

УДК 531.3; 534.014

В. Н. Беловодский, С. Л. Букин

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Донецкий национальный технический университет»
283001, Донецкая Народная Республика, г. Донецк, ул. Артёма, 58

АНАЛИТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ДИНАМИКИ ОДНОМАССОВОЙ ИНЕРЦИОННОЙ ВИБРОМАШИНЫ С ИЗЛОМОМ ВАЛОВ В ТРАНСМИССИИ ПРИВОДА

V. N. Belovodskiy, S. L. Bukin

Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education
"Donetsk National Technical University"
283001, Donetsk People's Republic, Donetsk, st. Artyoma, 58

ANALYTICAL ANALYSIS OF THE DYNAMICS SINGLE-MASS INERTIAL VIBRATION MACHINE WITH A SHAFT FRACTURE IN THE DRIVE TRANSMISSION

Рассмотрена одномассовая вибрационная машина с асинхронной карданной передачей в приводе центробежного возбудителя колебаний и предпринята попытка аналитическим путем построить приближенное решение, описывающее вертикальные перемещения ее рабочего органа. Особенностью математической модели является то, что его движение описывается одним линейным дифференциальным второго порядка, в котором возмущающая сила формируется вращением дебалансов с переменной угловой скоростью. Учитывая это обстоятельство, первоначально получено разложение угловой скорости в усеченный ряд Фурье, в котором сохранены слагаемые, не превышающие 5% от наибольшего, затем стационарное решение уравнения построено путем суперпозиции частных решений, соответствующих отдельным слагаемым этого ряда. Построены выражения, описывающие возмущающую силу дебалансов и перемещение рабочего органа в конечной форме. Полученные результаты позволяют проводить предварительные расчеты амплитудно- и фазо-частотных характеристик для различных значений угла излома вала, оценивать уровень генерируемых таким приводом высших гармоник в спектре перемещений и ускорений рабочего органа и могут оказаться полезны на начальном этапе проектирования.

Ключевые слова: одномассовая вибромашина, центробежный вибропривод, трансмиссия, асинхронная карданная передача, рабочий орган, динамика.

A single-mass vibrating machine with asynchronous gimbal transmission in the drive of a centrifugal oscillator is considered and an attempt has been made to obtain analytically an approximate solution describing the vertical motion of its working organ. A feature of the mathematical model is that its motion is described by the second order linear differential equation in which the disturbing force is formed by the rotation of the unbalances with a variable angular velocity. Considering this fact, initially the expansion of the angular velocity into a truncated Fourier series was obtained then the stationary solution of the equation is found by superposition of partial solutions. Expressions describing the disturbing force of the unbalances and the movement of the working organ in the finite form are derived. The results obtained allow preliminary calculations of amplitude and phase frequency characteristics for different values of the shaft fracture angle and to evaluate the level of higher harmonics generated by such a drive in the spectrum of displacements and accelerations of the working organ.

Key words: single-mass vibration machine, centrifugal drive, transmission, asynchronous Cardan transmission, working body, dynamics.

Введение

Вибрационные технологии широко используются в промышленности для интенсификации различных процессов и нередко, более эффективными для этих целей, оказываются полигармонические вибрации [1-5]. Известны различные подходы её реализации в вибрационных машинах с моногармоническим возбуждением. Отметим некоторые из них, которые получили реальное практическое воплощение. Это супергармонический привод И. И. Быховского, в котором полигармонические колебания рабочего органа формировались за счет неравномерности вращения дебалансов центробежного вибровозбудителя [6], это вибрационные машины резонансного типа, в которых полигармонические колебания и их стабильность обеспечивались установкой с зазором односторонних ограничителей хода [7], это электровибрационные транспортирующие машины [8], в которых деление частоты возбуждения и формирование полигармонических вибраций осуществлялась уже путем реализации субгармонических колебаний. Тенденция использования комбинационных резонансов в вибрационной технике выражена, также, и в работах рижской группы исследователей, выполнивших теоретический анализ сложных резонансов в системах с кусочно-линейной упругой характеристикой и внедривших свои результаты в экспериментальные виброуплотнительные установки [9]. К этому направлению можно отнести и попытки использования внешнего параметрического возбуждения в вибрационной технике [10]. В последние годы заметен акцент на подбор подходящих вариантов формирования упругой характеристики. В частности, в [11] рассмотрена принципиальная схема вибромашины с упругой характеристикой асимметричного типа, выполненная в виде комбинации конической и цилиндрической металлических пружин сжатия, проведено исследование субгармонических резонансов порядка 1:2, отмечена возможность их самовозбуждения. В поисках простых способов её формирования в работах [12-15] рассмотрена одномассовая вибромашина с изломом валов в приводе трансмиссии и проведен численный анализ движения рабочего органа, показавший появление старших гармоник в спектре его перемещения. Подбор параметров таких вибромашин и разработка инженерных методик для их расчёта существенно упрощается при наличии аналитических соотношений, описывающих движение рабочего органа. Получение таких приближенных зависимостей и является основной задачей данной работы.

Основная часть

Рассматриваемая модель, уравнения движения

Принципиальная схема рассматриваемой вибрационной машины представлена на рис. 1.

При равномерном вращении вала двигателя угловая скорость вращения дебалансного вала описывается выражением [16-19]

$$\dot{\varphi}(t) = \frac{\omega_e \cos \beta}{1 - \sin^2 \beta \cdot \cos^2(\omega_e t)}, \quad (1)$$

где ω_e и $\dot{\varphi}$ – угловые скорости ведущего и ведомого валов, соответственно; β – угол излома валов.

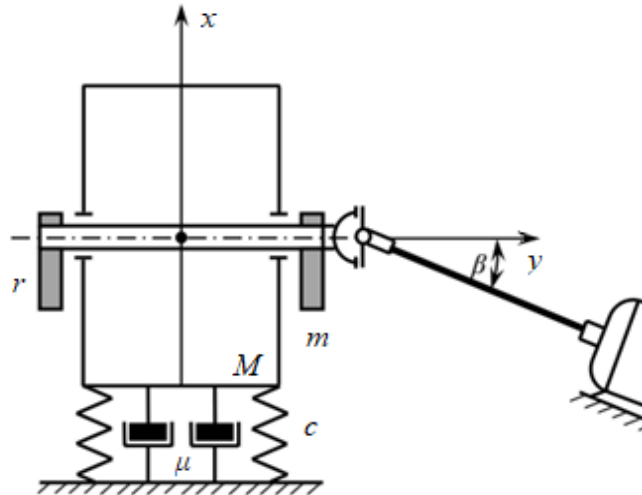


Рисунок 1 – Вибромашина с карданом Гука и несоосным соединением валов

В этом случае вертикальные перемещения рабочего органа описываются уравнением

$$M\ddot{x} + \mu\dot{x} + cx = mr\dot{\varphi}^2 \sin(\varphi(t)),$$

где

$$\varphi(t) = \int_0^t \frac{\omega_e \cos \beta}{1 - \sin^2 \beta \cdot \cos^2(\omega_e t_1)} dt_1$$

или, после замены

$$x = \xi \cdot 10^{-3} \text{ м}, \quad \omega_0 t = \tau, \quad \text{где } \omega_0 = \sqrt{c/M},$$

в безразмерном виде – уравнением

$$\frac{d^2 \xi}{d\tau^2} + b \frac{d\xi}{d\tau} + \xi = P_0 \cdot \left(\frac{\cos \beta}{1 - \sin^2 \beta \cdot \cos^2(\omega\tau)} \right)^2 \cdot \sin(\varphi(\tau)), \quad (2)$$

где $b = \mu\omega_0$, $P_0 = 10^3 mr\omega^2 / M$, $\omega = \omega_e / \omega_0$.

Предварительные численные расчёты показывают (рис. 2), что вследствие излома в трансмиссии привода неравномерность вращения дебалансов невелика.

То есть допустимо принять

$$\varphi(\tau) = \int_0^\tau \frac{\omega \cos \beta}{1 - \sin^2 \beta \cdot \cos^2(\omega\tau_1)} d\tau_1 \approx \omega\tau,$$

поэтому этим различием при аналитическом моделировании мы будем пренебрегать, в результате чего уравнение (2) принимает вид

$$\frac{d^2 \xi}{d\tau^2} + b \frac{d\xi}{d\tau} + \xi = P_0 \cdot \left(\frac{\cos \beta}{1 - \sin^2 \beta \cdot \cos^2(\omega\tau)} \right)^2 \cdot \sin(\omega\tau). \quad (3)$$

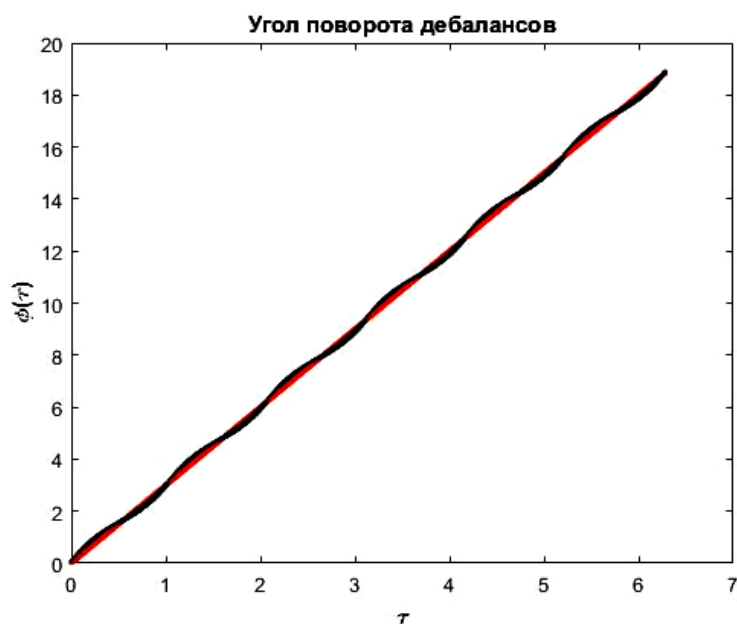


Рисунок 2 – Угол поворота дебалансов при равномерном вращении и угле излома валов равном $\beta = \pi / 4$

Перейдем к аналитическому описанию решения уравнения (3).

Преобразование правой части уравнения движения

Отметим, что уравнение (3) линейное и, если его правую часть разложить в ряд Фурье [20], то стационарное решение уравнения можно получить путем суперпозиции частных решений, соответствующих отдельным слагаемым этого ряда. Имея это в виду, для начала разложим угловую скорость вращения дебалансов

$$\varphi'(\tau) = \frac{\omega \cos \beta}{1 - \sin^2 \beta \cdot \cos^2(\omega\tau)}.$$

Предполагая, что величина излома $\beta \leq \pi / 4$, разложение выполним, удержав в убывающей геометрической прогрессии столько членов, чтобы величина последнего учитываемого слагаемого не превышала по модулю 5-6% основной. Для этого, как показывают оценки, достаточно ограничиться шестью членами прогрессии и такое разложение примет вид

$$\begin{aligned} \varphi'(\tau) &= \frac{\omega \cos \beta}{1 - \sin^2 \beta \cdot \cos^2(\omega\tau)} \approx \\ &\approx \omega \cdot \cos \beta \left(1 + \sin^2 \beta \cdot \cos^2(\omega\tau) + \sin^4 \beta \cdot \cos^4(\omega\tau) + \sin^6 \beta \cdot \cos^6(\omega\tau) + \right. \\ &\quad \left. + \sin^8 \beta \cdot \cos^8(\omega\tau) + \sin^{10} \beta \cdot \cos^{10}(\omega\tau) \right). \end{aligned} \quad (4)$$

Теперь, воспользуясь тригонометрическими формулами понижения степени [21], [22], которые для чётных n имеет вид

$$\cos^n x = \frac{C_n^{n/2}}{2^n} + \frac{1}{2^{n-1}} \sum_{k=0}^{\frac{n}{2}-1} C_n^k \cdot \cos((n-2k)x),$$

получим:

$$\begin{aligned} \cos^2 x &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2x, \\ \cos^4 x &= \frac{3}{8} + \frac{4}{8} \cos 2x + \frac{1}{8} \cos 4x, \\ \cos^6 x &= \frac{10}{32} + \frac{15}{32} \cos 2x + \frac{6}{32} \cos 4x + \frac{1}{32} \cos 6x, \\ \cos^8 x &= \frac{35}{128} + \frac{56}{128} \cos 2x + \frac{28}{128} \cos 4x + \frac{8}{128} \cos 6x + \frac{1}{128} \cos 8x, \\ \cos^{10} x &= \frac{126}{512} + \frac{210}{512} \cos 2x + \frac{120}{512} \cos 4x + \frac{45}{512} \cos 6x + \frac{10}{512} \cos 8x + \frac{1}{512} \cos 10x. \end{aligned} \quad (5)$$

Подставив (5) в (4), после приведения подобных, будем иметь

$$\begin{aligned} \varphi'(\tau) &= \frac{\omega \cos \beta}{1 - \sin^2 \beta \cdot \cos^2(\omega\tau)} \approx \\ &\approx \omega \cos \beta (p_0 + p_2 \cos 2\omega\tau + p_4 \cos 4\omega\tau + p_6 \cos 6\omega\tau + p_8 \cos 8\omega\tau + p_{10} \cos 10\omega\tau), \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} p_0 &= 1 + \frac{1}{2} \sin^2 \beta + \frac{3}{8} \sin^4 \beta + \frac{10}{32} \sin^6 \beta + \frac{35}{128} \sin^8 \beta + \frac{126}{512} \sin^{10} \beta, \\ p_2 &= \frac{1}{2} \sin^2 \beta + \frac{4}{8} \sin^4 \beta + \frac{15}{32} \sin^6 \beta + \frac{56}{128} \sin^8 \beta + \frac{210}{512} \sin^{10} \beta, \\ p_4 &= \frac{1}{8} \sin^4 \beta + \frac{6}{32} \sin^6 \beta + \frac{28}{128} \sin^8 \beta + \frac{120}{512} \sin^{10} \beta, \\ p_6 &= \frac{1}{32} \sin^6 \beta + \frac{8}{128} \sin^8 \beta + \frac{45}{512} \sin^{10} \beta, \\ p_8 &= \frac{1}{128} \sin^8 \beta + \frac{10}{512} \sin^{10} \beta, \\ p_{10} &= \frac{1}{512} \sin^{10} \beta. \end{aligned}$$

Возводя, далее, полученное выражение во вторую степень, находим квадрат угловой скорости:

$$\begin{aligned}
\varphi'^2(\tau) &\approx \\
&\approx \omega^2 \cos^2 \beta (p_0 + p_2 \cos 2\omega\tau + p_4 \cos 4\omega\tau + p_6 \cos 6\omega\tau + p_8 \cos 8\omega\tau + p_{10} \cos 10\omega\tau)^2 = \\
&\approx \omega^2 \cos^2 \beta (p_0^2 + p_2^2 \cos^2 2\omega\tau + p_4^2 \cos^2 4\omega\tau + p_6^2 \cos^2 6\omega\tau + p_8^2 \cos^2 8\omega\tau + \\
&+ p_{10}^2 \cos^2 10\omega\tau + 2p_0p_2 \cos 2\omega\tau + 2p_0p_4 \cos 4\omega\tau + 2p_0p_6 \cos 6\omega\tau + 2p_0p_8 \cos 8\omega\tau + \\
&+ 2p_0p_{10} \cos 10\omega\tau + 2p_2p_4 \cos 2\omega\tau \cos 4\omega\tau + 2p_2p_6 \cos 2\omega\tau \cos 6\omega\tau + \\
&+ 2p_2p_8 \cos 2\omega\tau \cos 8\omega\tau + 2p_2p_{10} \cos 2\omega\tau \cos 10\omega\tau + 2p_4p_6 \cos 4\omega\tau \cos 6\omega\tau + \\
&+ 2p_4p_8 \cos 4\omega\tau \cos 8\omega\tau + 2p_4p_{10} \cos 4\omega\tau \cos 10\omega\tau + 2p_6p_8 \cos 6\omega\tau \cos 8\omega\tau + \\
&+ 2p_6p_{10} \cos 6\omega\tau \cos 10\omega\tau + 2p_8p_{10} \cos 8\omega\tau \cos 10\omega\tau)
\end{aligned}$$

и после повторного использования формул понижения (5), выполнения преобразования произведений в суммы и приведения подобных, получим

$$\varphi'^2(\tau) \approx \omega^2 \cos^2 \beta \begin{pmatrix} q_0 + q_2 \cos 2\omega\tau + q_4 \cos 4\omega\tau + q_6 \cos 6\omega\tau + q_8 \cos 8\omega\tau + \\ q_{10} \cos 10\omega\tau + q_{12} \cos 12\omega\tau + q_{14} \cos 14\omega\tau + \\ q_{16} \cos 16\omega\tau + q_{18} \cos 18\omega\tau \end{pmatrix}, \quad (6)$$

где

$$q_0 = p_0^2 + \frac{1}{2} p_2^2 + \frac{1}{2} p_4^2 + \frac{1}{2} p_6^2 + \frac{1}{2} p_8^2 + \frac{1}{2} p_{10}^2,$$

$$q_2 = 2p_0p_2 + p_2p_4 + p_4p_6 + p_6p_8 + p_8p_{10},$$

$$q_4 = \frac{1}{2} p_2^2 + 2p_0p_4 + p_2p_6 + p_4p_8 + p_6p_{10},$$

$$q_6 = 2p_0p_6 + p_2p_4 + p_2p_8 + p_4p_{10},$$

$$q_8 = \frac{1}{2} p_4^2 + 2p_0p_8 + p_2p_6 + p_2p_{10},$$

$$q_{10} = p_2p_8 + p_4p_6,$$

$$q_{12} = \frac{1}{2} p_6^2 + p_4p_8 + p_2p_{10},$$

$$q_{14} = p_6p_8 + p_4p_{10},$$

$$q_{16} = \frac{1}{2} p_8^2 + p_6p_{10},$$

$$q_{18} = p_8p_{10}.$$

Подставляя (6) в (3), проводим преобразования, переводя полученные произведения в сумму косинусов и, ограничиваясь в правой части учётом первых пяти гармоник, получаем уравнение в нужной форме

$$\frac{d^2\xi}{d\tau^2} + b \frac{d\xi}{d\tau} + \xi = P_0 \cdot \cos^2 \beta \begin{pmatrix} (q_0 - \frac{1}{2}q_2) \sin(\omega\tau) + \frac{1}{2}(q_2 - q_4) \sin(3\omega\tau) + \\ + \frac{1}{2}(q_4 - q_6) \sin(5\omega\tau) \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Для верификации полученного разложения на рис. 3 представлены графики правых частей уравнений (3), (7) для значения $\beta = \pi / 4$, $P_0 = 54$. Их совпадение свидетельствуют о высокой адекватности полученного результата.

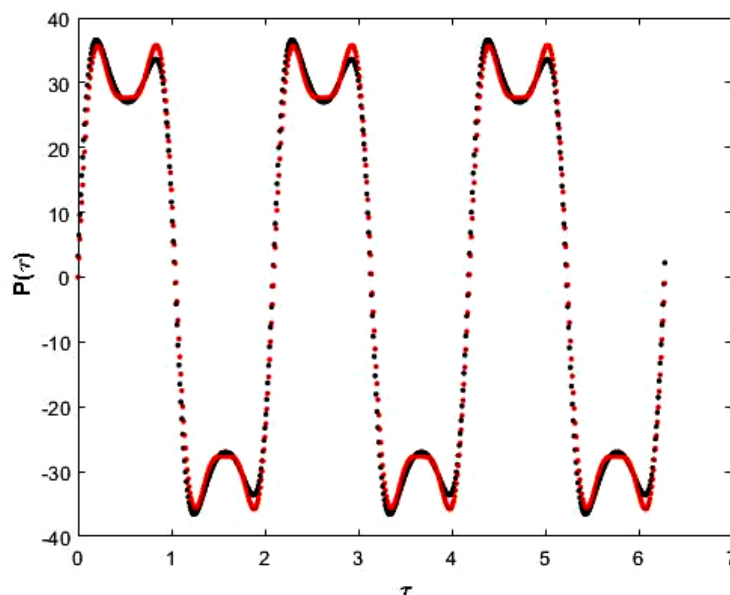


Рисунок 3 – Графики правых частей уравнений (3), (7)

Аналитическое решение

Рассмотрим (7), учтём линейность уравнения и воспользуемся, присущим ему свойством суперпозиции. Тогда стационарные колебания рабочего органа будут описываться выражением

$$\xi(\tau) = A_1 \sin(\omega\tau - \theta_1) + A_3 \sin(3\omega\tau - \theta_3) + A_5 \sin(5\omega\tau - \theta_5), \quad (8)$$

где

$$A_1 = \frac{(q_0 - \frac{1}{2}q_2)}{\sqrt{(1-\omega^2)^2 + (b\omega)^2}} P_0 \cdot \cos^2 \beta, \quad \theta_1 = \arcsin \frac{b\omega}{\sqrt{(1-\omega^2)^2 + (b\omega)^2}},$$

$$A_3 = \frac{\frac{1}{2}(q_2 - q_4)}{\sqrt{(1-9\omega^2)^2 + (3b\omega)^2}} P_0 \cdot \cos^2 \beta, \quad \theta_3 = \arcsin \frac{3b\omega}{\sqrt{(1-9\omega^2)^2 + (3b\omega)^2}},$$

$$A_5 = \frac{\frac{1}{2}(q_4 - q_6)}{\sqrt{(1-25\omega^2)^2 + (5b\omega)^2}} P_0 \cdot \cos^2 \beta, \quad \theta_5 = \arcsin \frac{5b\omega}{\sqrt{(1-25\omega^2)^2 + (5b\omega)^2}},$$

в котором отдельные его составляющие могут быть получены методом гармонического баланса [23], [24].

Если к этому добавить

$$\begin{aligned}
 q_0 &= p_0^2 + \frac{1}{2} p_2^2 + \frac{1}{2} p_4^2 + \frac{1}{2} p_6^2 + \frac{1}{2} p_8^2 + \frac{1}{2} p_{10}^2, \\
 q_2 &= 2p_0p_2 + p_2p_4 + p_4p_6 + p_6p_8 + p_8p_{10}, \\
 q_4 &= \frac{1}{2} p_2^2 + 2p_0p_4 + p_2p_6 + p_4p_8 + p_6p_{10}, \\
 q_6 &= 2p_0p_6 + p_2p_4 + p_2p_8 + p_4p_{10},
 \end{aligned} \tag{9}$$

где

$$\begin{aligned}
 p_0 &= 1 + \frac{1}{2} \sin^2 \beta + \frac{3}{8} \sin^4 \beta + \frac{10}{32} \sin^6 \beta + \frac{35}{128} \sin^8 \beta + \frac{126}{512} \sin^{10} \beta, \\
 p_2 &= \frac{1}{2} \sin^2 \beta + \frac{4}{8} \sin^4 \beta + \frac{15}{32} \sin^6 \beta + \frac{56}{128} \sin^8 \beta + \frac{210}{512} \sin^{10} \beta, \\
 p_4 &= \frac{1}{8} \sin^4 \beta + \frac{6}{32} \sin^6 \beta + \frac{28}{128} \sin^8 \beta + \frac{120}{512} \sin^{10} \beta, \\
 p_6 &= \frac{1}{32} \sin^6 \beta + \frac{8}{128} \sin^8 \beta + \frac{45}{512} \sin^{10} \beta, \\
 p_8 &= \frac{1}{128} \sin^8 \beta + \frac{10}{512} \sin^{10} \beta, \\
 p_{10} &= \frac{1}{512} \sin^{10} \beta,
 \end{aligned} \tag{10}$$

то соотношения (8 – 10) в совокупности и описывают в аналитической форме приближённое решение уравнения динамики одномассовой вибрационной машины с шарниром Гука в приводе трансмиссии.

Для иллюстрации использования полученных результатов на рис.4 приведены графики перемещений (рис. 4а) и ускорений (рис. 4б) рабочего органа вибромашины, построенные по соотношениям (8 – 10). Обратим внимание, что закон перемещений (рис. 4а) близок к гармоническому, а закон изменения ускорения (рис. 4б), как качественно, так и количественно, напоминает закон изменения вынуждающей силы (рис. 3).

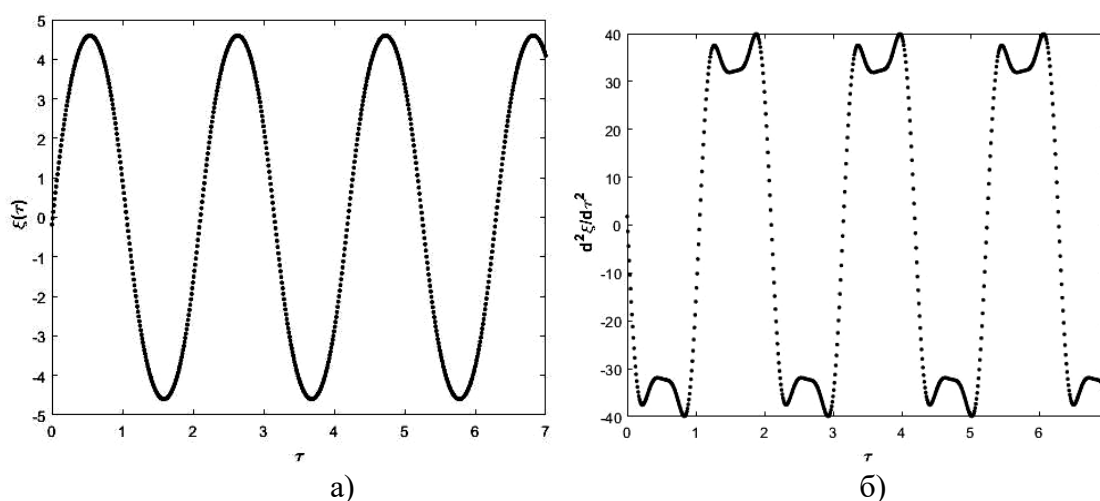


Рисунок 4 – Графики колебаний рабочего органа для значений $\beta = \pi / 4$ и $P_0 = 54$:
а) перемещения; б) ускорения

Заключение

Полученные результаты могут оказаться полезными на начальном этапе проектирования, они облегчают подбор параметров вибрационной машины рассматриваемого типа, позволяют провести анализ амплитудных и фазовых характеристик движения рабочего органа при их изменении и выбрать предварительные их значения. А уточнённые расчёты могут быть проведены уже непосредственным численным решением первоначальной дифференциальной модели. Помимо этого, следует отметить, что широкое применение нейронных сетей для решения задач аппроксимации [25], [26], распознавания [27], классификации [28] и высокая их обучаемость свидетельствует о том, что нейронные сети могут стать хорошим подспорьем для получения приближённых зависимостей при решении задач динамики вибрационных механизмов и разработке методик расчёта их параметров. И использование элементов искусственного интеллекта может стать альтернативой описанному выше подходу.

Список литературы

1. Гончаревич, И. Ф., Тиль, Б. Асимметричные колебания – средство повышения эффективности вибрационных технологических процессов // Строительные материалы, оборудование, технологии XXI века. 2005. № 10. С. 11-16.
2. Интенсификация технологических процессов вибромашин путем реализации бигармонических режимов работы / [С. Л. Букин, С. Г. Маслов, А. П. Лютый и др.] // Обогащение полезных ископаемых: Науч. техн. сб. 2009. Вып. 36(77)-37(78). С. 81-89.
3. Bak, L. Construction of screener oriented on application of parametric resonance [Text] / [L. Bak, I. Loginov, J. Michalcewicz and others] // Zeszyty naukowe politechniki rzeszowskiej. RUTMech. 2013. T. XXX. Z. 85 (2/13). pp. 109–117.
4. Цыфанский, С. Л. Использование нелинейных эффектов в вибрационных, электрогидравлических и кавитационных технологиях, вибродиагностике, разработке надводных и подводных биороботов. Инновационные предложения. Санкт-Петербург: ООО «СУПЕР», 2021. 196 с.
5. Пановко, Г. Я. Динамика вибрационных технологических процессов. М.-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Институт компьютерных исследований, 2019. 176 с.
6. Быховский, И. И. Основы вибрационной техники. М.: Машиностроение, 1968. 362 с.
7. Крюков, Б. И. Динамика вибрационных машин резонансного типа. Киев: Наукова думка, 1967. 210 с.
8. Хвингия, М. В. Низкочастотные электровибрационные машины. М. Тедошвили, И. А. Питимашвили. Ленинград: Машиностроение, 1989. – 93 с.
9. Цыфанский, С. Л., Бересневич, В. И., Окс, А. Б. Нелинейные и параметрические колебания вибрационных машин технологического назначения. Рига: Зинатне, 1991. 231 с.
10. Belovodskiy, V. N., Tsyfanskiy, S. L., Beresnevich, V. I. The Dynamics of a Vibromachine with Parametric Excitation // Journal of Sound and Vibration, UK. 2002. No. 254(5). pp. 897- 910.
11. Беловодский, В. Н., Букин, С. Л. Субгармонические колебания одномассовой инерционной вибромашин с асимметричной упругой опорой // «Проблемы искусственного интеллекта». – 2022. № 2(25). С. 4-15.
12. Букин, С. Л., Букина А. С., Селиверстов, В. В. Динамическая модель одномассовой вибромашин с карданным валом в трансмиссии дебалансного возбудителя колебаний // Прогрессивные технологии и системы машиностроения: Международ. сб. науч. тр. Донецк: ДонНТУ. 2014. Вып. 4 (50). С. 65-73.
13. Беловодский, В. Н., Букин С. Л. О “полигармонических возможностях” вибромашин с карданной передачей в трансмиссии инерционного привода // Известия вузов. Горный журнал. 2019. №4. С. 114-123.
14. Беловодский, В. Н., Букин, С. Л. Один подход к формированию полигармонических колебаний в вибрационных машинах с инерционным возбуждением // Программная инженерия: сб. науч. тр. IV Международ. науч.-практ. конф., Том 1. 29 – 30 ноября 2022 г. Донецк, ГОУ ВПО «ДонНТУ». 2022. С. 191-197.
15. Букин, С. Л., Беловодский, В. Н. Супергармонический инерционный вибропривод на базе одношарнирной карданной передачи // Машиностроение: сетевой электронный научный журнал. 2023. Т 10, №2. С. 3-10.
16. Артоболевский, И. И. Механизмы в современной технике: Справочное пособие в 7 томах. Т. 2: Кулисно-рычажные и кривошипно-ползунные механизмы. М.: Наука, 1981. 297 с.

17. Малаховский, Я. Э., Лапин, А. А., Веденеев, Н. К. Карданные передачи. М.: Машгиз, 1962. 287 с.
18. Кукушкин, Е. В. Уравнения движения карданного шарнира // Вестник Перм. нац. исслед. политехн. ун-та. Машиностроение, материаловедение. 2021. Т. 23. № 2. С. 79-86.
19. Грудинин, В. Г. Анализ кинематики привода с карданной передачей // Вестник ИрГТУ. 2011. №11 (58). С. 20-27.
20. Привалов И. И. Ряды Фурье: учебник для вузов. М.: Издательство Юрайт, 2016. 164 с.
21. Формулы понижения степени в тригонометрии [Электронный ресурс]. URL: <https://zaochnik.com/spravochnik/matematika/trigonometrija/formuly-ponizheniya-stepeni-v-trigonometrii/> (дата обращения 30.01.2023).
22. Abramowitz, Milton, Stegun, I. A. Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables. New York: Dover Publications, 1972. 364 p.
23. Mickens, Ronald. Comments on the method of harmonic balance // Journal of Sound and Vibration. 1984. No. 94 (3). pp. 456-460.
24. Вибрации в технике: Справочник. Т. 2. Колебания нелинейных механических систем / Под ред. И. И. Блехмана. М.: Машиностроение, 1979. 351 с.
25. Ермоленко, Т. В., Котенко, В. Н., Винник В. В. Исследование эффективности прогностических моделей для системы анализа и мониторинга энергопотребления на предприятиях угольной промышленности // Проблемы искусственного интеллекта. 2022. № 4(27). С. 25-34.
26. Анцыферов, С. С., Сигов, А. С., Фазилова К. Н. Методология развития интеллектуальных систем // Проблемы искусственного интеллекта. 2022. № 2(25). С. 42-47.
27. Ермоленко, Т. В., Самородский, И. Е. Анализ эффективности архитектур глубоких нейросетей для классификации изображений товаров // Проблемы искусственного интеллекта. 2022. № 1(24). С. 54-64.
28. Ермоленко, Т. В., Ролик Д.В. Классификация аномалий сердцебиения с помощью глубокого обучения // Проблемы искусственного интеллекта. 2022. № 1(24). С. 40-53.

References

1. Goncharevich, I. F. *Asymmetric vibrations - a means of increasing the efficiency of vibration technological processes* [Asimmetrichnyye vibratsii – sredstvo povysheniya effektivnosti vibratsionnykh tekhnologicheskikh protsessov] Building materials, equipment, technologies of the XXI century. - 2005. - № 10. pp. 11-16.
2. *Intensification of technological processes of vibrating machines through the implementation of biharmonic operating modes* [Intensifikatsiya tekhnologicheskikh protsessov vibromashin putem realizatsii bigarmonicheskikh rezhimov raboty] / [S. L. Bukin, S. G. Maslov, A. P. Lyuty and others] Mineral enrichment: Scientific. tech. Sat. 2009. Issue. 36(77)-37(78). pp. 81-89.
3. Bak, L. *Construction of screener oriented on application of parametric resonance* / [L. Bak, I. Loginov, J. Michalcewicz and others] Zeszyty naukowe politechniki rzeszowskiej. – RUTMech. 2013. T. XXX. Z. 85 (2/13). pp. 109–117.
4. Tsyfanskiy, S. L. *Use of nonlinear effects in vibration, electrohydraulic and cavitation technologies, vibration diagnostics, development of surface and underwater biorobots. Innovative proposals* [Ispol'zovaniye nelineynykh effektov v vibratsionnykh, elektrogidravlicheskiykh i kavitatsionnykh tekhnologiyakh, vibrodiagnostike, razrabotke nadvodnykh i podvodnykh biorobotov. Innovatsionnyye predlozheniya] St. Petersburg: SUPER LLC, 2021. 196 p.
5. Panovko, G. Ya. *Dynamics of vibration technological processes* [Dinamika vibratsionnykh tekhnologicheskikh protsessov] Moskow.-Izhevsk: Research Center “Regular and Chaotic Dynamics”, Institute of Computer Research, 2019. 176 p.
6. Bykhovskiy, I. I. *Fundamentals of vibration technology* [Osnovy vibratsionnoy tekhniki] Moskow: Mashinostroenie, 1968. 362 p.
7. Kryukov, B. I. *Dynamics of vibration machines of the resonant type* [Dinamika vibratsionnykh mashin rezonansnogo tipa] Kyiv: Naukova Dumka, 1967. 210 p.
8. Khvingia, M. V. *Low-frequency electric vibration machines* [Nizkochastotnyye elektrovibratsionnyye mashiny] / [M. V. Khvingia, M. M. Tedoshvili, I. A. Pitimashvili] Leningrad: Mechanical Engineering, 1989. 93 p.
9. Tsyfanskiy, S. L. *Nonlinear and parametric oscillations of vibration machines for technological purposes* [Nelineynyye i parametricheskiye kolebaniya vibratsionnykh mashin tekhnologicheskogo naznacheniya] / [S. L. Tsyfanskiy, V. I. Beresnevich, A. B. Oks] Riga: Zinatne, 1991. 231 p.
10. Belovodskiy, V. N. / [V. N. Belovodskiy, S. L. Tsyfanskiy, V. I. Beresnevich] // “Journal of Sound and Vibration”, UK. 2002. No. 254(5). pp. 897- 910.

11. Belovodskiy, V. N. *Subharmonic vibrations of a single-mass inertial vibrating machine with an asymmetric elastic support* [Subgarmonicheskiye kolebaniya odnomassovoy inertsionnoy vibromashiny s asimmetrichnoy uprugoy oporoy] / [V. N. Belovodskiy, S. L. Bukin] // "Problems of artificial intelligence". 2022. No. 2(25). pp. 4-15.
12. Bukin, S. L. *Dynamic model of a single-mass vibrating machine with a cardan shaft in the transmission of an unbalanced vibration exciter* [Dinamicheskaya model' odnomassovoy vibromashiny s kardannym valom v transmissii debalansnogo vzbuditelya kolebaniy] / [S. L. Bukin, A. S. Bukina, V. V. Seliverstov] // "Progressive technologies and mechanical engineering systems": International. Scientific tr. Donetsk: DonNTU. 2014. Issue. 4 (50). pp. 65-73.
13. Belovodskiy, V. N. *About the "polyharmonic capabilities" of vibration machines with cardan transmission in the transmission of an inertial drive* [O "poligarmonicheskikh vozmozhnostyakh" vibromashin s kardannoy peredachey v transmissii inertsionnogo privoda] / [V. N. Belovodskiy, S. L. Bukin] // "News of universities. Mining magazine". 2019. No. 4. pp. 114-123.
14. Belovodskiy, V. N. *One approach to the formation of polyharmonic oscillations in vibration machines with inertial excitation* [Odn podkhod k formirovaniyu poligarmonicheskikh kolebaniy v vibratsionnykh mashinakh s inertsionnym vzbuzhdeniyem] / [V. N. Belovodskiy, S. L. Bukin] // "Software engineering: collection. scientific tr. IV Int. scientific-practical conf.", Volume 1. November 29 – 30, 2022 Donetsk, State Educational Institution of Higher Professional Education "DonNTU". 2022. pp. 191-197.
15. Bukin, S.L. *Superharmonic inertial vibration drive based on a single-joint cardan transmission* [Supergarmonicheskiy inertsionnyy vibroprivod na baze odnosharnirnoy kardannoy peredachi] / [S.L. Bukin, V.N. Belovodskiy] // "Mechanical engineering: network electronic scientific journal". 2023. T 10, No. 2. pp. 3-10.
16. Artobolevskiy, I. I. *Mechanisms in modern technology: A reference guide in 7 volumes. T. 2: Rocker-lever and crank-slider mechanisms* [Mekhanizmy v sovremennoy tekhnike: Spravochnoye posobiye v 7 tomakh. T. 2: Kulisno-rychazhnyye i krivoshipno-polzunnyye mekhanizmy] M.: Nauka, 1981. 297 p.
17. Malakhovskiy, Ya. E. *Cardan transmissions* [Kardannyye peredachi] / [Ya. E. Malakhovskiy, A. A. Lapin, N. K. Vedeneev] Moscow: Mashgiz, 1962. 287 p.
18. Kukushkin, E. V. *Equations of motion of a Cardan joint* [Uraveniya dvizheniya kardannogo sharnira] / "Vestnik Perm. national research Polytechnic un-ta. Mechanical engineering, materials science". 2021. V. 23. No. 2. pp. 79-86.
19. Grudinin, V. G. *Analysis of the kinematics of a drive with a Cardan transmission* [Analiz kinematiki privoda s kardannoy peredacheyt] / "Bulletin of ISTU". 2011. No. 11 (58). pp. 20-27.
20. Privalov I. I. *Fourier series: a textbook for universities* [Ryady Fur'ye: uchebnik dlya vuzov] Moscow: Yurayt Publishing House, 2016. 164 p.
21. *Degree reduction formulas in trigonometry* [Formuly ponizheniya stepeni v trigonometrii] [Electronic resource] URL: <https://zaochnik.com/spravochnik/matematika/trigonometrija/formuly-ponizheniya-stepeni-v-trigonometrii/> (date of access 30.01.2023).
22. Abramowitz, Milton. *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables* [M. Abramowitz, I. A. Stegun] New York: Dover Publications, 1972. 364 p.
23. Mickens, Ronald. *Comments on the method of harmonic balance* / "Journal of Sound and Vibration". 1984. No. 94 (3). pp. 456-460.
24. *Vibrations in technology: A reference book. T. 2. Oscillations of nonlinear mechanical systems* [Vibratsii v tekhnike: Spravochnik. T. 2. Kolebaniya nelineynykh mekhanicheskikh sistem] / Ed. I. I. Blekman. Moscow: Mashinostroyeniye, 1979. 351 p.
25. Ermolenko, T. V. *Study of the effectiveness of predictive models for the system of analysis and monitoring of energy consumption at coal industry enterprises* [Issledovaniye effektivnosti prognosticheskikh modeley dlya sistemy analiza i monitoringa energopotrebleniya na predpriyatiyakh ugol'noy promyshlennosti] / [T. V. Ermolenko, V. N. Kotenko, V. V. Vinnik] "Problems of artificial intelligence". 2022. No. 4(27). pp. 25-34.
26. Antsyferov, S. S. *Methodology for the development of intelligent systems* [Metodologiya razvitiya intellektual'nykh sistem] / [S. S. Antsyferov, A. S. Sigov, K. N. Fazilova] "Problems of artificial intelligence". 2022. No. 2(25). pp. 42-47.
27. Ermolenko, T. V. *Analysis of the effectiveness of deep neural network architectures for classifying product images* [Analiz effektivnosti arkhitektur glubokikh neyrosetey dlya klassifikatsii izobrazheniy tovarov] / [T. V. Ermolenko, I. E. Samorodsky] "Problems of artificial intelligence". 2022. No. 1(24). pp. 54-64.
28. Ermolenko, T. V. *Classification of heartbeat anomalies using deep learning* [Klassifikatsiya anomalii serdtsebiyeniya s pomoshch'yu glubokogo obucheniya] / [T. V. Ermolenko, D. V. Rolik] "Problems of artificial intelligence". 2022. No. 1(24). pp. 40-53.

RESUME

V. N. Belovodskiy, S. L. Bukin

Analytical Analysis of the Dynamics Single-Mass Inertial Vibration Machine with a Shaft Fracture in the Drive Transmission

Polyharmonic vibrations are effective in the processes of transportation, screening and enrichment. One of the options for their formation is to use the effects of nonlinear systems. Traditionally, the formation of nonlinearity in vibrating machines is carried out by installing elastic elements with gaps, however, this complicates the construction of the vibromachine and makes it difficult to adjust to the designed operating modes. For this reason, the search for simple ways of forming polyharmonic vibrations remains actual.

In paper a single-mass vibrating machine with asynchronous gimbal transmission in the drive of a centrifugal oscillator is considered and an attempt has been made to obtain analytically an approximate solution describing the vertical polyharmonic motions of its working organ.

A feature of the mathematical model of the machine is that its motion is described by the second order linear differential equation in which the disturbing force is formed by the rotation of the unbalances with a variable angular velocity. Considering this fact, the expansion of the angular velocity into a truncated Fourier series was obtained and on the base of it the stationary solution of the equation was found by superposition of partial solutions corresponding to its terms. Analytical expressions describing the disturbing force of the unbalances and the movement of the working organ in the finite form are derived.

The results obtained allow preliminary calculations of amplitude and phase frequency characteristics for different values of the shaft fracture angle and to evaluate the level of higher harmonics generated by such a drive in the spectrum of displacements and accelerations of the working organ.

РЕЗЮМЕ

В. Н. Беловодский, С. Л. Букин

Аналитический анализ динамики одномассовой инерционной вибромашины с изломом валов в трансмиссии привода

В различных технологических процессах, в частности, процессах транспортирования, грохочения и обогащения эффективны полигармонические вибрации. Один из вариантов их формирования заключается в использовании эффектов нелинейных систем. Традиционно формирование нелинейности в вибромашинах осуществляется путем установки упругих элементов с зазорами, однако это усложняет конструкцию и затрудняет настройку на проектируемые режимы работы. Поэтому поиск простых способом формирования полигармонических вибраций в машинах технологического назначения остается актуальным.

В работе рассматривается одномассовая вибрационная машина инерционного типа с шарниром Гука в приводе трансмиссии и проводится построение приближённого аналитического решения, описывающего вертикальные полигармонические колебания её рабочего органа.

Особенностью математической модели рассматриваемой вибрационной машины является переменная скорость вращения дебалансов, что является причиной негармоничности возмущающей силы и полигармонических колебаний рабочего органа. В работе проводится разложение возмущающей силы в усечённый ряд Фурье и, согласно принципу суперпозиции, последующее определение стационарных режимов рабочего органа в виде суммы частных решений, соответствующих отдельным слагаемым этого ряда.

Полученные результаты позволяют проводить построение амплитудно- и фазочастотных характеристик движений рабочего органа для различных углов излома валов, проводить оценку вклада старших гармоник в спектр его перемещений и ускорений и могут оказаться полезными на начальном этапе проектирования при выборе параметров вибромашины.

Статья поступила в редакцию 10.02.2023.