Ж

УДК 519.21, 51-7, 311, 303.732

Т. В. Жмыхова, Е. Ю. Чудина
ГОУ ВПО Донбасская национальная академия строительства и архитектуры
(ГОУ ВПО ДонНАСА)
Донецкая Народная Республика, г. Макеевка-23, ул. Державина, 2

# ВЕРОЯТНОСТЬ РАЗОРЕНИЯ СТРАХОВОЙ КОМПАНИИ, ОПЕРИРУЮЩЕЙ НА БИНОМИАЛЬНОМ ФИНАНСОВОМ РЫНКЕ, ОПРЕДЕЛЯЕМАЯ НА ОСНОВЕ ПОЛИНОМОВ ЛАГЕРРА

T. V. Zhmykhova, E. Y. Chudina
Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture (DonNACEA)
Donetsk People's Republic, Makeevka-23, Derzhavina st., 2

# THE PROBABILITY OF RUIN OF INSURANCE COMPANY OPERATING IN FINANCIAL (B, S) – MARKET BASED ON LAGUERRE POLYNOMIALS

Т. В. Жмихова, К. Ю. Чудіна
Донбаська національна академія будівництва і архітектури (ДНЗ ВПО ДонНАСА)
Донецька Народна Республіка, м. Макіївка-23, вул. Державіна, 2

# ЙМОВІРНІСТЬ РОЗОРЕННЯ СТРАХОВОЇ КОМПАНІЇ, ЩО ОПЕРУЄ НА БІНОМІАЛЬНОМУ ФІНАНСОВОМУ РИНКУ, ВИЗНАЧЕНА НА ОСНОВІ ПОЛІНОМІВ ЛАГЕРРА

В статье изучается платежеспособность страховых компаний, оперирующих на неполном биномиальном финансовом рынке. В качестве основного показателя платежеспособности была выбрана вероятность разорения. Для исследований применялся способ разложения плотностей по ортогональным полиномам.
**Ключевые слова:** неполный биномиальный финансовый рынок, страховая компания, вероятность разорения, полиномы Лагерра.

Insurance companies’ solvency operating on incomplete binomial financial market was studied in the article. The probability of ruin was chosen as the main indicator of capacity to pay. The expansion in orthogonal polynomials was used for study.
**Keywords:** incomplete binomial financial, insurance company, the probability of ruin, Laguerre polynomials.

У статті вивчається платоспроможність страхових компаній, що оперують на неповному біноміальному фінансовому ринку. В якості основного показника платоспроможності була обрана ймовірність розорення. Для досліджень застосовувався спосіб розкладання щільності по ортогональним поліномам.
**Ключові слова:** неповний біноміальний фінансовий ринок, страхова компанія, ймовірність розорення, поліноми Лагерра.

## Введение

В современной актуарной математике особенный интерес представляют такие модели риска, в которых страховая компания, диверсифицируя свой капитал, размещает часть собственных средств на финансовых рынках. Некоторые существующие модели актуарной математики не рассматривают возможность инвестиций на финансовые рынки ([1], [2]). Однако такие модели не актуальны для страховых компаний, занимающихся страхованием жизни и накопительными видами страхования (например, пенсионным), поскольку их возможности по привлечению средств страхователей напрямую зависят от качества их инвестиционного портфеля, который помимо обеспечения ликвидности, доходности, безопасности вложений должен также соответствовать требованиям законодательства. В частности, согласно правил размещения страховщиками средств страховых резервов (утверждены Приказом Министерства финансов Российской Федерации от 08.08.2005 №100н) страховые компании (СК) могут инвестировать часть средств, привлеченных от страхователей в различные виды ценных бумаг (акции, федеральные, государственные, муниципальные, ипотечные ценные бумаги, облигации, векселя организаций, жилищные сертификаты), вклады (депозиты) на счетах в банках (в национальной и иностранной валюте в том числе удостоверенные депозитными сертификатами), инвестиционные паи паевых инвестиционных фондов и пр. Поэтому большинство работ по актуарной математике посвящено анализу моделей деятельности СК, занимающихся инвестициями на финансовых рынках, как в случае дискретного, так и в случае непрерывного времени, и, как правило, наряду с капиталом СК, изучается такая основная характеристика деятельности СК, как вероятность разорения [3 – 7].

Предметом изучения данной статьи является вероятность разорения СК, работающей на финансовом $(B,S)-$ рынке, в модели с дискретным временем, причем для аппроксимации исследуемого объекта будут использоваться классические полиномы Лагерра, ортогональные на интервале $[0;+\infty)$.

**Постановка задачи.** Рассмотрим финансовый $(B,S)$-рынок, состоящий из двух активов – безрискового (банковского счета), цена которого описывается уравнением:

$$\Delta B_n = rB_{n-1}, B_0 > 0, \tag{1}$$

где $r(r>0)$ – процентная ставка банка, $B_0$ – сумма на депозите в начальный момент времени, и рискового актива (акций), цена которого описывается уравнением:

$$\Delta S_n = \rho_n S_{n-1},\ \ S_0 > 0, n \le N, \tag{2}$$

где доходность $\rho = \{\rho_n\}_{n\le N}$ – бернуллиевская последовательность независимых одинаково распределенных случайных величин, таких что

$$\rho_n = \begin{cases} b, & \text{с вероятностью } p, \\ a, & \text{с вероятностью } q = 1-p, \end{cases}$$

причем потребуем выполнение условия, обеспечивающего положительность цены акции, а именно $-1 < a < r < b.$

СК на основании информации об эволюции цен активов $B$ и $S$ в момент времени $k = 0,1,..,n-1$ выбирает стратегию $\pi = \{\beta_n, \gamma_n\}_{n\ge 0}$, где $\beta_n$ и $\gamma_n$ – количество активов $B$ и $S$ финансового $(B,S)-$ рынка соответственно [8]. Таким образом, капитал компании, выбравшей стратегию $\pi,$ имеет вид:

$$X_n^{\pi} = \beta_n B_n + \gamma_n S_n. \tag{3}$$

Если в момент времени $n+1$ СК выбирает стратегию $\pi$, скорость поступления премий в СК постоянна и равна $c\,(c>0)$, выплаты по искам составляют $\eta_{n+1}$, то капитал компании к этому моменту времени составит:

$$X_{n+1}^{\pi}=\beta_n\cdot B_{n+1}+\gamma_n\cdot S_{n+1}+c-\eta_{n+1}. \tag{4}$$

Из (1) и (2) нетрудно убедиться в том, что

$$B_{n+1}=B_n(1+r),\quad S_{n+1}=S_n(1+\rho_{n+1}). \tag{5}$$

Учитывая (5), уравнение эволюции капитала (4) можно переписать в виде:

$$X_{n+1}^{\pi}=X_n^{\pi}\left(1+r\right)+\gamma_n S_n\left(\rho_{n+1}-r\right)+c-\eta_{n+1}. \tag{6}$$

Пусть $\alpha_n=\dfrac{\gamma_n\cdot S_n}{X_n^{\pi}}$ – доля рискового актива в портфеле, и пусть СК выбирает стратегию с постоянной долей рискового актива, то есть $\alpha_n=\alpha=const$ $\left(0<\alpha<1\right)$, тогда уравнение (6) может быть переписано в виде [8]:

$$X_{n+1}^{\pi}=X_n^{\pi}\left(1+r+\alpha\left(\rho_{n+1}-r\right)\right)+c-\eta_{n+1}. \tag{7}$$

Если СК выбирает стратегию инвестирования на неполный финансовый рынок, инвестируя только на банковский счет, то динамика капитала описывается уравнением

$$X_{n+1}^{\pi}=X_n^{\pi}\left(1+r\right)+c-\eta_{n+1}. \tag{8}$$

Задача состоит в оценивании вероятности разорения СК, капитал которой описывается уравнением (8), то есть в исследовании платежеспособности СК, инвестирующей свой капитал в неполный финансовый $(B,S)$– рынок, то есть в безрисковые активы.

Пусть $\psi(x;k)$ $\left(X_n^{\pi}(0)=x\right)$ – вероятность разорения на конечном интервале $\left[0,k\right]$, то есть

$$\psi(x;k)=P\left\{X_n^{\pi}<0\ \ \textit{при некотором}\,1\le n\le k\right\},$$

монотонно возрастающая по $x$ и $k$. Пусть $\psi(x)$ – вероятность разорения СК на бесконечном промежутке времени $\left[0;+\infty\right)$ ее функционирования. Вероятность разорения СК на бесконечном промежутке времени $\left[0;+\infty\right)$ ее функционирования с эволюцией капитала, заданного уравнением (8), находится из уравнения

$$\psi_{\infty}(x)=\psi_1(x)+\int_0^{x(1+r)+c}\psi(x(1+r)+c-y)dG(y), \tag{9}$$

где $G(z)=P\left(\eta_i<z\right)$ – функция распределения величин страховых исков, $G(dz)=$ $=G(z+dz)-G(z)$, $\psi_1(x)=1-G(x(1+r)+c)$.

**Примечание.** Уравнение (9) выводится из рекуррентного соотношения из ([8], с. 67.), а именно:

$$\psi(x;k+1)=\psi(x;1)+\int_0^{x(1+r)+c}\psi(x(1+r)+c-y;k)dG(y), \tag{10}$$

где $\psi(x;1)=1-G(x(1+r)+c)$.

**Теорема.** Пусть $\psi(x)$ – вероятность разорения СК на бесконечном промежутке, то есть

$$\psi(x)=P\left\{X_x(t)\le 0,\ t\in R_+\right\},$$

в случае если динамика капитала СК описывается уравнением (8), то $\psi(x)$ является решением уравнения (9) и в случае известной функции распределения величин исков имеет вид:

$$\psi_\infty(x)=\sum_{p=0}^{\infty}\left(\overline{f_p}+\frac{\left(\overline{f},\overline{d}\right)}{1-D}\right)e^{-\frac{x}{2}}L_p(x), \tag{11}$$

где $L_p(x)=\sum_{l=0}^{k}\frac{(-1)^l\Gamma(p+1)x^l}{l!(p-l)!\Gamma(l+1)}$,

$$D=e^{-\frac{c}{2}}\sum_{k=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}f_n\sum_{l=0}^{k}(-1)^kC_k^l\sum_{m=0}^{n}(-1)^nC_n^m\sum_{s=0}^{p}\frac{(-1)^pC_p^s}{s!}\left(\frac{2}{2+r}\right)^{s+1}\sum_{i=0}^{l+m}c^{l+m-i}\frac{(i+s)!}{i!(l+m-i)!}\left(\frac{2(1+r)}{2+r}\right)^i.$$

**Доказательство.** Используя способ разложения плотностей по ортогональным полиномам и общий способ приближения их линейными комбинациями заданных функций, формальное разложение плотности $\psi_\infty(x)$ из (9) будем искать в виде ряда:

$$\psi_\infty(x)=\sum_{k=1}^{\infty}c_k\psi_k(x). \tag{12}$$

Используя (12), уравнение (9) перепишем в виде:

$$\sum_{k=1}^{\infty}c_k\psi_k(x)=\sum_{k=1}^{\infty}f_k\psi_k(x)+\int_0^{x(1+r)+c}\sum_{k=1}^{\infty}c_k\psi_k(x(1+r)+c-y)\sum_{n=1}^{\infty}f_n\psi_n(y)dy. \tag{13}$$

Умножив (13) на $\psi_p(x)$ и проинтегрировав на интервале $[0;+\infty)$, нетрудно убедиться в том, что для определения неизвестных коэффициентов необходимо решить уравнение:

$$c_p=\overline{f_p}+\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}c_kf_n\int_0^{\infty}\psi_p(x)\int_0^{x(1+r)+c}\psi_k(x(1+r)+c-y)\psi_n(y)dxdy. \tag{14}$$

Предполагая далее, что $\psi_k(x)$ является системой полиномов Лагерра, а также используя тот факт, что в этом случае функция $x(t)$ на $[0;+\infty)$ может быть представлена в виде ряда [9]:

$$x(t)=\sum_{k=0}^{\infty}\alpha_kt^{\frac{v}{2}}e^{-\frac{t}{2}}L_k^v(t), \tag{15}$$

тут $L_k^v(t)=\sum_{l=0}^{k}\frac{(-1)^l\Gamma(k+v+1)t^l}{l!(k-l)!\Gamma(l+v+1)}$.

Воспользовавшись (15) и полагая $v=0$, уравнение (14) можно переписать в виде:

$$c_p=\overline{f_p}+ \tag{16}$$

$$+\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}c_kf_n\int_0^{\infty}\psi_p(x)\int_0^{x(1+r)+c}e^{-\frac{x(1+r)+c-y}{2}}\sum_{l=0}^{k}\frac{(-1)^l\Gamma(k+1)(x(1+r)+c-y)^le^{-\frac{y}{2}}}{l!(k-l)!\Gamma(l+1)}\sum_{m=0}^{n}\frac{(-1)^n\Gamma(n+1)}{m!(n-m)!\Gamma(m+1)}dxdy.$$

Найдем второе слагаемое из правой части (16). Для чего разделим и умножим его на величину $(x(1+r)+c)^{l+m}$, получим:

$$\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} c_k f_n \int_0^{\infty} \psi_p(x) e^{-\frac{x(1+r)+c}{2}} dx \sum_{l=0}^{k} \frac{(-1)^l \Gamma(k+1)}{l!(k-l)!\Gamma(l+1)} \sum_{m=0}^{n} \frac{(-1)^n \Gamma(n+1)(x(1+r)+c)^{l+m}}{m!(n-m)!\Gamma(m+1)} \times \int_0^{x(1+r)+c} \frac{(x(1+r)+c-y)^l y^m}{(x(1+r)+c)^{l+m}} dy. \tag{17}$$

Сделав замену $\frac{y}{x(1+r)+c} = z$, а также, воспользовавшись тем, что из [10] имеет место $\int_0^1 (1-t)^{\alpha_1} t^{\alpha_2 - 1} dt = B(\alpha_1, \alpha_2)$, равенство (16) может быть переписано в виде:

$$\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} c_k f_n \int_0^{\infty} \psi_p(x) e^{-\frac{x(1+r)+c}{2}} (x(1+r)+c)^{l+m+1} dx \sum_{l=0}^{k} \frac{(-1)^l \Gamma(k+1)}{l!(k-l)!\Gamma(l+1)} \sum_{m=0}^{n} \frac{(-1)^n \Gamma(n+1) B(l+1, m+1)}{m!(n-m)!\Gamma(m+1)} \tag{18}$$

Используя представление бета-функции в (18), а именно

$$B(\alpha_1, \alpha_2) = \frac{\Gamma(\alpha_1)\Gamma(\alpha_2)}{\Gamma(\alpha_1 + \alpha_2)},$$

получим:

$$\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} c_k f_n \sum_{l=0}^{k} \frac{(-1)^l \Gamma(k+1)}{l!(k-l)!} \sum_{m=0}^{n} \frac{(-1)^n \Gamma(n+1)}{m!(n-m)!\Gamma(l+m+2)} \int_0^{\infty} \psi_p(x) e^{-\frac{x(1+r)+c}{2}} (x(1+r)+c)^{l+m+1} dx.$$

Далее используя тут разложение (15) для функции $\psi_p(x)$, получаем:

$$\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} c_k f_n \sum_{l=0}^{k} \frac{(-1)^l \Gamma(k+1)}{l!(k-l)!} \sum_{m=0}^{n} \frac{(-1)^n \Gamma(n+1)}{m!(n-m)!\Gamma(l+m+2)} \sum_{s=0}^{p} \frac{(-1)^p \Gamma(p+1)}{s!(p-s)!\Gamma(s+1)} \int_0^{\infty} e^{-\frac{x}{2}} e^{-\frac{x(1+r)+c}{2}} x^s (x(1+r)+c)^{l+m+1} dx.$$

Проделав элементарные преобразования степени экспоненты, применив формулу бинома Ньютона и представление гамма функции в виде

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} e^{-x} x^{\alpha-1} dx,$$

последнее равенство может быть переписано в виде:

$$e^{-\frac{c}{2}} \sum_{k=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} c_k f_n \sum_{l=0}^{k} (-1)^k C_k^l \sum_{m=0}^{n} \frac{(-1)^n C_n^m}{(m+l)!} \sum_{s=0}^{p} \frac{(-1)^p C_p^s}{s!} \left(\frac{2}{2+r}\right)^{s+1} \sum_{i=0}^{l+m} C_{l+m}^i c^{l+m-i} (i+s)! \left(\frac{2(1+r)}{2+r}\right)^i.$$

Подставив последнее в (16), получим выражение для нахождения неизвестных коэффициентов разложения

$$c_p = \overline{f_p} + e^{-\frac{c}{2}} \sum_{k=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} c_k f_n \sum_{l=0}^{k} (-1)^k C_k^l \sum_{m=0}^{n} \frac{(-1)^n C_n^m}{(m+l)!} \sum_{s=0}^{p} \frac{(-1)^p C_p^s}{s!} \left(\frac{2}{2+r}\right)^{s+1} \sum_{i=0}^{l+m} C_{l+m}^i c^{l+m-i} (i+s)! \left(\frac{2(1+r)}{2+r}\right)^i.$$

И полагая тут

$$d_k = e^{-\frac{c}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} f_n \sum_{l=0}^{k} (-1)^k C_k^l \sum_{m=0}^{n} (-1)^n C_n^m \sum_{s=0}^{p} \frac{(-1)^p C_p^s}{s!} \left(\frac{2}{2+r}\right)^{s+1} \sum_{i=0}^{l+m} c^{l+m-i} \frac{(i+s)!}{i!(l+m-i)!} \left(\frac{2(1+r)}{2+r}\right)^i,$$

последнее равенство можно переписать в виде:

$$c_p = \overline{f_p} + \sum_{k=0}^{\infty} c_k d_k, \tag{19}$$

если $\sum_{k=0}^{\infty} d_k = D < 1$.

Или в скалярном виде

$$c_p = \overline{f_p} + \left(\bar{c}, \bar{d}\right), \tag{20}$$

Умножив данное выражение на $d_p$, просуммировав на $[0;+\infty)$ и используя вид скалярного произведения, нетрудно убедиться в том, что

$$\left(\bar{c}, \bar{d}\right) = \frac{\left(\bar{f}, \bar{d}\right)}{1-D}. \tag{21}$$

Подставив (21) в (20), окончательно получим:

$$c_p = \overline{f_p} + \frac{\left(\bar{f}, \bar{d}\right)}{1-D}. \tag{22}$$

Таким образом, решение уравнения (9) будет иметь вид:

$$\psi_\infty(x) = \sum_{p=0}^{\infty} \left( \overline{f_p} + \frac{\left(\bar{f}, \bar{d}\right)}{1-D} \right) e^{-\frac{x}{2}} L_p(x), \tag{23}$$

где $L_p(x) = \sum_{l=0}^{k} \frac{(-1)^l \Gamma(p+1) x^l}{l!(p-l)!\Gamma(l+1)}$.

Проделав аналогичные действия в случае неизвестной функции распределения величин исков, можно сформулировать следующую теорему.

# Заключение

В данной статье были получены формулы для нахождения вероятности разорения страховой компании, инвестирующей на неполный биномиальный финансовый $(B, S)$-рынок как в случае детерминированной функции распределения величин страховых исков.

# Список литературы


1. Boikov A. V. Cramer – Lundberg model with stochastic premiums [Текст] / A. V. Boikov // Theory of probabilities and its applications. – 2003. – V.47, B.3. – Pp. 549-553.
2. Gilina L. S. The estimation of the probability of ruin of insurance company for some model of insurance [Текст] / L. S. Gilina // Applied statistics. Actuarial and financial mathematics. – 2000. – 1. – Pp. 67-78.
3. Bondarev B. V. The asymptotic behavior of the ruin probability of insurance companies operating in the financial (B, S) – market [Текст] / B. V. Bondarev, T. V. Zhmykhova // Вестник ДонНУ. Сер. А: Естественные науки. – 2008. – № 2. – Pp. 573-581.
4. Aleksandrova O. V. Finding insurance companies capital operating in the financial market by the methods of the group analysis [Текст] / O. V. Aleksandrova, T.V. Zhmykhova // Vestnik of Voronezh state university. Physics. Mathematics. – 2015. – №3. – Pp. 65-72.
5. Александрова О. В. Капитал инвестиционной компании с описываемой моделью Орнштейна-Уленбека ценой рискового актива как решение стохастического дифференциального уравнения [Текст] / О. В. Александрова, Т. В. Жмыхова // Вестник Пермского университета, Серия: Математика, механика, информатика – 2020. – № 3(50). – С. 24–28.
6. Жмыхова Т.В. Оптимальное управление потребительским фондом с функциями страховой компании при условии его работы на финансовом рынке и проводящим рекламную кампанию [Текст] / Т.В. Жмыхова, В.О. Болдырева // Random operators and stochastic equation, 2020. – Issue 1, Volume 28. – Pp. 27-35.
7. Александрова О. В. Использование методов группового анализа для оценки капитала страховой компании на финансовом (B, S) – рынке с описываемой моделью Хестона ценой рискового актива [Текст] / О. В. Александрова, Т. В. Жмыхова // Вестник ДонНУ. Сер. А: Естественные науки. – 2019. – № 1. – С. 3-7.

8. Мельников А. В. Риск-менеджмент: Стохастический анализ рисков в экономике финансов и страхования [Текст] / А. В. Мельников. – М.: Анкил, 2001. – 112 с.
9. Ильин В. А. Математический анализ [Текст] / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Бл. Х. Сендов. – Под редакцией А.Н. Тихонова. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1979. – 720 с.
10. Канторович Л. В. Функциональный анализ [Текст] / Л. В. Канторович, Г. П. Акилов. – М.: Наука, 1984. – 752 с.
11. Александрова О. В. Использование опыта организации избирательных кампаний при выборе рекламных стратегий страховых компаний [Текст] / О. В. Александрова, Б.В. Бондарев, Т. В. Жмыхова. – Проблемы искусственного интеллекта. – № 1(12). – Донецк, 2019. – С. 4-16.

# References

1. Boikov A.V. Cramer – Lundberg model with stochastic premiums. *Theory of probabilities and its applications*. 2003. V.47, B.3. Pp. 549-553.
2. Gilina L.S. The estimation of the probability of ruin of insurance company for some model of insurance. *Applied statistics. Actuarial and financial mathematics*. 2000. 1. Pp. 67-78.
3. Bondarev B.V., Zhmykhova T.V. The asymptotic behavior of the ruin probability of insurance companies operating in the financial (B, S) - market. *Вестник ДонНУ. Сер. А: Естественные науки*. 2008. №2. Pp. 573-581.
4. Aleksandrova O.V., Zhmykhova T.V. Finding insurance companies capital operating in the financial market by the methods of the group analysis. *Vestnik of Voronezh state university. Physics. Mathematic*s. 2015. №3. Pp. 65-72.
5. Alexandrova O.V., Zhmykhova T.V Capital of an investment company with the described Ornstein-Uhlenbeck model at the price of a risky asset as a solution to a stochastic differential equation. *Bulletin of Perm University, Series: Mathematics, Mechanics, Computer Science*. 2020. №3(50). Pp. 24-28.
6. Zhmykhova T.V., Boldyreva V.O. Optimal management of a consumer fund with the functions of an insurance company provided it works in the financial market and conducts an advertising campaign. *Random operators and stochastic equation*, 2020. Issue 1, Volume 28. Pp. 27-35.
7. Alexandrova O.V., Zhmykhova T.V The use of group analysis methods to assess the capital of an insurance company in the financial (B, S) market with the described Heston model of the price of a risky asset. *Bulletin of DonNU. Ser. A: Natural Sciences*. 2019. No. 1. Pp. 3-7.
8. Melnikov A.V. *Risk management: Stochastic risk analysis in the economics of finance and insurance*. M.: Ankil, 2001. 112 p.
9. Ilyin V.A., Sadovnichy V.A., Sendov B.H. *Mathematical analysis.* Edited by A.N. Tikhonov. M.: Nauka. The main edition of the physical and mathematical literature, 1979. 720 p.
10. Kantorovich L.V., Akilov. G.P. Functional analysis. M.: Nauka, 1984. 752 p.
11. Alexandrova O.V., Bondarev B.V., Zhmyhova T.V. Using the experience of organizing election campaigns when choosing advertising strategies of insurance companies. *Problems of artificial intelligence*. No. 1(12). Donetsk, 2019. Pp. 4-16.

# RESUME

*T. V. Zhmykhova, E. Y. Chudina*

*The probability of ruin of insurance company operating in financial (B, S) – market based on Laguerre polynomials*

The article considers the issue of solvency of insurance companies that carry out their financial activities in the binomial market. The considered mathematical model assumes the investment of an insurance company in two types of assets – risky (stocks) and risk-free (deposits). As the main indicator of the solvency of an insurance company, the probability of ruin in the case of a discrete time flow with risk-free investment is considered.

In the given model, the returns from risky and risk-free assets are considered as recurrent ratios with a constant bank rate and stochastically non-deterministic returns on risky assets.

Taking into account the constant rate of receipt of premiums and the random amount of payments for insurance claims, the equation of the evolution of the capital of the insurance company is compiled.

When choosing a strategy with a constant share of a risky asset, the probability function of the ruin of an insurance company is determined, a stochastic integral equation is compiled to find the probability of the ruin of an insurance company over an infinite time interval.

The solution of the obtained equation was found using the decomposition of densities by orthogonal polynomials and their approximation by linear combinations of given functions, with the statement that the sequence of ruin probability functions is a system of Laguerre polynomials. Thus, formulas were derived to determine the probability of bankruptcy of an insurance company in the case of a stochastically deterministic distribution function of insurance claims.

# РЕЗЮМЕ

*Т. В. Жмыхова, Е. Ю. Чудина*

***Вероятность разорения страховой компании, оперирующей на биномиальном финансовом рынке, определяемая на основе полиномов Лагерра***

В статье рассмотрен вопрос платежеспособности страховых компаний, осуществляющих свою финансовую деятельность на биномиальном рынке. Рассмотренная математическая модель предполагает вложение страховой компании в два вида активов – рисковый (акции) и безрисковый (депозиты). В качестве основного показателя платежеспособности страховой компании рассмотрена вероятность разорения в случае дискретного временного потока при безрисковом инвестировании.

В приведенной модели рассматривается доходность от рискового и безрискового активов как рекуррентные соотношения с постоянной банковской ставкой и стохастически недетерминированной доходностью рисковых активов.

С учетом постоянной скорости поступления премий и случайного размера выплат по страховым искам составлено уравнение эволюции капитала страховой компании.

При выборе стратегии с постоянной долей рискового актива определена функция вероятности разорения страховой компании, составлено стохастическое интегральное уравнение для нахождения вероятности разорения страховой компании на бесконечном временном интервале.

Решение полученного уравнения было найдено с применением разложения плотностей по ортогональным полиномам и приближения их линейными комбинациями заданных функций, при утверждении, что последовательность функций вероятности разорения является системой полиномов Лагерра. Таким образом, были выведены формулы для определения вероятности разорения страховой компании в случае стохастически детерминированной функции распределения величин страховых исков.

Статья поступила в редакцию