velocity and respective pulse duration. The method allows us to explain the data of the currently available experimental works from a unified point of view and is applicable for modeling the propagation of femtosecond laser pulses.

Key words: space-time wave packet, amplitude distribution, phase distribution, group velocity.

В наведеній праці представлено математичне моделювання структури просторово-часового пакету електромагнітних хвиль, використовуючи взаємозв'язок просторових розподілів амплітудної та фазової складових поля хвилі із груповою швидкістю. Установлено зв'язок між шириною просторово-часового пакету та швидкістю його руху і тривалістю відповідного імпульсу. Вказаний метод дозволяє з єдиних позицій пояснити дані наявних експериментальних робіт та його можна застосовувати для моделювання розповсюдження фемтосекундних лазерних імпульсів.

Ключові слова: просторово-часовий хвильовий пакет, розподіл амплітуд, розподіл фаз, групова швидкість.

Введение

Формирование лазерных импульсов с различными скоростями распространения имеет множество перспектив применения, в частности, в информационных технологиях. В связи с этим актуальны исследования групповой скорости электромагнитных возбуждений, например, в таких средах, как поляритонные кристаллы, атомарные пары [1-4]. Интерес представляют также работы, посвященные структурированию лазерных пучков и управлению скоростью передачи сигналов в свободном пространстве [5-9].

Ранее авторы [7] в наиболее общем виде установили взаимосвязь пространственных распределений амплитуды, групповой скорости и фазы колебаний поля волны. Однако эта взаимосвязь была определена для некоторой выделенной частоты в спектре импульса. В данной работе показано, что эта связь сохраняется также и при формировании структуры фемтосекундных лазерных импульсов с необходимой групповой скоростью.

Целью настоящего исследования является моделирование структуры пространственно-временного электромагнитного волнового пакета и изучение распространения лазерных импульсов и пространственно-временных волновых пакетов с использованием разработанного ранее метода [7].

Теоретическая модель

Как показано в [7], поиск решения волнового уравнения

$$\Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0, \quad (1)$$

относительно электрического поля $\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{A}(\vec{r}) \exp[i(\omega t + \varphi(\vec{r}))]$ в линейной однородной изотропной среде (ω – частота, c – скорость света в данной среде, $\vec{A}(\vec{r})$, $\varphi(\vec{r})$ – пространственные распределения амплитуды и фазы) приводит к описывающей взаимосвязь $\vec{A}(\vec{r})$, $\varphi(\vec{r})$ и пространственного распределения групповой скорости $\vec{V}(\vec{r})$ системе уравнений:

$$\begin{cases} \Delta \vec{A} + \frac{\omega^2}{c^2} \left(1 - \frac{\vec{V}^2}{c^2}\right) \vec{A} = 0 \\ \vec{A}(\vec{\nabla} \cdot \vec{V}) + 2(\vec{V} \cdot \vec{\nabla}) \vec{A} = 0 \\ \vec{\nabla} \varphi + \frac{\omega}{c^2} \vec{V} = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Система (2) позволяет решать как прямую задачу – нахождение групповой скорости пучка с известными распределениями амплитуды и фазы, так и обратную – нахождение структуры пучка с известным пространственным распределением групповой скорости. Так как эта система получена непосредственно из волнового уравнения

(1), она позволяет провести моделирование распространения волн в линейной одно-родной изотропной среде с максимальной общностью.

Результаты и обсуждение

Из экспериментальных работ [8], [9] по измерению скорости распространения различных пространственно-временных волновых пакетов следуют такие значения для длительности импульса τ (определена как время между половинами максимума амплитуды), длины волны лазерного излучения λ и групповой скорости \vec{V} : $\tau \approx 100$ фс, $\lambda = 800$ нм, $\vec{V} = \vec{z} \cdot \text{const} \neq \vec{z} \cdot c$ во всем рассматриваемом участке пространства, где \vec{z} – орт оси OZ (здесь волна поляризована вдоль оси OY , а спектр импульса описывается функцией Гаусса).

Применение вышеприведенных параметров к системе (2) показывает, что фаза является линейной функцией координаты z , второе уравнение становится тождеством при условии, что амплитуда не зависит от координаты z , линейная поляризация позволяет рассматривать только одну компоненту вектора $\vec{A}(\vec{r})$, а первое уравнение принимает вид:

$$\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\omega^2}{c^2} \left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) A = 0. \quad (3)$$

Как видно из (3), в пространственное распределение амплитуды $A(x; \omega)$ в качестве параметра входит частота ω . Следовательно, обратное преобразование Фурье для функции $A(x; \omega)$ по частоте позволяет выразить зависимость поля волны от координат и времени. Решение уравнения (3) будем искать в комплексном виде $A(x; \omega) = A_0(\omega) \exp[i(ax + b)]$, где $a = \frac{\omega}{c} \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}$, b – некоторая константа, $A_0(\omega)$ – Фурье-образ импульса.

Если импульс и его спектр описывается функцией Гаусса, то временная зависимость поля волны до преобразования в пространственно-временной волновой пакет описывается следующим образом:

$$\bar{E}(t) = \hat{y}E(t) = \hat{y}E_0 \exp\left[i\omega_0 t - \frac{\ln(2)}{\tau^2} t^2\right], \quad (4)$$

где $\omega_0 = 2\pi c / \lambda$ – частота лазерного излучения. В этом случае спектр импульса принимает вид:

$$E(\omega) = \frac{\tau E_0}{\sqrt{2 \ln(2)}} \exp\left[\frac{-\tau^2}{4 \ln(2)} (\omega - \omega_0)^2\right]. \quad (5)$$

Очевидно, что преобразование импульса в пространственно-временной волновой пакет $A_0(\omega) = E(\omega)$ приводит к следующему выражению:

$$A(x; \omega) = \frac{\tau E_0}{\sqrt{2 \ln(2)}} \exp\left[\frac{-\tau^2}{4 \ln(2)} (\omega - \omega_0)^2 + i(ax + b)\right]. \quad (6)$$

После выполнения обратного преобразования Фурье выражения (6) получаем временную зависимость поля пространственно-временного пакета:

$$A_{s-t}(x, t) = E_0 \exp \left[\frac{-\ln(2)}{\tau^2} \left(t - \frac{x}{c} \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \right)^2 + i \left(x \frac{\omega_0}{c} \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} + b \right) \right]. \quad (7)$$

Однако вдоль оси OX может быть сформирована не бегущая, как в (7), а стоячая волна, как в экспериментах [7]. В этом случае имеем:

$$A_{s-t}(x, t) = E_0 \cos \left(x \frac{\omega_0}{c} \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} + b \right) \exp \left[\frac{-\ln(2)}{\tau^2} \left(t - \frac{x}{c} \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \right)^2 \right]. \quad (8)$$

Таким образом, получаем интенсивность излучения, которая прямо пропорциональна квадрату амплитуды:

$$I \sim \cos^2 \left(x \frac{\omega_0}{c} \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} + b \right) \exp \left[\frac{-2 \ln(2)}{\tau^2} \left(t - \frac{x}{c} \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \right)^2 \right]. \quad (9)$$

На рис. 1 представлено (в относительных единицах) распределение интенсивности для групповой скорости электромагнитной волны, равной половине скорости света.

Из уравнения (8) также видно, что ширина пространственно-временного пакета вдоль оси OX (которая определена, как расстояние между половинами максимума амплитуды), связана со скоростью распространения пакета и длительностью импульса следующим образом:

$$\delta = \frac{c\tau}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}. \quad (10)$$

График зависимости (10) для вышеупомянутых условий при различных длительностях импульса показан на рис. 2.

Из (10) и рис. 2 видно, что ширина пакета прямо пропорциональна длительности импульса и тем больше, чем выше скорость распространения сигнала.

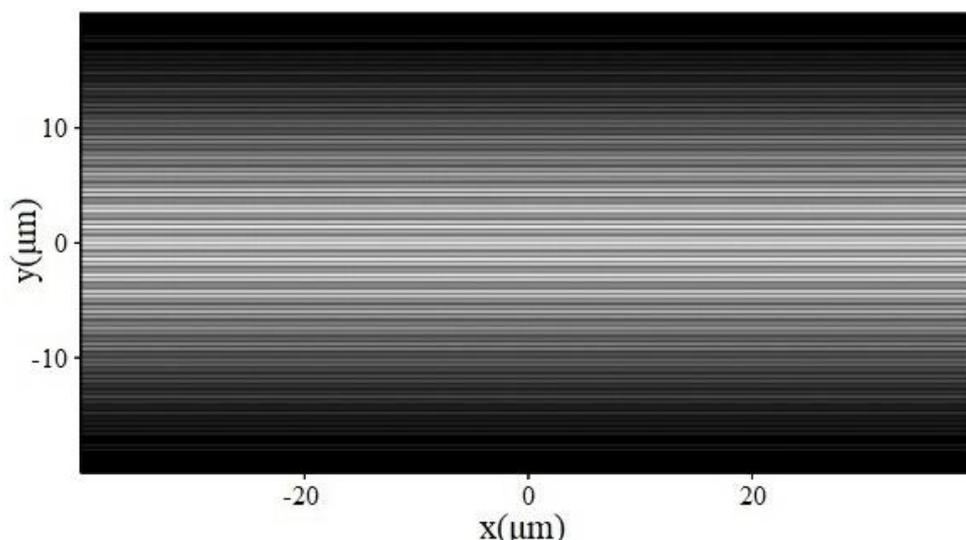


Рисунок 1 – Распределение интенсивности излучения (в относительных единицах) в плоскости XOY

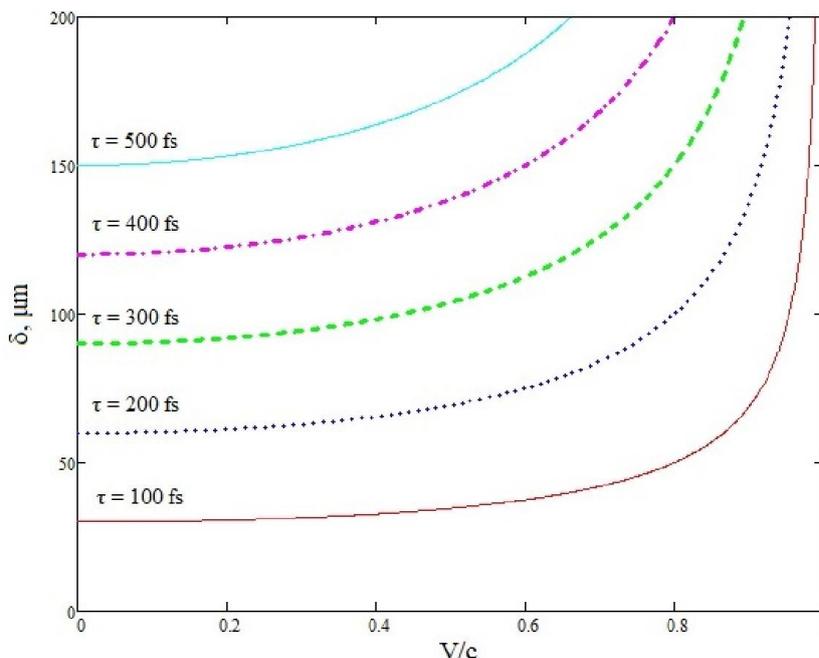


Рисунок 2 – Зависимости ширины пространственно-временного волнового пакета от групповой скорости при различных длительностях импульса

Заключение

Проведено математическое моделирование пространственно-временного волнового пакета с помощью модели, представленной в [7]. Полученное распределение интенсивности для пространственно-временных волновых пакетов хорошо согласуется с экспериментальными данными работ [8], [9]. В явном виде найдена зависимость ширины таких пакетов от длительности импульса и скорости распространения. Показано, что их ширина прямо пропорциональна длительности импульса и тем больше, чем выше скорость их распространения.

Достоверность полученных в работе результатов подтверждается предельным переходом $V \rightarrow c$, при котором согласно выражению (10) ширина импульса стремится к бесконечности.

Показано на частных случаях, что метод работы [7] применим к моделированию распространения фемтосекундных лазерных импульсов и структуры пространственно-временных волновых пакетов.

Список литературы

1. Bigelow M.S. Observation of Ultraslow Light Propagation in a Ruby Crystal at Room Temperature [Текст] / M.S. Bigelow, N.N. Lepeshkin, R.W. Boyd // *Phys. Rev. Lett.* – 2003. – V. 90. – P. 113903.
2. Hau L.V. Light speed reduction to 17 meters per second in an ultracold atomic gas [Текст] / L.N. Hau, S.E. Harris, Z. Dutton, C.H. Behroozi // *Nature.* – 1999. – V. 397. – P. 594.
3. Kash M.M. Ultraslow Group Velocity and Enhanced Nonlinear Optical Effects in a Coherently Driven Hot Atomic Gas [Текст] / M.M. Kash, V.A. Sautenkov, A.S. Zibrov, L. Hollberg, G.R. Welch, M.D. Lukin, Y. Rostovtsev, E.S. Fry, M.O. Scully // *Phys. Rev. Lett.* – 1999. – V. 82. – P. 5229.
4. Romyantsev V.V. Dispersion characteristics of electromagnetic excitations in a disordered one-dimensional lattice of coupled microresonators / V.V. Romyantsev, S.A. Fedorov, K.V. Gumennyk, M.V. Sychanova // *Physica B: Condensed matter.* – 2015. – V. 461. – P. 32.
5. Giovannini D. Spatially structured photons that travel in free space slower than the speed of light [Текст] / D. Giovannini, J. Romero, V. Potoček, G. Ferenczi, F. Speirits, S.M. Barnett, D. Faccio, M.J. Padgett // *Science* – 2015. – V. 347. – P. 857.

6. Barezza N.D. Subluminal group velocity and dispersion of Laguerre Gauss beams in free space [Текст] / N.D. Barezza, N. Hermosa // *Sci. Rep.* – V. 6. – P. 26842.
7. Галинский М. К. Групповая скорость света в оптически линейной и изотропной среде [Текст] / М. К. Галинский, В. В. Румянцев // *Проблемы искусственного интеллекта.* – 2018. – № 3 (10). – С. 14–22.
8. Kondakci H.E. Optical space-time wave packets having arbitrary group velocities in free space [Текст] / H.E. Kondakci, A.F. Abouraddy // *Nature Communications.* – 2019. – V. 10. – P. 929.
9. Kondakci H.E. Diffraction-free space-time light sheets [Текст] / H.E. Kondakci, A.F. Abouraddy // *Nature Photonics.* – 2017. – V. 11. – P. 733.
10. Румянцев В. В. К вопросу об иерархии интеллектуальных систем [Текст] / В. В. Румянцев // *Проблемы искусственного интеллекта.* – 2017. – № 3 (6). – С. 50–57.
11. Численное моделирование рассеяния электромагнитных возбуждений в неидеальной решетке микрорезонаторов [Текст] / Румянцев В. В., Федоров С. А., Гуменник К. В., Гуров Д. А. // *Проблемы искусственного интеллекта.* – 2017. – № 4 (7). – С. 59–68.

References

1. Bigelow M.S., Lepeshkin N.N., Boyd R.W. Observation of Ultraslow Light Propagation in a Ruby Crystal at Room Temperature. *Phys. Rev. Lett.*, 2003, V. 90, P. 113903.
2. Hau L.V., Harris S.E., Dutton Z., Behroozi C.H. Light speed reduction to 17 meters per second in an ultracold atomic gas. *Nature*, 1999, V. 397, P. 594.
3. Kash M.M., Sautenkov V.A., Zibrov A.S., Hollberg L., Welch G.R., Lukin M.D., Rostovtsev Y., Fry E.S., Scully M.O. Ultraslow Group Velocity and Enhanced Nonlinear Optical Effects in a Coherently Driven Hot Atomic Gas. *Phys. Rev. Lett.*, 1999, V. 82, P. 5229.
4. Rummyantsev V.V., Fedorov S.A., Gumennyk K.V., Sychanova M.V. Dispersion characteristics of electromagnetic excitations in a disordered one-dimensional lattice of coupled microresonators. *Physica B: Condensed matter*, 2015, V. 461, P. 32.
5. Giovannini D., Romero J., Potoček V., Ferenczi G., Speirits F., Barnett S.M., Faccio D., Padgett M.J. Spatially structured photons that travel in free space slower than the speed of light. *Science*, 2015, V. 347, P. 857.
6. Barezza N.D., Hermosa N. Subluminal group velocity and dispersion of Laguerre Gauss beams in free space. *Sci. Rep.*, V. 6, P. 26842.
7. Galinskiy M. K., Rummyantsev V. V. Gruppovaya skorost' sveta v opticheskoy lineynoy i izotropnoy srede [Group speed of light in an optically linear and isotropic medium]. *Problems of Artificial Intelligence [Problems of Artificial Intelligence]*, 2018, no. 3(10), pp. 14-22.
8. Kondakci H.E., Abouraddy A.F. Optical space-time wave packets having arbitrary group velocities in free space. *Nature Communications*, 2019, V. 10, P. 929.
9. Kondakci H.E., Abouraddy A.F. Diffraction-free space-time light sheets. *Nature Photonics*, 2017, V. 11, P. 733.
10. Rummyantsev V. V. Towards problem of intelligent systems hierarchy. *Problems of Artificial Intelligence [Problems of Artificial Intelligence]*, 2017, no. 3(6), pp. 50-57.
11. Rummyantsev V. V., Fedorov S.A., Gumennyk K.V., Gurov D.A. Numerical modelling of dispersion of electromagnetic excitations in a nonideal lattice of microresonators. *Problems of Artificial Intelligence [Problems of Artificial Intelligence]*, 2017, no. 4(7), pp. 59-68.

RESUME

M. K. Galinsky, V. V. Rummyantsev, S. A. Fedorov
Mathematical Modeling of the Structure of an Electromagnetic Space-Time Wave Packet

Research of the structure of space-time wave packets using a mathematical model describing the fundamental relationship of the distributions of group velocity, amplitude and phase. Mathematical modeling of the structure of these packages. The research is illustrated by examples of the structure and the dependence of its parameters on the propagation velocity and pulse duration.

Numerical modeling.

The intensity distribution for space-time wave packets was obtained. The dependence of the width of such packets on the pulse duration and propagation velocity is found explicitly. It is shown that their width is directly proportional to the pulse duration and the greater, the higher the speed of their propagation.

The work carried out mathematical modeling of the space-time wave packet. The intensity distribution for space-time wave packets is obtained, and the dependence of the width of such packets on the pulse duration and propagation velocity is found in an explicit form. It is shown that their width is directly proportional to the pulse duration and the greater, the higher the speed of their propagation.

It follows from the equations obtained in this work that when the velocity of the wave packet tends to the speed of light, the pulse width tends to infinity, which indicates that such a packet will propagate in the form of a plane wave.

The results of the performed studies are in good agreement with the experimental data. In particular cases, it is shown that the method used in this work is also applicable to modeling the propagation of femtosecond laser pulses and the structure of space-time wave packets.

РЕЗЮМЕ

М. К. Галинский, В. В. Румянцев, С. А. Федоров

Математическое моделирование структуры

электромагнитного пространственно-временного волнового пакета

Изучение структуры пространственно-временных волновых пакетов с использованием математической модели, описывающей фундаментальную взаимосвязь распределений групповой скорости, амплитуды и фазы. Математическое моделирование структуры указанных пакетов. Исследование иллюстрируется примерами структуры и зависимости ее параметров от скорости распространения и длительности импульса.

Численное моделирование.

Получено распределение интенсивности для пространственно-временных волновых пакетов. В явном виде найдена зависимость ширины таких пакетов от длительности импульса и скорости распространения. Показано, что их ширина прямо пропорциональна длительности импульса и тем больше, чем выше скорость их распространения.

В работе проведено математическое моделирование пространственно-временного волнового пакета. Получено распределение интенсивности для пространственно-временных волновых пакетов, в явном виде найдена зависимость ширины таких пакетов от длительности импульса и скорости распространения. Показано, что их ширина прямо пропорциональна длительности импульса и тем больше, чем выше скорость их распространения.

Из полученных в работе уравнений следует, что при устремлении скорости волнового пакета к скорости света, ширина импульса стремится к бесконечности, что указывает на то, что такой пакет будет распространяться в виде плоской волны.

Результаты выполненных исследований хорошо согласуются с экспериментальными данными. На частных случаях показано, что используемый в работе метод применим также к моделированию распространения фемтосекундных лазерных импульсов и структуры пространственно-временных волновых пакетов.

Статья поступила в редакцию 27.02.2021.