

УДК 531.3; 534.014

В. Н. Беловодский, С. Л. Букин

Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования
«Донецкий национальный технический университет»
83001, г. Донецк, ул. Артёма, 58

СУБГАРМОНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ ОДНОМАССОВОЙ ИНЕРЦИОННОЙ ВИБРОМАШИНЫ С АСИММЕТРИЧНОЙ УПРУГОЙ ОПОРОЙ

V. N. Belovodskiy, S. L. Bukin

State Educational Institution of Higher Professional Education «Donetsk National Technical University»
83001, Donetsk, Artema st., 58

SUBHARMONIC OSCILLATIONS OF A SINGLE-MASS INERTIA VIBROMACHINE WITH ASYMMETRIC ELASTIC SUPPORT

Рассмотрена одномассовая вибрационная машина инерционного типа с горизонтальными колебаниями рабочего органа. Предложена схема формирования её упругой системы асимметричного типа, включающая композицию цилиндрических и конических пружин сжатия. Для двух наборов экспериментальных данных силовых характеристик таких пружин выполнено математическое описание упругих систем и составлены математические модели движения рабочего органа. Путём численного моделирования установлена возможность возбуждения субгармонических резонансов порядка $1/2$, проведен их сравнительный анализ по ширине частотной зоны возбуждения и амплитудам возмущающих усилий, получены законы перемещений установившихся колебаний. Отмечены их особенности, сформулированы цели ближайших исследований.

Ключевые слова: одномассовая вибромашина, инерционный вибропривод, рабочий орган, асимметричная упругая опора, коническая пружина, субгармонический резонанс.

A single-mass vibration machine of inertial type with horizontal vibrations of the working body is considered. A scheme for the formation of its elastic system of an asymmetric type, including a composition of cylindrical and conical compression springs, is proposed. For two sets of experimental data on the power characteristics of such springs, a mathematical description of elastic systems was performed and mathematical models of the movement of the working body were compiled. By means of numerical simulation, the possibility of excitation of subharmonic resonances of the order of $1/2$ has been established, their comparative analysis has been carried out in terms of the width of the frequency zone of excitation and the amplitudes of the disturbing forces, and the laws of displacement of steady-state oscillations have been obtained. Their features are noted, the goals of future research are formulated.

Key words: single-mass vibrator, inertial vibration drive, working body, asymmetric elastic support, conical spring, subharmonic resonance.

Введение

Использование полигармонических колебаний рабочего органа вибрационных машин способно существенно интенсифицировать многие технологические процессы, такие как транспортирование, уплотнение, грохочение, обогащение и т.д. Одним из перспективных способов их реализации является использование особенностей нелинейных колебательных систем, в частности, комбинационных резонансов [1], возбуждение которых позволяет формировать полигармонические вибрации при моногармоническом возбуждении и осуществлять безредукторное преобразование частоты возбуждения. Известны примеры использования таких эффектов в вибрационной технике, однако традиционное формирование нелинейности путём использования кусочно-линейных связей, в виде системы упругих элементов с зазором, затрудняет более широкое их распространение.

В данной работе предпринимается попытка формирования нелинейности в упругой системе путем комбинации цилиндрических и конических пружин сжатия, предлагается принципиальная схема вибрационной машины горизонтального типа с такой упругой системой и путём численного моделирования её движения устанавливается факт возбуждения субгармонических резонансных колебаний порядка 1:2 для реальных характеристик её упругих элементов.

Активное исследование сложных резонансов нелинейных колебательных систем и их использование в вибрационной технике ведётся уже на протяжении более полувека и на этом пути получен ряд значительных результатов [1-10]. Отметим некоторые из них.

В работе [1] рассмотрены колебательные системы при силовом и кинематическом возбуждении с кусочно-линейными упругими связями. Установлено повышение эффективности вибрационных машин за счет использования фактора нелинейности, обращено внимание на преимущество несимметричных характеристик. В работах [6-8] вскрыто влияние несимметрии упругой характеристики на ширину зоны возбуждения субгармонических резонансов кусочно-линейных нелинейных систем с силовым возбуждением, изучен спектральный состав таких колебаний, отмечена возможность управления величиной и знаком асимметричности субгармонического режима путём плавного изменения частоты возбуждения. В работе [9] рассматриваются такие системы с кинематическим возбуждением, авторы обращают также внимание на возможность формирования выраженных полигармонических вибраций.

Обратим внимание, что в известных приложениях, как правило, нелинейная упругая восстанавливающая сила формировалась путем установки буферных элементов с зазором, изготовленных из эластомеров (чаще всего из резины). Учитывая, что резина относится к материалам, обладающим реономными свойствами, то при постоянной деформации напряжения в ней релаксирует [1]. Этот недостаток усиливается и значительным разбросом жесткостных параметров при изготовлении упругих элементов. Все это в совокупности затрудняет настройку системы на проектируемые режимы работы. Разработке иных инновационных типов упругих систем уделяется, на наш взгляд, недостаточно внимания, хотя такие исследования актуальны и в других секторах промышленности. В этом плане можно отметить автомобилестроение, где всё большее развитие получают, т.н. прогрессивные пружины, имеющие нелинейную характеристику [11]. К таковым следует отнести стальные цилиндрические пружины с переменным шагом навивки или диаметром сечения витка по длине пружины, а также фасонные пружины, включая конические, трудоёмкость изготовления которых ниже остальных.

Авторам неизвестны исследования, посвящённые изучению возможности реализации сложных резонансов при использовании пружин с прогрессивной характеристикой. Учитывая, также, что в практике обогащения углей используются низкочастотные (250...350 кол/мин) режимы работы, то реализация субгармонических резонансов позволила бы упростить машину и за счёт устранения трансмиссии в приводе вибро-возбудителя.

Вопросам применения прогрессивных пружин сжатия в вибрационном машиностроении и посвящена данная статья.

В работе ставятся следующие задачи:

- предложить конструкцию упругой системы вибрационной машины с использованием прогрессивных пружин сжатия и составить их математическое описание на основе известных экспериментальных данных силовых характеристик;
- сформировать математическую модель одномассовой инерционной вибрационной машины горизонтального типа с предложенной упругой системой и, путем численного моделирования, изучить возможность реализации в ней субгармонических резонансов.

Основная часть

Динамическая схема вибрационной машины приведена на рис. 1. Рабочий орган 1, жёстко соединённый с корпусом инерционного вибровозбудителя 2, установлен на неподвижном основании 3 при помощи опорных стоек 4. Стойки 4 соединяют подвижную массу и неподвижное основание при помощи резинометаллических упругих элементов (сайлентблоков) 5. Основная упругая связь 6 расположена между колеблющейся массой (рабочий орган совместно с вибровозбудителем) и неподвижным основанием. Вибропривод 7 – инерционный, самобалансный.

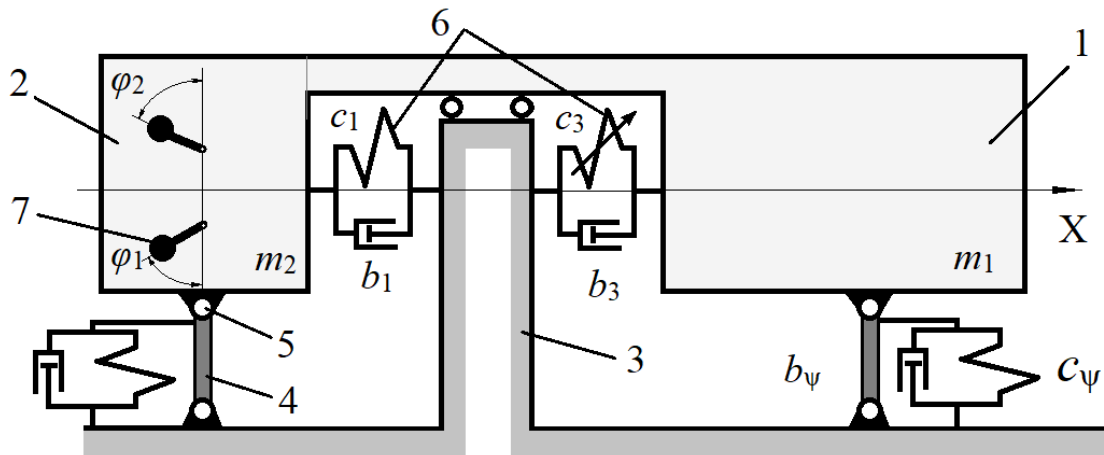


Рисунок 1 – Расчётная схема вибрационной машины:

1 – рабочий орган; 2 – корпус вибровозбудителя; 3 – основание;

4 – опорная стойка; 5 – резинометаллический шарнир;

6 – блок упругих элементов основной связи; 7 – инерционный вибровозбудитель

В состав упругой системы вибромашины входят основная упругая связь подвижной массы с основанием и упругие стойки (рычаги) с резинометаллическими шарнирами, работающими на коаксиальное кручение. Основная упругая связь 6 состоит из витых стальных пружин сжатия – цилиндрической и конической, расположенных между стойкой 3 неподвижного основания и упорами рабочего органа 1.

На рис. 2 приведены силовые характеристики составляющих элементов основной упругой связи (цилиндрической и конической пружины) без предварительного (рис. 2а) и с предварительным поджатием пружин (рис. 2б).

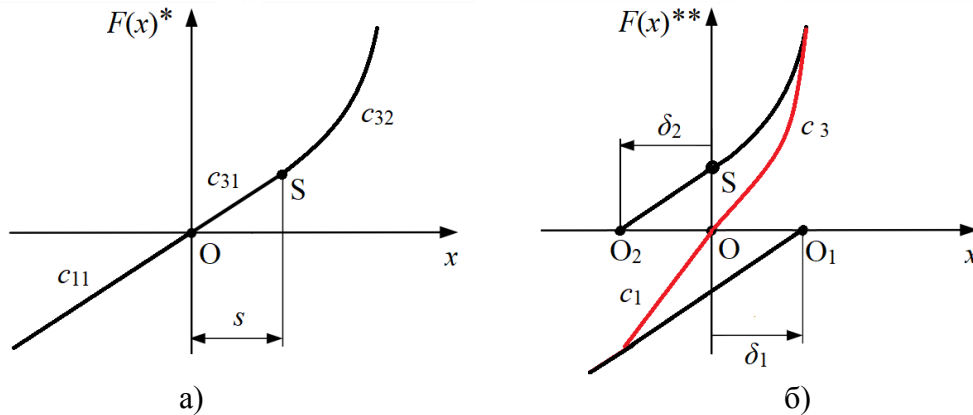


Рисунок 2 – Характеристики сила-деформация исследуемого варианта нелинейной асимметричной основной упругой связи:
 а – без предварительного поджатия; б – с предварительным поджатием

В принципиальном плане, порядок описания такой упругой системы следующий.

Предположим, что цилиндрическая стальная пружина сжатия имеет линейную характеристику с коэффициентом жёсткости c_{11} , а стальная коническая пружина на участке OS имеет линейную характеристику с коэффициентом жёсткости c_{31} (далее, принимаем $c_{31}=c_{11}$) и нелинейную часть, для определенности, кубического вида с коэффициентом c_{32} . Тогда упругая характеристика основной связи, составленная из свободных пружин (рис. 2а), имеет вид

$$F(x)^* = \begin{cases} c_{11}x, & x < 0; \\ c_{31}x, & 0 \leq x \leq s; \\ c_{31}x + c_{32}(x-s)^3, & x > s. \end{cases} \quad (1)$$

Выполним поджатие пружин на величину $\delta_1=\delta_2=s$ (рис. 2б), предполагая, что колебания рабочего органа происходят в области их поджатия, т.е. $-s \leq x \leq s$. Тогда силовая характеристика основной упругой связи примет вид:

$$F(x)^{**} = \begin{cases} c_{11}(x-s) + c_{31}(x+s) = (c_{11} + c_{31})x, & x \leq 0; \\ c_{11}(x-s) + c_{31}(x+s) + c_{32}x^3 = (c_{11} + c_{31})x + c_{32}x^3, & x > 0, \end{cases} \quad (2)$$

здесь x описывает уже деформацию пружин относительно «поджатого» состояния и учтено, что $c_{11}=c_{31}$.

Если же к этому добавить линейную жёсткость c_2 шарниров 5 (рис. 1), которая незначительна по сравнению с жёсткостью пружин 6, то получим силовую характеристику упругой связи вибрационной машины

$$F(x) = \begin{cases} cx, & x \leq 0; \\ cx + c_3x^3, & x > 0, \end{cases} \quad (3)$$

где $c=c_{11}+c_{31}+c_2$; $c_3=c_{32}$.

Для моделирования колебаний рассмотрим два варианта конических пружин и проведём аппроксимацию их упругих характеристик. Первый из них описан в работе [12], график его характеристики «сила-деформация» представлен на рис. 3а, второй – в источнике [13], соответствующий экспериментальный набор данных «сила-деформация» приводится в табл. 1.

Вариант 1 конической пружины (рис. 3а).

Из вида кривой полагаем, что участок $x \in [0, 0.028]$ прямолинейный, а при $x=0.048$ характеристика имеет вертикальную касательную. Для описания криволинейного участка возьмём три контрольные точки: это крайние (28 мм, 500 Н) и (48 мм, 2500 Н), а также средняя – (48 мм, 854.4 Н) – которая является пересечением касательных к этому участку кривой, проведенных в крайних его точках. По этим трём точкам проведено построение линии Безье 2-го порядка [14] и график полученной аппроксимации приводится на рис. 3б.

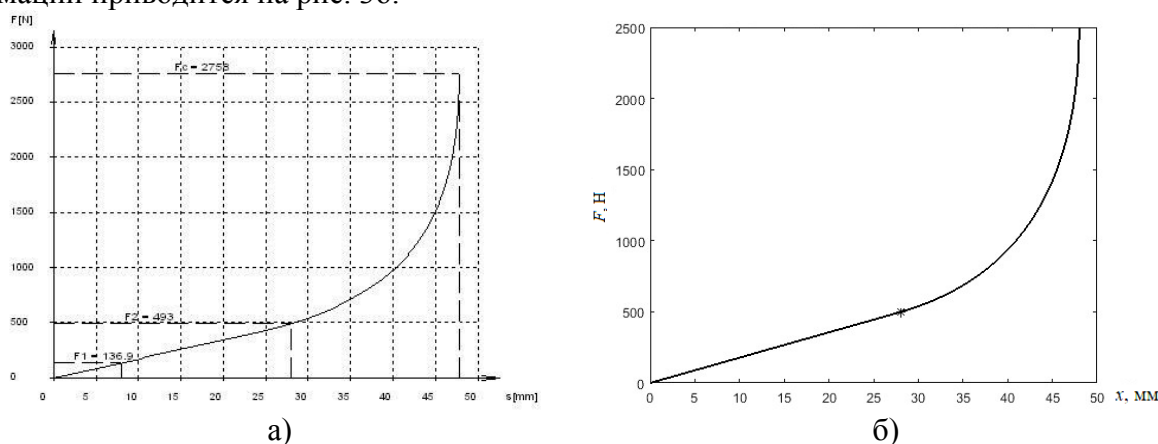


Рисунок 3 – График силовой характеристики (сила-деформация) конической пружины: а) – исходный [12]; б) – расчётный

В физических единицах Н-м полученная зависимость описывается выражением

$$F_1(x) = \begin{cases} 17857x, & 0 \leq x \leq 0.028; \\ 2500 - 3291.2 \sqrt{\frac{0.048-x}{0.020}} + 1291.2 \cdot \frac{0.048-x}{0.020}, & 0.028 \leq x \leq 0.048. \end{cases} \quad (4)$$

Вариант 2 конической пружины (табл. 1).

Таблица 1 – Результаты экспериментального нагружения пружины №1 из [13]

F_2 , Н	0	2.2	4.3	6.5	8.7	12.9	15.1	20.9	30	35	45	50	55	60	70
x , мм	0	5	10	15	20	27	30	35.4	39.1	42.8	48.2	50.4	53.3	56.8	63.2

На рис. 4 показан «экспериментальный» график зависимости сила-деформация для этой пружины и его аппроксимация. На «экспериментальном» графике можно выделить три характерных участка. На двух из них, на $(0 \leq x \leq 28)$ мм и $(35.4 \leq x \leq 63.2)$ мм, используем линейную аппроксимацию, проходящую через граничные их точки, а на среднем участке $(28.0 \leq x \leq 35.4)$ мм аппроксимацию выполним с помощью многочлена третьей степени, коэффициенты которого подберем так, чтобы обеспечить уровень гладкости кривой C^1 . Окончательный вид характеристики представлен на рис. 4 (сплошная линия), а в физических единицах Н-м эта зависимость описывается выражением

$$F_2(x) = \begin{cases} 430x, & 0 \leq x \leq 0.020; \\ 430x - 15200(x - 0.020)^2 + 0.0025 \cdot 10^9 (x - 0.020)^3, & 0.020 \leq x \leq 0.0354; \\ 1770(x - 0.0354) + 20.9, & 0.0354 \leq x \leq 0.0632. \end{cases} \quad (5)$$

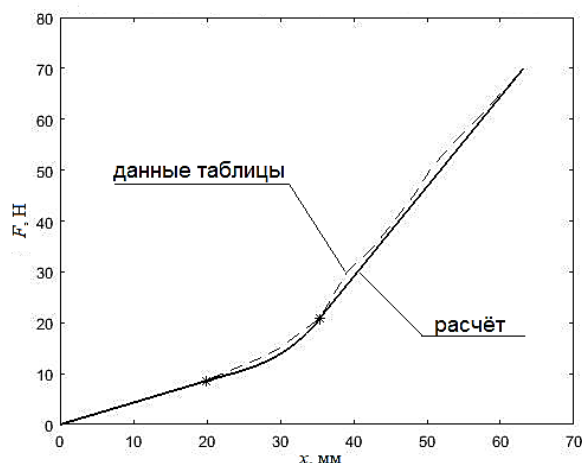


Рисунок 4 – Экспериментальная характеристика и её аппроксимация

При составлении математической модели колебаний рабочего органа примем традиционные допущения, обычные при динамических расчётах вибрационных машин технологического назначения. В частности, рабочий орган является абсолютно твёрдым телом, неуравновешенные массы вращаются синхронно в противоположных направлениях, учёт внутренних сопротивлений в упругих элементах описывается гипотезой вязкого трения с коэффициентом внутреннего сопротивления $\mu \in (1 \div 8) \cdot 10^{-4}$, с. Дополнительно предположим, что суммарная жёсткость линейных цилиндрических пружин, расположенных в левой части упругой системы (рис. 1), совместно с жёсткостью резинометаллических шарниров опорных стоек 4, приведенной к горизонтальным перемещениям рабочего органа, совпадает с жёсткостью линейной части конических пружин, расположенных в ее правой части. Также предположим, что в конкретной вибромашине требуемая суммарная жёсткость упругой системы обеспечивается или набором нескольких узлов описанного типа или же подбором пружин большей жёсткости, но имеющих качественно такие же характеристики (рис. 3, рис. 4).

Выполним, теперь, предварительное поджатие системы пружин на величину, равную линейной части конических пружин, и это положение покоя примем в качестве начала отсчета. Тогда, в общей форме, горизонтальные перемещения рабочего органа будут описываться одним уравнением второго порядка

$$m \ddot{x} = m_0 r \omega^2 \sin(\omega t), \tag{6}$$

где x – перемещение рабочего органа относительно выбранного положения покоя; m – масса колеблющихся частей, возможно, с присоединённой массой обрабатываемой среды; $G(x, \dot{x})$ – сопротивление в колебательной системе; $F(x)$ – характеристика её упругой системы; $m_0 r$ – статический момент дебалансов; ω – угловая скорость их вращения; t – время.

При описании сил сопротивления ограничимся учётом потерь в упругих связях, т.е. будем считать $G(x, \dot{x}) = c \dot{x}$, где c – коэффициент жёсткости упругой системы на линейном участке.

При принятых допущениях уравнения движения рабочего органа в безразмерной форме будут описываться:

– в случае Варианта 1 конической пружины – уравнением

$$\frac{d^2 \xi}{d\tau^2} + \mu \omega_0 \frac{d\xi}{d\tau} + \begin{cases} \xi, & -28 \leq \xi \leq 0; \\ \frac{\xi}{2} + 0.028 \left(2500 - 3291.2 \sqrt{\frac{20-\xi}{20}} + 1291.2 \frac{20-\xi}{20} \right), & -14, 0 \leq \xi \leq 20; \end{cases} = P \eta^2 \sin \eta \tau, \tag{7}$$

– в случае Варианта 2 конической пружины – уравнением

$$\frac{d^2\xi}{d\tau^2} + \mu\omega_0 \frac{d\xi}{d\tau} + \begin{cases} \xi, & -20 \leq \xi \leq 0; \\ \xi - 0.0177\xi^2 + 0.0029 \cdot \xi^3, & 0.0 \leq \xi \leq 15.4; \\ \frac{1}{2} \cdot (\xi - 20) + 2.0581 \cdot (\xi - 15.4) + 24.3023, & 15.4 \leq \xi \leq 43.2; \end{cases} = P\eta^2 \sin \eta\tau, \quad (8)$$

где $x = 10^{-3} \text{ м} \cdot \xi$, и поэтому численное значение ξ совпадает с перемещением рабочего органа в мм; $P = 10^3 \text{ м}^{-1} \cdot (m_0 r / m)$; $\eta = \omega / \omega_0$; $\tau = \omega_0 t$; ω_0 – собственная частота системы, соответствующая линейному участку упругой системы. Упругие характеристики моделей (7), (8) представлены на рис. 5.

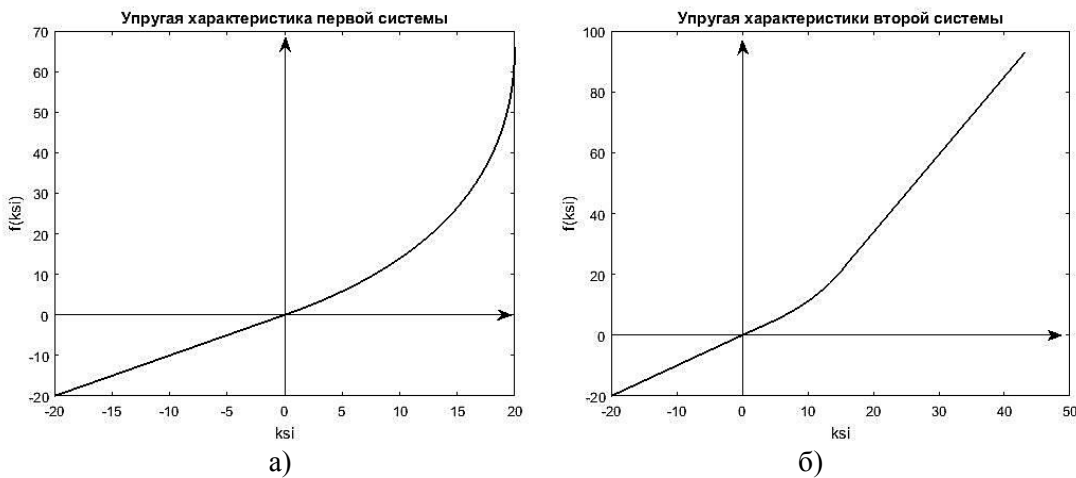


Рисунок 5 – Упругие характеристики системы: а) модель (7); б) модель (8)

Решение уравнений (7), (8) выполним в среде Matlab. Ориентируясь на поиск самовозбуждающихся субгармонических движений порядка 1:2, исходим из нулевых начальных условий, т.е. полагаем $\xi(0) = \left(\frac{d\xi}{d\tau} \right)_{\tau=0} = 0$. В силу неопределённости в

выборе ω_0 уровень сопротивлений будем считать равным $\mu\omega_0 = 0.1$. В этом случае коэффициент усиления на резонансе равен 10, что вполне соответствует вибрационным машинам технологического назначения.

С целью повышения надёжности получаемых результатов используем солверы, реализующие различные методы решения дифференциальных уравнений, а именно, одношаговые методы Рунге-Кутты 4-5-го порядков и многошаговые методы Адамса-Башфорта-Моултона.

Поиск субрезонансов выполним путём сканирования предположительной области параметров, допускающих их возбуждение. В моделях (7), (8) сохраняется, по существу, два параметра, которые можно варьировать в процессе моделирования, это P и η . Первый из них характеризует величину внешней силы, а второй – её частоту. В научной литературе отсутствуют необходимые и достаточные условия на параметры системы, гарантирующие возбуждение сложных резонансов. Однако в ряде источников отмечается, что это может иметь место при частоте внешней силы в целое число раз превышающей собственную частоту системы. Следуя этой логике, будем полагать

значение $\eta \geq 2$. Значения параметра P выбираем из практических соображений. Так, в линейной вибрационной машине резонансного типа, при амплитуде колебаний рабочего органа 15 мм, значение $P \approx 15$. Это значение и принимаем в качестве верхнего.

В результате сканирования предположительной области изменения параметров P , η и последующего численного расчёта во временном диапазоне $\tau \in [0, 200]$, достаточном для установления колебаний, возбуждение субрезонансов порядка 1:2 было обнаружено в каждой из рассматриваемых моделей, в первой их них при $P > 4$, во второй – при $P > 6$. На рис. 6 и рис. 7 представлены эти результаты для наименьших целых значений P . Для идентификации порядка режима на рисунках приводятся и графики синусоиды внешней силы.

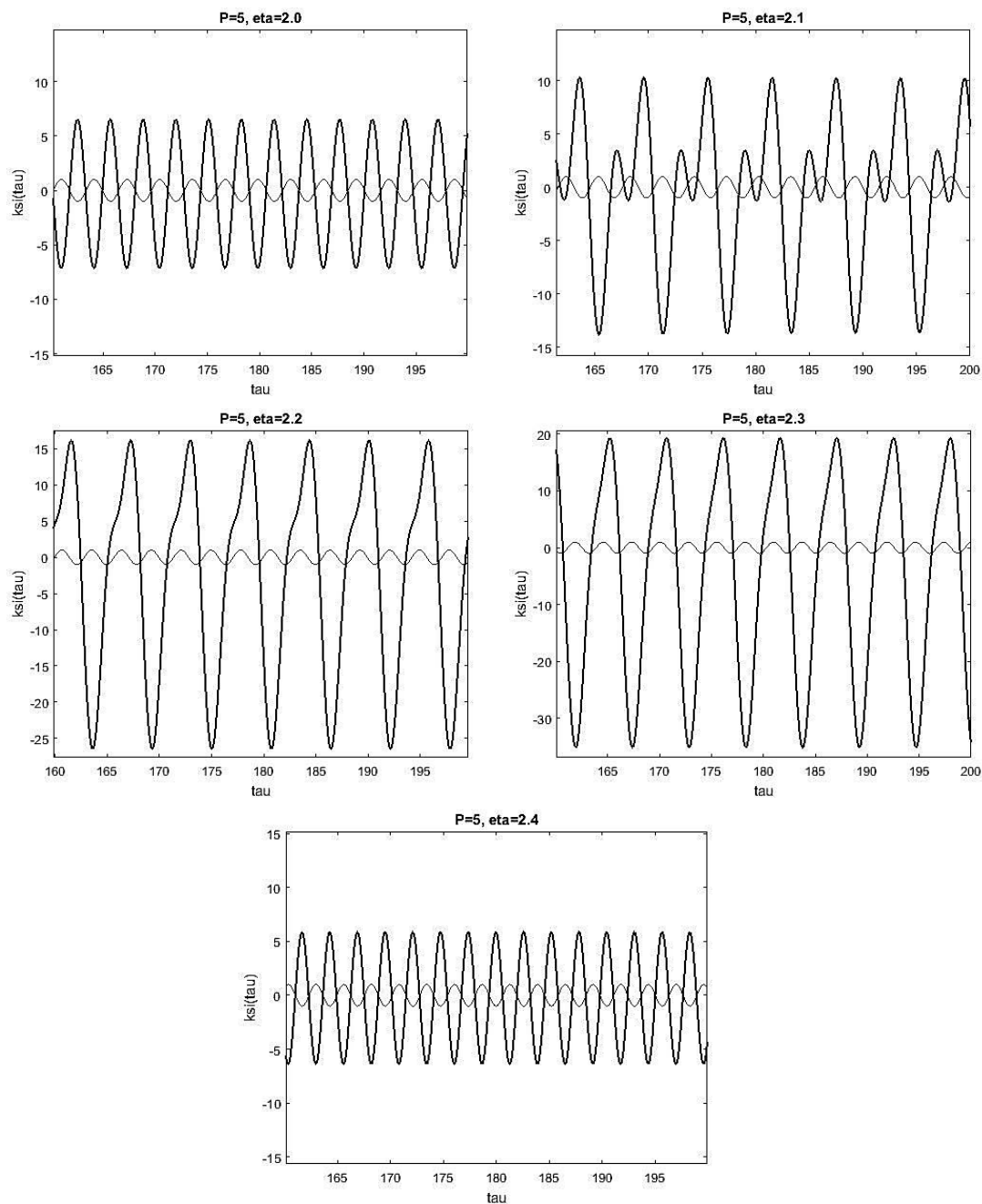


Рисунок 6 – Субгармонические движения порядка 1:2 для модели (7)

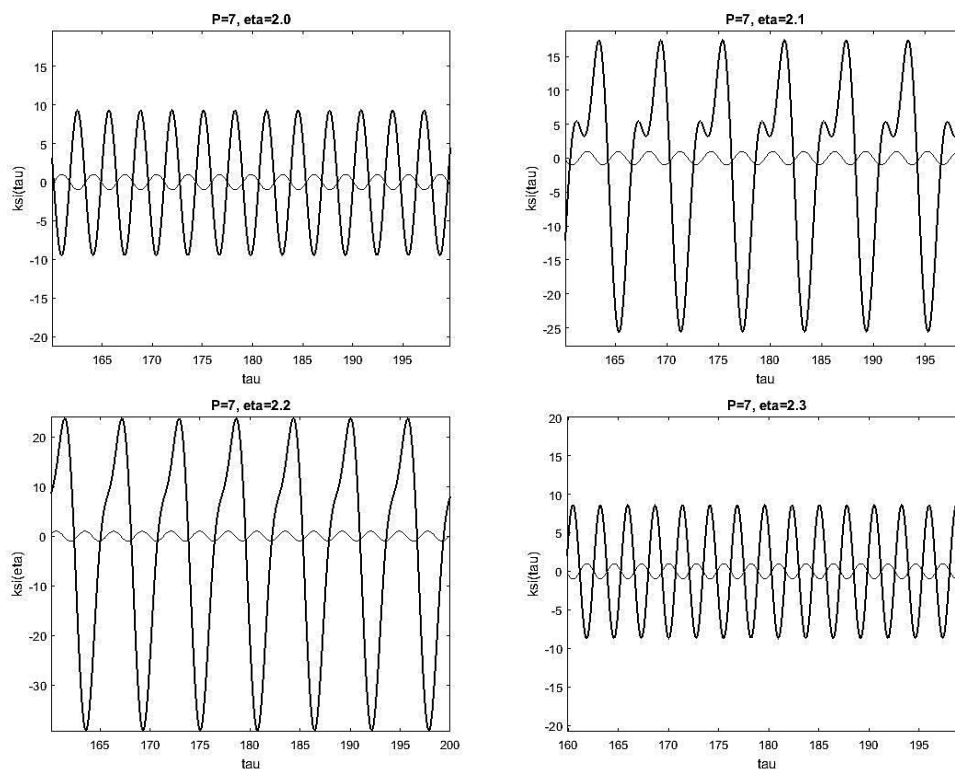


Рисунок 7 – Субгармонические движения порядка 1:2 для модели (8)

Полученные результаты свидетельствуют о достаточно высокой интенсивности этих колебаний, полуразмахи которых достигают 15...20 мм. В первой модели (7) это происходит при меньших возмущающих усилиях и ширина частотного диапазона их возбуждения при $P=5$ составляет не менее $\Delta\eta=0.2$ или $\Delta\omega=0.2\omega_0$. Обращает на себя внимание и величина возмущающих усилий. Так, в линейной модели для формирования колебаний с полуразмахом, равным 15 мм, необходим статический момент дебалансов в три раза больший, чем при реализации субгармонического резонанса.

Заключение

Проведенные динамические расчеты вибрационной машины с асимметричной упругой системой, выполненной в виде комбинации цилиндрических и конических пружин, вселяют уверенность в части генерации субгармонических режимов движений и оправдывают расширение исследований в этом направлении. К числу очередных задач можно отнести проведение бифуркационного анализа системы в частотных диапазонах, включающих субрезонансные зоны, построение областей притяжения и спектральный анализ колебаний. В дальнейшем, целесообразен переход на двухмассовые схемы вибрационных машин, рассмотрение вопросов самосинхронизации вибровозбудителей, управления частотой и амплитудой колебаний.

Список литературы

1. Вибрации в технике: Справочник в 6 томах / Т.2. Колебания нелинейных механических систем [Текст] / Под ред. И. И. Блехмана. – М. : Машиностроение, 1979. – 351 с.
2. Крюков Б. И. Динамика вибрационных машин резонансного типа [Текст] / Б. И. Крюков. – Киев : Наукова думка, 1967. – 212 с.
3. Вульфсон И. И. Нелинейные задачи динамики машин [Текст] / И. И. Вульфсон, М. З. Коловский. – М.: Машиностроение, 1968. – 284 с.

4. Вульфсон И. И. Динамика машин. Колебания: Учебное пособие. 2-е изд. [Текст] / И.И. Вульфсон. – М. : Изд-во Юрайт, 2017. – 275 с.
5. Логвиненко Е. А. Экспериментальные исследования грохота с асимметричным циклом колебаний / Е. А. Логвиненко [Текст] // Динамика и прочность тяжёлых машин. – Днепропетровск, 1984. – С. 57–61.
6. Бересневич В. И. Особенности колебаний нелинейной системы, обусловленные несимметрией упругой характеристики / В. И. Бересневич, С. Л. Цыфанский // Прикл. механика. – 1983. – Т. 19, № 4. – С. 79–85.
7. Цыфанский С. Л. Нелинейные и параметрические колебания вибрационных машин технологического назначения [Текст] / С. Л. Цыфанский, В. И. Бересневич, А. Б. Окс. – Рига : Зинатне, 1991. – 231 с.
8. Tsyfansky S. L. The control of the operating condition of a subharmonic vibromachine / S. L. Tsyfansky, V. I. Beresnevich // Journal of Sound and Vibration. – June, 1997. – 203(3). – P. 495–503.
9. Кравчук В. Т. Анализ колебаний вибромашины с кусочно-линейной характеристикой упругой силы / В. Т. Кравчук, М. Г. Диктерук, Ю. В. Човнюк // Вісник ХНТУ. – 2017. – № 3(62). – Т. 1. – С. 170–179.
10. Динамика вибропитателей с нелинейной упругой характеристикой / В. И. Дырда, Ю. Н. Овчаренко, С. В. Ракша и др. // Наука та прогрес транспорту. Вісник Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту. – 2017. – № 2 (68). – С. 131–139.
11. Букин С. Л. О применении пружин сжатия с прогрессивной характеристикой в качестве конструктивной базы упругой системы вибромашин [Текст] / С. Л. Букин, В. Н. Беловодский // Машиностроение и техносфера XXI века: Сб. трудов XXV международ. науч.-техн. конф. г. Севастополь, 10-16 сентября 2018 г. Том 1. – С. 48–55.
12. FED 5. Software zur Berechnung von Kegelstumpffedern [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.hexagon.de/fed5_d.htm (06.06.2018).
13. Patil R. V. Comparison of Cylindrical and Conical Helical Springs for their Buckling Load and Deflection [Текст] / R. V. Patil, P. R. Reddy, P. Laxminarayana // International Journal of Advanced Science and Technology. – Vol.73, 2014. – P. 33–50.
14. Farin G. Curves and Surface for CAGD. A Practical Guide [Текст] / Gerald Farin. – Arisona State University, 2002. – 521 p.

References

1. Vibratsii v tekhnike: Spravochnik v 6 tomakh [Vibrations in technology: Handbook in 6 volumes] / Kolebaniya nelineynykh mekhanicheskikh system [V.2. Oscillations of Nonlinear Mechanical Systems / Ed. I.I. Blechman], M. Mashinostroenie, 1979, 351 p.
2. Kryukov B.I. *Dinamika vibratsionnykh mashin rezonansnogo tipa* [Dynamics of vibration machines of resonant type], Kyiv, Naukova Dumka, 1967, 212 p.
3. Vulfson I.I., Kolovsky M.Z. *Nelineynyye zadachi dinamiki mashin* [Nonlinear problems of machine dynamics], M., Mashinostroenie, 1968, 284 p.
4. Vulfson I.I. *Dinamika mashin. Kolebaniya: Uchebnoye posobiye* [Machine dynamics. Fluctuations: Study Guide] 2nd ed., M., Yurait Publishing House, 2017, 275 p.
5. Logvinenko E.A. Experimental studies of a screen with an asymmetric oscillation cycle [Eksperimental'nyye issledovaniya grokhota s asimmetrichnym tsiklom kolebaniy]. *Dinamika i prochnost' tyazholykh mashin* [Dynamics and strength of heavy machines], Dnepropetrovsk, 1984, S. 57-61.
6. Beresnevich V.I., Tsyfansky S.L. Osobennosti kolebaniy nelineynoy sistemy, obuslovlennyye nesimmetriyey uprugoy kharakteristiki [Peculiarities of vibrations of a nonlinear system due to the asymmetry of the elastic characteristic] *Prikl. mekhanika* [Prikl. mechanics], 1983, v. 19, no. 4, S. 79-85.
7. Tsyfansky S.L., Beresnevich V.I., Oks A.B. *Nelineynyye i parametricheskiye kolebaniya vibratsionnykh mashin tekhnologi-cheskogo naznacheniya* [Nonlinear and parametric oscillations of vibration machines for technological purposes, Riga, Zinatne, 1991, 231 p.
8. Tsyfansky S.L., Beresnevich V.I. The control of the operating condition of a subharmonic vibromachine. *Journal of Sound and Vibration*, June, 1997, 203(3), P. 495-503.
9. Kravchuk V.T., Dikteruk M.G., Chovnyuk Yu.V. Analiz kolebaniy vibromashiny s kusochno-lineynoy kharakteristikoy uprugoy sily [Analysis of vibrations of a vibrator with a piecewise linear characteristic of the elastic force] *Visnik KHNTU* [Visnik KhNTU], No. 3(62), 2017, VOLUME 1, P. 170-179.
10. Dyrda V.I., Ovcharenko Yu.N., Raksha S.V. et al. Dinamika vibropitateley s nelineynoy uprugoy kharakteristikoy [Dynamics of vibratory feeders with nonlinear elastic characteristics] *Nauka ta progres transportu. Visnik Dnipropetrovs'kogo natsional'nogo universitetu zaliznichnogo transportu* [Science and progress in transport. Bulletin of the Dnipropetrovsk National University of Rail Transport], 2017, No. 2 (68), S. 131-139.

11. Bukin S.L., Belovodsky V.N. O primenenii pruzhin szhatiya s progressivnoy kharakteristikoy v kachestve konstruktivnoy bazy uprugoy sistemy vibromashin [On the use of compression springs with a progressive characteristic as a constructive base of the elastic system of vibrators]. *Mashino-stroyeniye i tekhnosfera XXI veka: Sb. trudov XXV mezhdunarod. nauch.-tekhn. konf.* [Engineering and technosphere of the XXI century: Sat. Proceedings of the XXV International. sci.-tech. conf.] Sevastopol, September 10-16, 2018 Volume 1, P. 48-55.
12. *FED 5. Software zur Berechnung von Kegelstumpffedern*. Access mode: http://www.hexagon.de/fed5_d.htm (06.06.2018).
13. Patil R.V., Reddy P.R., Laxminarayana P. Comparison of Cylindrical and Conical Helical Springs for their Buckling Load and Deflection. *International Journal of Advanced Science and Technology*. Vol. 73, 2014, P. 33-50
14. *Farin G. Curves and Surface for CAGD. A Practical Guide*, Arison State University, 2002. 521 p.

RESUME

V. N. Belovodskiy, S. L. Bukin

Subharmonic Oscillations of a Single-Mass Inertia Vibromachine with Asymmetric Elastic Support

Polyharmonic vibrations are effective in the processes of transportation, screening and enrichment. One of the options for their formation is to use the effects of nonlinear systems. Traditionally, the formation of nonlinearity in vibrating machines is carried out by installing elastic elements with gaps, however, this complicates the construction of the vibro machine and makes it difficult to adjust to the designed operating modes. The use of progressive compression spring in the automotive industry suggests the idea of using them for the development of designs of nonlinear elastic bonds of vibrating machines.

This approach is implemented in this paper. By composing cylindrical and conical compression springs, the design of an elastic system of an asymmetric type vibrating machine is proposed.

A mathematical description of two variants of the proposed elastic system is performed and mathematical models of vibrations of the working organ are formed. Numerical simulation is carried out for the real power characteristics of conical springs, the search is fulfilled and the possibility of excitation of subharmonic oscillations of the order of $1/2$ is established, their stationary modes of motion are determined and a comparative analysis of the considered variants of elastic systems is carried out by the width of the frequency zone of excitation of subharmonic resonances and the value of disturbing forces necessary for this.

The results obtained demonstrate the possibility of generating subharmonic modes of motion in a vibrating machine with an elastic system of the proposed type and justify the expansion of research in this direction. The next tasks should include bifurcation analysis in frequency ranges, including subresonance zones, construction of areas of attraction and spectral analysis of oscillations. In the future, it is advisable consideration the two-mass schemes of vibrating machines, investigation of the issues of self-synchronization of vibration exciters, control of the frequency and amplitude of oscillations.

РЕЗЮМЕ

В. Н. Беловодский, С. Л. Букин

Субгармонические колебания одномассовой инерционной вибромашины с асимметричной упругой опорой

В процессах транспортирования, грохочения и обогащения эффективны полигармонические вибрации. Один из вариантов их формирования заключается в использовании эффектов нелинейных систем. Традиционно формирование нелинейности в вибромашине осуществляется путем установки упругих элементов с зазорами, однако это усложняет конструкцию и затрудняет настройку на проектируемые режимы работы. Применение в автомобильной промышленности прогрессивных пружин сжатия наталкивает на мысль использовать их и для разработки конструкций нелинейных упругих связей вибрационных машин.

Этот подход реализуется в данной работе. Путем композиции цилиндрических и конических пружины сжатия предлагается конструкция упругой системы вибромашины асимметричного типа.

Выполняется математическое описание двух вариантов предложенной упругой системы и формируются математические модели колебаний рабочего органа. Для реальных силовых характеристик конических пружин осуществляется численное моделирование, осуществляется поиск и устанавливается возможность возбуждения субгармонических колебаний порядка $1/2$, определяются стационарные режимы движений, проводится сравнительный анализ рассмотренных вариантов упругих систем по ширине частотной зоны возбуждения субгармонических режимов и необходимой для этого величине возмущающих усилий.

Полученные результаты демонстрируют возможность генерирования субгармонических режимов движений в вибромашине с упругой системой предложенного типа и оправдывают расширение исследований в этом направлении. К числу очередных задач следует отнести бифуркационный анализ в частотных диапазонах, включающих субрезонансные зоны, построение областей притяжения и спектральный анализ колебаний. В дальнейшем, целесообразен переход на двухмассовые схемы вибрационных машин, рассмотрение вопросов самосинхронизации вибровозбудителей, управления частотой и амплитудой колебаний.

Статья поступила в редакцию 01.03.2022.