УДК 004.94

О. А. Шевчук
Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Донбасская национальная академия строительства и архитектуры»
286123, г. Макеевка, ул. Державина, 2

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЁННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ СТАЛЬНЫХ ВЕРТИКАЛЬНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ РЕЗЕРВУАРОВ

O. A. Shevchuk
State Educational Institution of Higher Professional Education «Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture»
286123, Makeyevka, str. Derzhavina, 2

MATHEMATICAL MODELING OF THE STRESS-STRAIN STATE OF STEEL VERTICAL CYLINDRICAL TANKS

В статье предложена математическая модель расчета напряжённо-деформированного состояния резервуара для хранения нефтепродуктов со стенками постоянной толщины, которые подвергаются действию внутреннего давления жидкости, выполненная путем аппроксимации численного решения дифференциального уравнения методами геометрического моделирования. Сравнение полученных результатов с эталонным решением демонстрирует высокую степень достоверности предложенного метода. Реализованный подход математического моделирования является более универсальным инструментом по отношению к изменению как начальных и граничных условий задачи, так и самого дифференциального уравнения.
Ключевые слова: численное моделирование, дифференциальное уравнение, геометрический интерполянт, напряжённо-деформированное состояние, перемещения, цилиндрический резервуар.

The article proposes a mathematical model for calculating the stress-strain state of a tank for storing petroleum products with walls of constant thickness that are exposed to the internal pressure of the liquid, made by approximating the numerical solution of the differential equation by geometric modeling methods. Comparison of the obtained results with the reference solution demonstrates a high degree of reliability of the proposed method. The implemented approach of mathematical modeling is a more universal tool in relation to changing both the initial and boundary conditions of the problem, and the differential equation itself.
Keywords: numerical modeling, differential equation, geometric interpolant, stress-strain state, displacement, cylindrical tank.

Введение

В инженерной практике широкое применение нашли тонкостенные оболочки вращения, а именно: трубопроводы больших диаметров, различные баки и контейнеры для транспортировки жидких и газообразных веществ, в том числе и вагоны-цистерны, бункеры и силосы для хранения и перегрузки сыпучих материалов, дымовые и вентиляционные трубы, водонапорные башни, градирни, специальные конструкции металлургической, химической и других отраслей промышленности. К таким сооружениям относятся и стальные вертикальные цилиндрические резервуары (РВС) для хранения нефти и нефтепродуктов.

На стенки резервуара действует целый комплекс нагрузок – это собственный вес конструкции, гидростатическое давление хранимой жидкости, вакуум, ветровая и снеговая нагрузки. Эти нагрузки приводят к возникновению растягивающих напряжений в большей части стенки резервуара. Актуальной является задача исследования изменения напряженно-деформированного состояния корпуса РВС.

Исследованием напряженно-деформированного состояния (НДС) вертикальных стальных резервуаров занимались такие ученые, как С. П. Тимошенко [1], А. А. Тарасенко [2], [3], М. К. Сафарян [4], [5], П. В. Чепур [6] и многие другие. Вместе с тем полученные в этих работах решения являются искусственно смоделированными, имеющими ряд допусков и упрощений, и потому не всегда устойчивыми к изменению исходных данных.

Определение НДС резервуара аналитическим способом

В данной работе рассматривается распределение перемещений в РВС со стенками постоянной толщины, которые подвергаются действию внутреннего давления жидкости. Согласно [1], решение такого рода задач аналитическим методом сводится к решению дифференциального уравнения:

$$\frac{d^4w}{dx^4} + 4\beta^4 w = -\frac{\gamma(d-x)}{D}, \tag{1}$$

где w – компонента радиального перемещения перпендикулярно оси резервуара, м;

x – координата стенки по высоте, отсчитывая от уторного шва резервуара, м;

β – коэффициент деформации стенки, 1/м;

γ – удельный вес хранимой жидкости, Н/м^3;

d – высота столба жидкости, м;

D – цилиндрическая жесткость оболочки при изгибе, кг·м;

Общее решение уравнения (1) имеет вид:

$$w = e^{\beta x}(C_1 cos\beta x + C_2 sin\beta x) + e^{-\beta x}(C_3 cos\beta x + C_4 sin\beta x) + f(x), \tag{2}$$

где $f(x)$ – частное решение уравнения (1);

C_i $(i = \overline{1,4})$ – постоянные интегрирования, которые необходимо определять для каждого частного случая из условий на концах цилиндрической оболочки.

В работе [6] получено уравнение, с помощью которого можно вычислить прогиб в любой точке резервуара по высоте:

$$w = -\frac{\gamma R^2}{E \cdot \delta}\left(d - x - e^{-\beta x}\left(d cos\beta x + \left(d - \frac{1}{\beta}\right) sin\beta x\right)\right), \tag{3}$$

где R – радиус резервуара, м;

E – модуль упругости при растяжении и сжатии для стали, Па;

δ – толщина стенки, м.

В дальнейших исследованиях решение (3) будем называть эталонным.

Определение НДС резервуара методами геометрического моделирования

В данной работе предлагается подход к определению численного решения дифференциального уравнения (1) методами геометрического моделирования [7]. Аппроксимация решения дифференциального уравнения основана на построении геометрических объектов многомерного пространства, инцидентных узловым точкам, получившим название геометрических интерполянтов. Общий подход к аппроксимации решения дифференциальных уравнений изложен в работах [8-11].

Решением дифференциального уравнения (1) является функция перемещений $w = w(x)$. Она представляет собой однопараметрическое множество точек – кривую линию. Функцию перемещений определим с помощью алгебраической кривой, проходящей через наперёд заданные точки [12], [13], как однопараметрический геометрический интерполянт. С учетом условий дифференцирования функции перемещений в уравнении (1) кривая должна быть не ниже 5-го порядка.

Тогда в качестве аппроксимирующей функции примем полином 5-й степени, который описывает алгебраическую кривую 5-го порядка. В соответствии с геометрической теорией многомерной интерполяции [14] такая кривая определяется следующим точечным уравнением:

$$M = M_1 p_1 + M_2 p_2 + M_3 p_3 + M_4 p_4 + M_5 p_5 + M_6 p_6, \tag{4}$$

где M – текущая точка дуги алгебраической кривой 5-го порядка;

M_i – точки – узлы интерполяции;

$$p_1 = \bar{t}^5 - \frac{77}{12}\bar{t}^4 t + \frac{269}{24}\bar{t}^3 t^2 - \frac{77}{12}\bar{t}^2 t^3 + \bar{t} t^4;$$
$$p_2 = 25\bar{t}^4 t - \frac{1450}{24}\bar{t}^3 t^2 + \frac{1850}{48}\bar{t}^2 t^3 - \frac{25}{4}\bar{t} t^4;$$
$$p_3 = -25\bar{t}^4 t + \frac{2950}{24}\bar{t}^3 t^2 - \frac{1150}{12}\bar{t}^2 t^3 + \frac{50}{3}\bar{t} t^4;$$
$$p_4 = \frac{50}{3}\bar{t}^4 t - \frac{1150}{12}\bar{t}^3 t^2 + \frac{2950}{24}\bar{t}^2 t^3 - 25\bar{t} t^4;$$
$$p_5 = -\frac{25}{4}\bar{t}^4 t + \frac{1850}{48}\bar{t}^3 t^2 - \frac{1450}{24}\bar{t}^2 t^3 + 25\bar{t} t^4;$$
$$p_6 = \bar{t}^4 t - \frac{77}{12}\bar{t}^3 t^2 + \frac{269}{24}\bar{t}^2 t^3 - \frac{77}{12}\bar{t} t^4 + t^5;$$

t – текущий параметр, который изменяется от 0 до 1;

$\bar{t} = 1 - t$ – дополнение параметра t до 1.

Затем посредством покоординатного расчёта перейдем от точечного уравнения к системе параметрических уравнений [14]:

$$\begin{cases} x = x_1 p_1 + x_2 p_2 + x_3 p_3 + x_4 p_4 + x_5 p_5 + x_6 p_6, \\ w = w_1 p_1 + w_2 p_2 + w_3 p_3 + w_4 p_4 + w_5 p_5 + w_6 p_6. \end{cases} \tag{5}$$

В данной задаче координаты узлов интерполяции распределяются равномерно по оси Ox Учитывая особые свойства алгебраических кривых, проходящих через наперёд заданные точки, полученные на основе кривых Безье [12-14], первое уравнение системы принимает линейную зависимость $x = td$. Следовательно, для определения геометрического интерполянта в явном виде достаточно выполнить замену переменных во втором уравнении системы:

$$t = \frac{x}{d}\ .$$

Затем необходимо разбить кривую на 6 равных по оси Ox частей и поочерёдно подставить в исходное дифференциальное уравнение (1) полученные значения x_j, где $j = \overline{0{,}7}$. Таким образом будет сформирована система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) с шестью неизвестными w_j. Полученные в результате решения СЛАУ значения w_j необходимо подставить во второе уравнение системы (5), что и будет являться численным решением дифференциального уравнения (1) на интервале изменения переменной x от 0 до d.

Исходные данные для проведения вычислительных экспериментов

В качестве примера рассмотрим резервуар, который имеет следующие характеристики [6]: радиус резервуара – $R = 22{,}8$ м; толщина стенки резервуара – $\delta = 0{,}011$ м; высота столба жидкости – $d = 11{,}92$ м; удельный вес хранимой жидкости – $\gamma = 8485{,}65$ Н/м^3; модуль упругости при растяжении и сжатии для стали – $E = 2{,}1 \cdot 10^{11}$ Па; коэффициент Пуассона стали – $\mu = 0{,}3$.

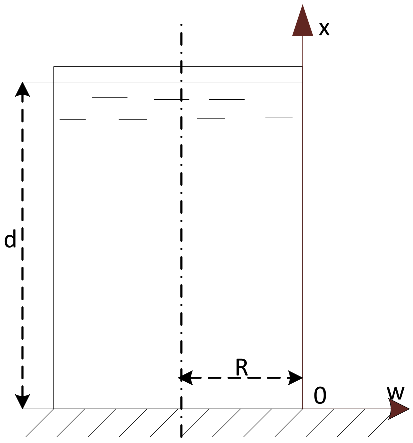

Рисунок 1

Перепишем уравнение (1) с учетом исходных данных. Для этого сначала рассчитаем значение цилиндрической жесткости D и коэффициент деформации стенки β по соответствующим формулам [6]:

$$D = \frac{E \cdot \delta^3}{12 \cdot (1 - \mu^2)}\ , \tag{6}$$

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{K}{4 \cdot D}}\, , \tag{7}$$

$$K = \frac{E \cdot \delta}{R^2}\ . \tag{8}$$

Таким образом, получим: $D = 25596{,}15$ кг $\cdot$ м, $K = 4{,}444 \cdot 10^6$, $\beta = 2{,}567$.

С учетом исходных данных и рассчитанных коэффициентов уравнение (1) примет вид:

$$\frac{d^4 w}{dx^4} + 173{,}6071 w = -3{,}9517 + 0{,}3315 x\ . \tag{9}$$

В рассматриваемой задаче предполагается, что нижний край стенки резервуара защемлен в абсолютно жесткий фундамент, следовательно:

$$w(0) = 0. \tag{10}$$

При $x = d$ гидростатическое давление хранимой жидкости отсутствует, но выше за счёт паров от хранения нефтепродуктов появляется эффект разряжения между уровнем жидкости и крышей резервуара. С учётом этого примем следующее условие:

$$w(d) = 0. \tag{11}$$

Таким образом, для поиска решения уравнения (9) методами геометрического моделирования достаточно только двух граничных условий (10), (11).

Анализ результатов моделирования напряжённо-деформированного состояния резервуара

В результате проведения вычислительного эксперимента было получено уравнение 5-го порядка (с учётом округления полиномиальных коэффициентов), которое является численным решением дифференциального уравнения (1) и характеризует перемещения в любой точке цилиндрического резервуара по высоте:

$$w\,(x) = -2{,}47 \cdot 10^{-6}x^5 + 8{,}82 \cdot 10^{-5}x^4 - 1{,}19 \cdot 10^{-3}x^3 + \\ + 7{,}51 \cdot 10^{-3}x^2 - 1{,}99 \cdot 10^{-2}x. \tag{12}$$

Эталонное решение дифференциального уравнения (1), полученное в работе [6], для рассматриваемых характеристик с учётом округления коэффициентов имеет вид:

$$w_э(x) = 0{,}022e^{-2{,}567x}sin(2{,}567x) + 0{,}023e^{-2{,}567x}cos(2{,}567x) - 0{,}002x - 0{,}023. \tag{13}$$

Сравнить полученные решения (12), (13) достаточно сложно. Поэтому автором было проведено сравнение численного решения и эталонного с помощью графической визуализации (рис. 2).

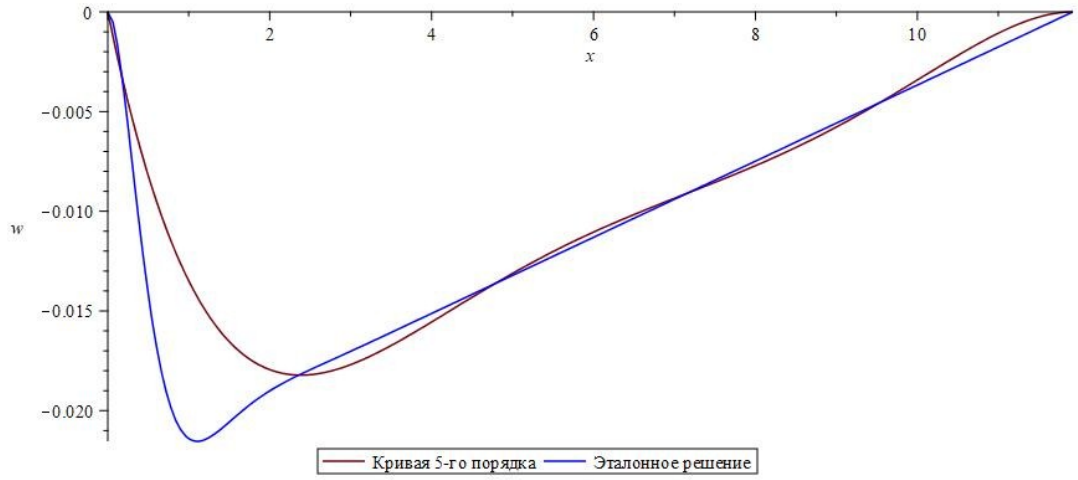

Рисунок 2

Из рис. 2 виден невысокий уровень сходства кривых. В связи с этим автором был проведен ряд экспериментов моделирования функции перемещения кривыми 6-го порядка и выше. Графическая визуализация наиболее значимых результатов представлена на рис. 3.

Как видно из рисунка, на промежутке изменения x от 3 до 10 все моделируемые кривые совпадают с эталонной. На других участках имеют место отклонения.

Для численного определения степени родства эталонного и численного решений автор воспользовался методом сравнения многомерных геометрических объектов с помощью коэффициента детерминации R^2, предложенным в работе [9]:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{m}(\hat{y}_i - y_i)^2}{\sum_{i=1}^{m}(\bar{y} - y_i)^2}, \tag{14}$$

где $\sum_{i=1}^{m}(\hat{y}_i - y_i)^2$ – сумма квадратов регрессионных остатков, которая включает фактические y_i и расчётные $\hat{y}_i$ значения исследуемой переменной;

$\sum_{i=1}^{m}(\bar{y} - y_i)^2$ – общая дисперсия;

$\bar{y}$ – выборочное среднее.

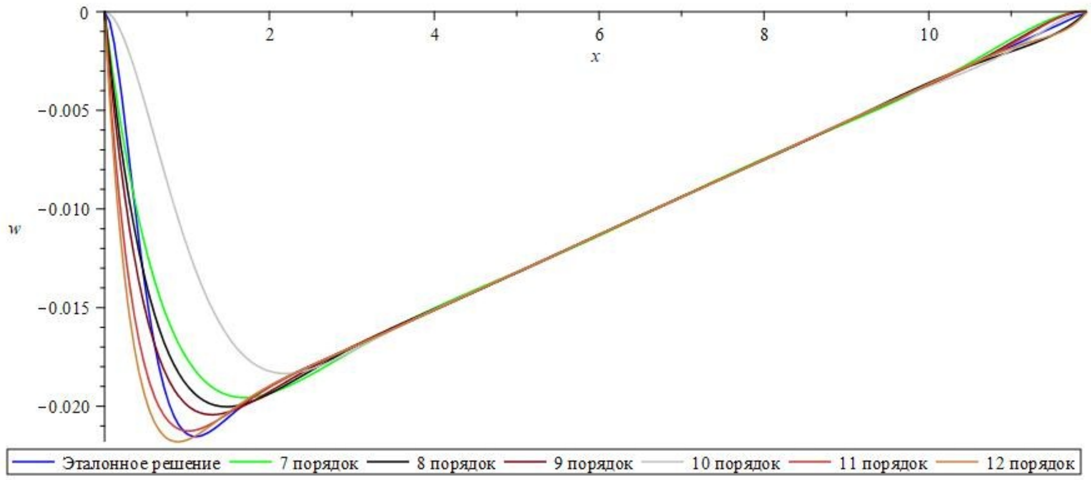

Рисунок 3

Для этого кривые были дискретизированы. В качестве фактических значений были приняты значения точечного множества, выбранного в качестве эталонного; в качестве расчётных – моделируемого. Для каждой пары были вычислены квадраты регрессионных остатков, общая дисперсия и коэффициент детерминации.

Расчет критерия оценки сходства геометрических объектов был выполнен при различных размерах сети дискретных точек, принадлежащих моделируемому геометрическому объекту. Результаты исследований представлены на рис. 4.

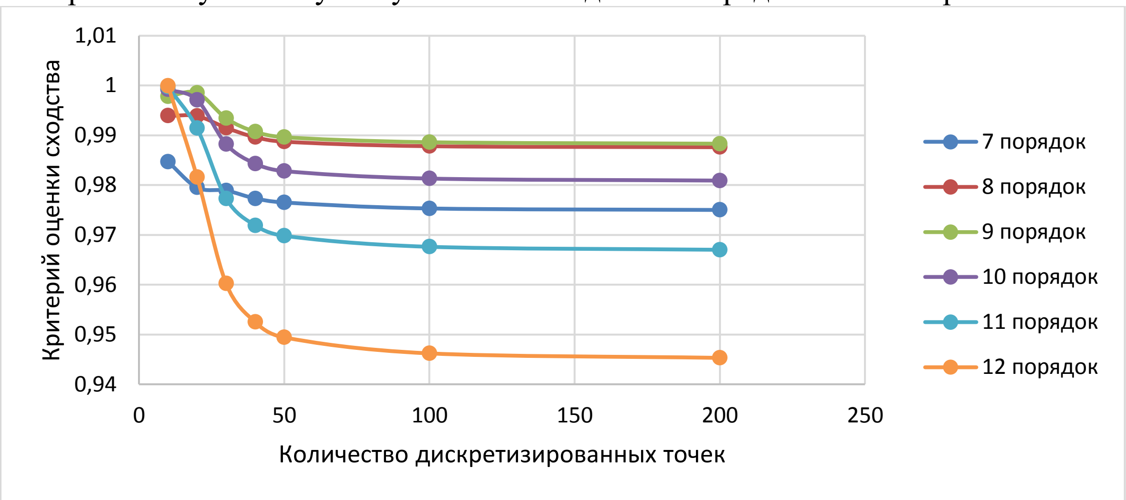

Рисунок 4

Приведенные на рис. 4 графики показывают достаточно высокое значение коэффициента детерминации для моделируемых кривых. Наилучшим является коэффициент детерминации для кривой 9-го порядка, уравнение которой имеет вид:

$$w\,(x) = -5{,}22 \cdot 10^{-9}x^9 + 3{,}11 \cdot 10^{-7}x^8 - 7{,}95 \cdot 10^{-6}x^7 + 1{,}14 \cdot 10^{-4}x^6 - 1{,}01 \cdot \\ \cdot 10^{-3}x^5 + 5{,}69 \cdot 10^{-3}x^4 - 0{,}02x^3 + 0{,}04x^2 - 4{,}77 \cdot 10^{-2}x.$$

Следовательно, ее можно использовать для расчета перемещений в любой точке резервуара по высоте, а также для решения других более сложных задач.

Необходимо отметить, что для конкретного примера после 50 дискретизированных точек значения критерия оценки сходства выравниваются и уже существенно не меняются, оставаясь в пределах $R^2 = 0{,}988$.

Выводы

В статье выполнена аппроксимация численного решения дифференциального уравнения методами геометрического моделирования на примере расчета напряжённо-деформированного состояния резервуара для хранения нефтепродуктов со стенками постоянной толщины, которые подвергаются действию внутреннего давления жидкости. Сравнение полученных результатов с эталонным решением демонстрирует высокую степень достоверности предложенного метода, но для выполнения инженерных расчётов использование полиномиальных функций является более предпочтительным. Вместе с тем реализованный подход математического моделирования и исследования напряжённо-деформированного состояния стальных вертикальных цилиндрических резервуаров в виде численного решения является более универсальным инструментом по отношению к изменению как начальных и граничных условий задачи, так и самого дифференциального уравнения (1).

Перспективой дальнейших исследований является применение представленного метода аппроксимации для моделирования напряжённо-деформированного состояния конструкций тонкостенных оболочек инженерных сооружений с учётом несовершенств геометрической формы от действия гидростатической нагрузки на примере вертикальных цилиндрических резервуаров для хранения нефтепродуктов.

Список литературы

1. Тимошенко, С. П. Пластинки и оболочки [Текст] / С. П. Тимошенко; С. П. Тимошенко, С. Войновский-Кригер; пер. с англ. В. И. Контовта; под ред. Г. С. Шапиро. – Изд. 3-е. – Москва: URSS, 2009. – 635 с. – (Физико-математическое наследие: физика (механика)). – ISBN 978-5-397-00604-0.
2. Тарасенко, А. А. Напряженно-деформированное состояние крупногабаритных резервуаров при ремонтных работах: 05.15.13 : дисс. … канд. техн. наук [Текст] / А. А. Тарасенко; ТИИ. – Тюмень, 1991. – 253 с.
3. Тарасенко, А. А. Разработка научных основ методов ремонта вертикальных стальных резервуаров: 05.15.13 : дисс. … док. техн. наук [Текст] / А. А. Тарасенко; ТюмГНГУ. – Тюмень, 1999. – 299 с.
4. Сафарян, М. К. Основные положения расчета цилиндрических и сферических оболочек на устойчивость (применительно к резервуаростроению) [Текст] / М. К. Сафарян // Монтажные работы в строительстве. – 1967. – № 2. – С. 20–33.
5. Сафарян, М. К. Проектирование и сооружение стальных резервуаров [Текст] / М. К. Сафарян, О. М. Иванцов. – Москва : Гостоптехиздат, 1961. – 328 с.
6. Чепур, П. В. Напряженно-деформированное состояние резервуара при развитии неравномерных осадок его основания: специальность 25.00.19 "Строительство и эксплуатация нефтегазопроводов, баз и хранилищ" : диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук [Текст] / П. В. Чепур. – Москва, 2015. – 181 с.

7. Конопацкий Е. В. Решение дифференциальных уравнений методами геометрического моделирования [Текст] / Е. В. Конопацкий // Тр. 28-й Междунар. конф. по компьютерной графике и машинному зрению “GraphiCon 2018”, 24–27 сентября 2018. – Томск: ТПУ, 2018. – С. 322–325.
8. Шевчук О. А. Математическое моделирование напряжённо-деформированного состояния балки с распределенной нагрузкой [Текст] / О. А. Шевчук // Проблемы искусственного интеллекта. – 2021. – № 1 (20). – С. 63–72.
9. An approach to comparing multidimensional geometric objects [Текст] / I. V. Seleznev, E. V. Konopatskiy, O. S. Voronova, O. A. Shevchuk, A. A. Bezditnyi // CEUR Workshop Proceedings. Proceedings of the 31st International Conference on Computer Graphics and Vision (GraphiCon 2021) Nizhny Novgorod, Russia, September 27-30, 2021. – Vol. 3027. – Pp. 682-688. – DOI: 10.20948/graphicon-2021-3027-682-688. – Access mode: http://ceur-ws.org/Vol-3027/paper71.pdf.
10. Konopatskiy E. V. About one method of numeral decision of differential equalizations in partials using geometric interpolants [Текст] / E. V. Konopatskiy, O. S. Voronova, O.A. Shevchuk, A. A. Bezditnyi. – CEUR Workshop Proceedings, 2020. –Vol. 2763. – Pp. 213-219. – DOI: 10.30987/conference-article_5fce27708eb353.92843700.
11. Konopatskiy, E.V. Modeling geometric varieties with given differential characteristics and its application [Текст] / E. V. Konopatskiy, A. A. Bezditnyi, O. A. Shevchuk // CEUR Workshop Proceedings, 2020. – Vol. 2744. – DOI: 10.51130/graphicon-2020-2-4-31. – Access mode: http://ceur-ws.org/Vol-2744/short31.pdf.
12. Геометрическое моделирование адаптивных алгебраических кривых, проходящих через наперёд заданные точки [Текст] / Е. В. Конопацкий, И. В. Селезнев, О. А. Чернышева, М. В. Лагунова, А. А. Бездитный // Вестник компьютерных и информационных технологий. – М., 2021. – Т. 18, № 9. – С. 26–34. – DOI: 10.14489/vkit.2021.09.pp.026-034.
13. Конопацкий, Е.В. Моделирование дуг кривых, проходящих через наперед заданные точки [Текст] / Е.В. Конопацкий // Вестник компьютерных и информационных технологий. – М., 2019. – № 2. – С. 30-36. – DOI: 10.14489/vkit.2019.02.pp.030-036.
14. Конопацкий, Е. В. Геометрическое моделирование многофакторных процессов на основе точечного исчисления: дис. … д-ра техн. наук: 05.01.01 [Текст] / Е.В. Конопацкий. – Нижний Новгород, 2020. – 307 с.

References

1. Timoshenko S. P., Woinowsky-Krieger S. *Plastinki i obolochki* [Theory of plates and shells], Moscow, 2009, 635 p.
2. Tarasenko A. A. *Napryazhenno-deformirovannoye sostojanije krupnogabaritnykh rezervuarov pri remontnykh rabotakh* [Stress-strained state of large-sized tanks during repairs. Candidate technical sciences dissertation], Tyumen, 1991, 253 p.
3. Tarasenko A. A. *Razrabotka nauchnykh osnov metodov remonta vertikal'nykh stal'nykh rezervuarov* [Development of scientific bases of repair methods for vertical steel tanks. Doctor technical sciences dissertation], Tyumen, 1999, 299 p.
4. Safaryan M. K. Osnovnyye polozheniya rascheta tsilindricheskikh i sfericheskikh obolochek na ustoychivost' (primenitel'no k rezervuarostroyeniyu) [The main provisions of the calculation of cylindrical and spherical shells for stability (in relation to tank construction)], *Montazhnyye raboty v stroitel'stve* [Assembly work in construction], Moscow, 1967, No. 2, pp. 20-33.
5. Safaryan M. K., Ivancov O. M. *Proyektirovaniye i sooruzheniye stal'nykh rezervuarov* [Design and construction of steel tanks], Moscow, 1961, 328 c.
6. Chepur P. V. *Napryazhenno-deformirovannoye sostojanije rezervuara pri razvitii neravnomernykh osadok yego osnovaniya* [Stress-strained state of tanks during the development of uneven settlement of its base. Candidate technical sciences dissertation], Moscow, 2015, 181 p.
7. Konopackiy E.V. Resheniye differentsial'nykh uravneniy metodami geometricheskogo modelirovaniya [Solution of differential equations by methods of geometric modeling]. *Trudy 28-y Mezhdunarodnoy konferentsii po komp'yuternoy grafike i mashinnomu zreniyu «GraphiCon 2018»* [Proceedings of the 28th International Conference on Computer Graphics and Machine Vision "GraphiCon 2018"], pp. 322-325.
8. Shevchuk O. A. Matematicheskoye modelirovaniye napryazhonnogo sostoyaniya balki s raspredelennoy nagruzkoy [Mathematical modeling of the stress-strain state of a beam with a distributed load], *Problemy iskusstvennogo intellekta* [Problems of Artificial Intelligence], 2021, No. 1 (20), pp. 63-72.

9. Seleznev I.V., Konopatskiy E.V., Voronova O.S., Shevchuk O.A., Bezditnyi A.A. An approach to comparing multidimensional geometric objects, *CEUR Workshop Proceedings*, 2021, Vol. 3027, pp. 682-688, DOI: 10.20948/graphicon-2021-3027-682-688. – Access mode: http://ceur-ws.org/Vol-3027/paper71.pdf.
10. Konopatskiy E.V., Voronova O.S., Shevchuk O.A., Bezditnyi A.A. About one method of numeral decision of differential equalizations in partials using geometric interpolants, *CEUR Workshop Proceedings*, 2020, Vol. 2763, pp. 213-219. – DOI: 10.30987/conferencearticle_5fce27708eb353.92843700.
11. Konopatskiy E.V., Bezditnyi A.A., Shevchuk O.A. Modeling geometric varieties with given differential characteristics and its application. *CEUR Workshop Proceedings*, 2020, Vol. 2744, DOI: 10.51130/graphicon-2020-2-4-31. – Access mode: http://ceur-ws.org/Vol-2744/short31.pdf.
12. Konopatskiy E.V., Seleznev I.V., Chernisheva O.A., Lagunova M.V., Bezditnyi A.A. Geometricheskoye modelirovaniye adaptivnykh algebraicheskikh krivykh, prokhodyashchikh cherez naperod zadannyye tochki [Geometric modeling of adaptive algebraic curves passing through predefined points], *Vestnik komp'yuternykh i informatsionnykh tekhnologiy* [Herald of computer and information technologies], Moscow, 2021, Vol. 18, No 9, pp. 26-34. – DOI: 10.14489/vkit.2021.09.pp.026-034.
13. Konopatskiy E.V. Modelirovaniye dug krivykh, prokhodyashchikh cherez napered zadannyye tochki [Modeling arcs of curves passing through predefined points], *Vestnik komp'yuternykh i informatsionnykh tekhnologiy* [Herald of computer and information technologies], Moscow, 2019, No. 2, pp. 30-36, DOI: 10.14489/vkit.2019.02.pp.030-036.
14. Konopatskiy E.V. *Geometricheskoye modelirovaniye mnogofaktornykh protsessov na osnove tochechnogo ischisleniya* [Geometric modeling of multifactorial processes based on point calculus. Doctor technical sciences dissertation], Nizhniy Novgorod, 2020, 307 p.

RESUME

O. A. Shevchuk

Mathematical Modeling of the Stress-Strain State of Steel Vertical Cylindrical Tanks

In engineering practice, quite often there are problems in which a cylindrical shell is exposed to forces distributed relative to the axis of the cylinder. An example of this kind of tasks are steel vertical cylindrical tanks for storing oil and petroleum products, which are exposed to the internal pressure of the liquid.

Many scientists have studied the stress-strain state of vertical steel tanks. At the same time, the solutions obtained by them are artificially modeled, having a number of assumptions and simplifications, and therefore not always resistant to changes in the initial data.

In this paper, the author proposes a mathematical model for calculating the stress-strain state of a tank for storing petroleum products with walls of constant thickness that are exposed to hydrostatic load, performed by approximating the numerical solution of a differential equation by geometric modeling methods.

The comparison of the numerical solution with the reference one was carried out using graphical visualization and the method of comparing multidimensional geometric objects using the coefficient of determination and demonstrates a high degree of reliability of the proposed method.

The author sees the prospect of further research in the application of the proposed approximation method for modeling the stress-strain state of structures of thin-walled shells of engineering structures, taking into account the imperfections of the geometric shape from the action of hydrostatic load on the example of vertical cylindrical tanks for storing petroleum products.

РЕЗЮМЕ

О. А. Шевчук
Математическое моделирование напряжённо-деформированного состояния стальных вертикальных цилиндрических резервуаров

В инженерной практике достаточно часто встречаются задачи, в которых цилиндрическая оболочка подвергается действию сил, распределенных относительно оси цилиндра. Примером такого рода задач являются стальные вертикальные цилиндрические резервуары для хранения нефти и нефтепродуктов, которые подвергаются действию внутреннего давления жидкости.

Исследованием напряженно-деформированного состояния вертикальных стальных резервуаров занимались многие ученые. При этом полученные ими решения являются искусственно смоделированными, имеющими ряд допущений и упрощений, и потому не всегда устойчивыми к изменению исходных данных.

В работе автором предложена математическая модель расчета напряжённо-деформированного состояния резервуара для хранения нефтепродуктов со стенками постоянной толщины, которые подвергаются действию гидростатической нагрузки, выполненная путем аппроксимации численного решения дифференциального уравнения методами геометрического моделирования.

Сравнение численного решения с эталонным было проведено с использованием графической визуализации и метода сравнения многомерных геометрических объектов с помощью коэффициента детерминации и демонстрирует высокую степень достоверности предложенного метода.

Перспективу дальнейших исследований автор видит в применении предложенного метода аппроксимации для моделирования напряжённо-деформированного состояния конструкций тонкостенных оболочек инженерных сооружений с учётом несовершенств геометрической формы от действия гидростатической нагрузки на примере вертикальных цилиндрических резервуаров для хранения нефтепродуктов.

Статья поступила в редакцию 20.12.2021.