M

УДК 519.713.4 **DOI** 10.34757/2413-7383.2023.30.3.006

И. И. Максименко
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Донецкий государственный университет», г. Донецк
283001, г. Донецк, ул. Университетская, 24

ИДЕНТИФИКАЦИЯ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ С ЭТАЛОНОМ НА ОСНОВАНИИ БЭРОВСКОЙ МЕТРИЗАЦИИ КЛАССА ОБЪЕКТОВ

I. I. Maksimenko
Federal State Educational Institution of Higher Education «Donetsk State University»
283001, Donetsk, University st, 24

IDENTIFICATION OF ALGEBRAIC OBJECTS WITH A BASED ON BAER METRIZATION OF OBJECTS CLASS

В статье рассматривается задача идентификации объектов класса с эталоном для различных математических структур (конечные автоматы, неструктурированные множества, решетки, замкнутые полукольца) на основании введения понятия представления и «бэровской» метрики специального вида. Найден критерий существования представлений в терминах свойств предельных объектов класса, который обобщает ранее найденный критерий для автоматов Мили. Для финитно-определенных классов критерий имеет конструктивный характер. Данный критерий указывает на наличие глубокой связи между процессом идентификации с эталоном и свойствами предельных точек метрического пространства класса объектов.

Ключевые слова: идентификация, представление, метрика, фрагмент, кофграгмент, предельные объекты.

The article discusses the problem of identifying objects of a class with a standard on the basis of various mathematical structures (finite automata, unstructured sets, lattices, closed semirings) based on the introduction of the concept of representation and the Baire metric of a special type. A criterion for the existence of representations in terms of the properties of limit objects of a class has been found, which generalizes the previously found criterion for Mealy automata. For a finite definition of classes the criterion is constructive. This criterion indicates the presence of a deep connection between the process of identification with the standard and the properties of the limiting points of the metric space of a class of objects.

Key words: identification, representation, metric, fragment, cofragment, limits objects.

Введение

В теории дискретных управляющих систем центральной задачей является сравнение поведения объекта (автомата, размеченного графа, формального языка и т.д.) с эталоном посредством проведения с ним различных видов экспериментов (контрольных, распознающих и т.д.).

Для конечных автоматов теория экспериментов развита достаточно глубоко и получен ряд фундаментальных результатов [1–7], для размеченных графов исследования носят первоначальный характер [8-11].

Один из авторов монографии [4] Грунский И.С. впервые ввел в рассмотрение идентификаторы состояний как такие вход-выходные последовательности автоматов, по реакции на которые можно идентифицировать внутренние состояния автомата. Грунский И.С. и его коллеги начали систематическое исследование идентификаторов. Для их изучения было введено понятие фрагмента как некоторого графа, для которого существует гомоморфизм в исследуемый автомат. Данное понятие обобщает целый ряд фрагментов частного вида. Кроме того, введено понятие кофрагмента как запрещенного фрагмента автомата. Исследованы свойства классов автоматов, задаваемых парой «фрагмент-кофрагмент». Введено также понятие идентификатора ненаблюдаемых компонент автомата, то есть такого фрагмента, который однозначно определяет значения этих компонент. Идентификаторы оказались мощным инструментом исследования автоматов [4].

На основании понятий фрагмента и кофрагмента введено понятие представление автомата-эталона относительно априорного класса автоматов как пары «фрагмент-кофрагмент» автомата-эталона [3], которая может быть парой «фрагмент-кофрагмент» другого автомата из априорного класса точно тогда, когда он подобен эталону. Это понятие обобщает ряд частных понятий экспериментов в теории автоматов (контрольные, распознающие эксперименты, анкетные языки и т.д.). В работе [4] детально исследованы условия существования представлений и их структура. Найдены точные условия, когда фрагмент является представлением эталона тогда и только тогда, когда его замыкание по соответствующим идентификаторам изоморфно эталону.

В работах [12-14] был обоснован подход к исследованию контрольных экспериментов в классах автоматов Мили на основе представления их сходящимися конструктивными окрестностями в метрических пространствах. Для специально введенной «бэровской» метрики, отражающей близость автоматов по поведению, были получены метрические критерии существования контрольных экспериментов, которые для финитно-определенных потенциально бесконечных классов автоматов носят конструктивный характер.

Данная работа посвящена исследованию представлений широкого класса объектов различной природы (неструктурированные множества, решетки, замкнутые полукольца), в общем случае не имеющих автоматной природы.

Целью работы является получение критериев, аналогичных критериям существования контрольных экспериментам с автоматами, основанных на специальных «бэровских» метриках и понятии сложности объекта.

Данное исследование позволяет обнаружить глубокие связи между идентификацией объектов как автоматной, так и не автоматной, природы и топологическими свойствами класса исследуемых объектов.

Следует также отметить, что исследования представлений могут быть переведены на язык интервальной математики [15], [16].

Актуальность данной работы состоит в том, что ее методы могут быть теоретически применены в интенсивно развивающемся в последнее время направлении исследований «формальные методы синтеза компьютерных систем», которое объединяет задачи контроля на этапах проектирования (model checking), кодирования и эксплуатации компьютерных систем [5].

Основные понятия

Приведем основные понятия и обозначения из теории множеств, теории графов, теории автоматов, теории решеток и теории замкнутых полуколец [3], [4].

Автоматом Мили назовем систему вида $A=(S,X,Y,\delta,\lambda)$, где S,X,Y – алфавиты состояний, входов и выходов соответственно, $\delta\subseteq S\times X\times S$ – функция переходов, а $\lambda\subseteq S\times X\times Y$ – функция выходов.

Алгоритм-экспериментатор называется контрольным алгоритмом относительно класса $F\subseteq A(U)$ и автомата-эталона $A\in A(U)$, где $A(U)$ – класс всех автоматов над вход-выходным алфавитом U, если в результате эксперимента с «черным ящиком» из класса этот алгоритм определяет, изоморофен «черный ящик» эталону или нет. Формально, мы можем называть контрольным экспериментом относительно класса $F\subseteq A(U)$ и автомата-эталона $A\in A(U)$ такое множество вход-выходных слов $W\subseteq L_A$, что если выполнено включение $W\subseteq L_B$ для некоторого $B\in F$, то A = B.

Через L_A^k для автомата A обозначим множество всех вход-выходных слов длины, не превышающей k.

Для исследования контрольных экспериментов на классе автоматов $A(U)$ введем метрику. Под метрикой над любым пространством объектов Z понимается функция $\rho: Z\times Z\to R^+$ со следующим набором аксиом:

1. $\rho(A,B)=0$ точно тогда, когда A=B;
2. $\rho(A,B)=\rho(B,A)$ для любых A,B;
3. $\rho(A,C)\le\rho(A,B)+\rho(B,C)$ для произвольных A,B,C.

Пара $(A(U),\rho)$ называется метрическим пространством. Метрику ρ назовем вычислимой, если существует алгоритм вычисления расстояния между произвольными точками метрического пространства $(A(U),\rho)$.

Для исследования свойств контрольных экспериментов на классе $A(U)$ введем специальную «бэровскую» метрику β [14], полагая, что $\beta(A,B)=0$, если $A=B$ и $\beta(A,B)=\dfrac{1}{k}$, где $L_A^k\ne L_B^k$ и $L_A^{k-1}=L_B^{k-1}$. В работе [14] доказано, что данная метрика является вычислимой.

Окрестностью с центром $A\in(A(U),\beta)$ и радиусом $r\in R^+$ называется множество автоматов $O_r(A)=\{B\mid\beta(A,B)<r\}$. Автомат $A\in(A(U),\beta)$ является предельным автоматом класса $F\subseteq A(U)$, если для произвольного $r>0$ класс автоматов $O_r(A)\cap(F-\{A\})$ непустой.

Далее введем в рассмотрение систему неструктурированных объектов вида $<O,A,\rho>$, где O – произвольное множество описателей, A – множество объектов, а $\rho\subseteq A\times O$ априорно заданное отношение дескрипции [17]. Каждому объекту $a\in A$

поставим в соответствие описатель вида $O_a = \rho(a)$. Зададим функцию сложности описателя $n: O \to N^+$, при этом для множества описателей $U \subseteq O$ функция сложности задается естественно как $n(U) = \sup\{n(o) \mid o \in U\}$ и $n(a) = n(O_a)$. Множество назовем финитным, если его сложность конечна, и инфинитным в противном случае.

Под сложностью слова будем понимать длину слова или сумму кодов символов данного слова, а сложность языка понимается как максимальная сложность слов из языка.

Введем на множестве объектов A отношение предпорядка, а именно полагаем $u \le w$ тогда и только тогда, когда $O_u \subseteq O_w$. Данное отношение предпорядка порождает отношение эквивалентности $u \cong w$ точно тогда, когда $O_u = O_w$. Класс эквивалентности определяется как $\cong u = \{w \mid w \cong u\}$.

Определим множества фрагментов $Fr(a)$ и кофрагментов $CoFr(a)$ объекта $a \in A$ как множества подмножеств 2^{O_a} и $2^{\bar{O}_a}$ соответственно.

На множестве объектов A зададим «бэровскую» метрику β, полагая $\beta(a,b) = 0$, если $a \cong b$ и $\beta(a,b) = \frac{1}{k}$, если $k = \inf\{n(o) \mid o \in O_a \oplus O_b\}$. Для произвольного объекта $a \in A$ и класса объектов $F \subseteq A$ расстояние $\beta(a,F)$ определяется как выражение вида $\beta(a,F) = \inf\{\beta(a,o) \mid o \in F\}$.

Для произвольного класса $F \subseteq A$ введем предельное множество $\lim F \subseteq A$, полагая $\lim F = \{o \in A \mid \beta(o, F - \cong o) = 0\}$.

Пару объектов $(P,Q) \in Fr(a_0) \times CoFr(a_0)$ назовем представлением для произвольных $a_0 \in A$ и $F \subseteq A$, если для любого $o \in A$ из включения $(P,Q) \in Fr(o) \times CoFr(o)$ следует $a_0 \cong o$. Представление (P,Q) считаем финитным, если финитны P и Q одновременно.

Назовем также полной решеткой со сложностью [18] такую алгебраическую систему $< A, \vee, \wedge, n >$, где A – счетное множество объектов произвольной природы, $\vee, \wedge$ – решеточные операции, $n: A \to N^+ \cup \infty$ – такая невозрастающая функция сложности, что для любых объектов a, b и некоторого фиксированного натурального числа K выполнено неравенство $n(a \vee b) \le \max(n(a), n(b)) + K$.

Частичный порядок на множестве объектов A задается стандартным для решетки образом. Произвольный объект решетки o индуцирует множества фрагментов $Fr(o) = \{b \in A \mid b \le o\}$, кофрагментов $CoFr(o) = \{b \in A \mid o \le b\}$ и контрфрагментов $CtFr(o) = \{b \in A \mid \neg(b \le o), \neg(o \le b)\}$.

Объект o является разделяющим для объектов a и b ($o \in S(a,b)$), если выполнено ровно одно из условий $o \le a, \neg(o \le b)$ или $o \le b, \neg(o \le a)$. Решетку назовем финитно разделимой, если для различных объектов существует разделяющий их финитный объект.

На множестве объектов финитно разделимой решетки A зададим «бэровскую» метрику β, полагая $\beta(a,b) = 0$, если $a = b$ и $\beta(a,b) = \frac{1}{k}$, если $k = \inf\{n(o) \mid o \in S(a,b)\}$. Обозначим через $\lim F \subseteq A$ предельное множество для множества $F \subseteq A$, полагая $\lim F = \{o \in A \mid \beta(o, F - \{o\}) = 0\}$.

Пару $(P,Q)\in Fr(a_0)\times CtFr(a_0)$ назовем представлением для произвольных $a_0\in A$ и $F\subseteq A$, если для любого $o\in A$ из включения $(P,Q)\in Fr(o)\times CtFr(o)$ следует $a_0\cong o$.

Введем в рассмотрение специальное полукольцо вида $(A,+,\circ)$, где A – счетное множество объектов, $(A,+)$ – коммутативный моноид, $(A,\circ)$ – полугруппа, для которой выполнены свойства дистрибутивности относительно операций $+,\circ$ и поглощения нулем для $\circ$.

Полукольцо идемпотентно, если для любого объекта $o\in A$ выполнено соотношение идемпотентности $o+o=o$. Последовательность объектов $\{o_i\}_i$ сходится к элементу полукольца, если существует объект $b=\sum_i o_i=\sup\{o_i\}$. В этом случае можно определить для произвольного объекта o итерацию o^* как сумму объектов вида $\sum_i o^i$.

Алгеброй Клини или алгеброй регулярных выражений назовем идемпотентное полукольцо с итерацией $R=(A,+,\circ,*)$ [19].

Любое конечное выражение в этой алгебре Клини является регулярным выражением. Каждому регулярному выражению R по аналогии с теорией автоматов можно сопоставить регулярный язык вида $L(r)=\{a_1\circ a_2\circ\ldots\circ a_n\mid a_1\circ a_2\circ\ldots\circ a_n\mid +r=r\}$.

На алгебре Клини введем предпорядок, полагая $r\le p$ точно тогда, когда $L(r)\subseteq L(p)$. Соотношение эквивалентности $r\cong p$ на алгебре Клини вводится как равенство языков $L(r)=L(p)$.

На алгебре Клини $R=(A,+,\circ,*)$ также вводится монотонная функция сложности $n:R\to N^+\cup\infty$, причем для любой сходящейся последовательности $\{o_i\}_i$ выполнены соотношения $n(\{o_i\}_i)=\sup\{n(o_i)\}$ и $n(\sum_i o_i)=\sup\{n(o_i)\}$. Любое регулярное выражение o порождает множества фрагментов $Fr(o)=\{b\in A\mid b\le o\}$, кофрагментов $CoFr(o)=\{b\in A\mid o\le b\}$ и контрфрагментов $CtFr(o)=\{b\in A\mid\neg(b\le o),\neg(o\le b)\}$.

Регулярное выражение o является разделяющим для регулярных выражений a и b (обозначим $o\in S(a,b)$), если выполнено ровно одно из условий $o\le a,\neg(o\le b)$ или $o\le b,\neg(o\le a)$. Алгебру Клини назовем финитно разделимой, если для неэквивалентных регулярных выражений существует различающее их финитное регулярное выражение.

Алгебра Клини является локально замкнутой, если для любого регулярного выражения a произвольные последовательности из $Fr(o)$ и $CtFr(o)$ сходятся.

На финитно разделимой алгебре Клини A зададим «бэровскую» метрику β, полагая $\beta(a,b)=0$, если $a=b$ и $\beta(a,b)=\frac{1}{k}$, если $k=\inf\{n(o)\mid o\in S(a,b)\}$. Предельным множеством $\lim F\subseteq A$ для множества $F\subseteq A$ является множество вида $\lim F=\{o\in A\mid\beta(o,F-\{o\})=0\}$. Пару регулярных выражений $(P,Q)\in Fr(a_0)\times CoFr(a_0)$ назовем представлением для произвольных $a_0\in A$ и $F\subseteq A$, если для любого $o\in A$ из включения $(P,Q)\in Fr(o)\times CoFr(o)$ следует $a_0\cong o$.

Пара $(P,Q) \in Fr(a_0) \times CtFr(a_0)$ является точным представлением для произвольных $a_0 \in A$ и $F \subseteq A$, если для любого $o \in A$ из включения $(P,Q) \in Fr(o) \times CtFr(o)$ вытекает $a_0 \cong o$.

Контрольные эксперименты с конечными автоматами

Для «бэровской» метрики в классе автоматов Мили $(A(U), \beta)$ справедлив следующий критерий существования контрольного эксперимента [4]

Теорема 1.

Множество вход-выходных слов L_A^k для некоторого натурального числа k является контрольным экспериментом относительно класса $F \subseteq A(U)$ и автомата-эталона $A \in A(U)$ тогда и только тогда, когда выполнено соотношение вклю-чения $O_{\frac{1}{k}}(A) \cap F \subseteq \{A\}$.

Для конечного класса выполнено

Следствие 2.

Для конечного класса $F \subseteq A(U)$ и автомата-эталона $A \in A(U)$ всегда существует алгоритм построения контрольного эксперимента.

Для произвольных бесконечных классов в общем случае свойство конструктивности не выполняется. Однако автором найден ряд финитно-определенных потенциально бесконечных классов [13], [14], для которых теорема 1 конструктивна.

Финитные представления неструктурированных объектов

Введем систему неструктурированных объектов вида $< O, A, \rho >$

Справедлива следующая теорема [17]

Теорема 3. Финитное представление для произвольных $a_0 \in A$ и $F \subseteq A$ существует точно тогда, когда выполнено соотношение $a_0 \notin \lim F$.

Из теоремы вытекает следствие, которое расширяет область применимости для конечных классов

Следствие 4.

1. Для $a_0 \in A$ и конечного $F \subseteq A$ всегда существует финитное представление.
2. Для финитного $a_0 \in A$ и финитного класса $F \subseteq A$ всегда существует финитное представление.

Данные результаты обобщают аналогичные критерии существования контрольных экспериментов для классов автоматов Мили [4], что позволяет исследовать как классы автоматов Мили, так и неструктурированные множества произвольных объектов [17], используя только метрические свойства классов объектов. Существенных отличием является тот факт, что для классов автоматов Мили данный критерий оперирует с конечными множествами вход-выходных слов и часто имеет конструктивный характер, в то время как для неструктурированных множеств рассматриваются финитные, но в общем случае не конечные, представления.

Финитные представления полных решеток

Дана полная решетка со сложностью $< A, \vee, \wedge, n >$.

Для полных решеток справедлива следующая теорема, показывающая принципиальное различие представлений автоматов Мили и полных решеток [18]

=

Теорема 5.

1. Для любого $a_0 \in A$ и конечного класса $F \subseteq A$ существует в общем случае инфинитное представление.
2. Для любого $a_0 \in A$ и произвольного класса $F \subseteq A$ существует в общем случае инфинитное представление.

Имеет место следующий метрический критерий представимости для полных решеток

Теорема 6. В финитно разделимой полной решетке существует финитное представление для произвольных $a_0 \in A$ и $F \subseteq A$ тогда и только тогда, когда выполнено $a_0 \notin \lim F$.

Данная теорема показывает, что теория представлений на абстрактных структурах тесно связана с теорией «бэровских» метрических пространств.

Финитные представления на замкнутых полукольцах

Зафиксируем алгебру Клини $R = (A, +, \circ, *)$.

Для алгебры Клини $R = (A, +, \circ, *)$ справедлива следующая теорема характеризации фактор-алгебры[19]

Теорема 7.

Фактор-алгебра Клини $R = (A, +, \circ, *)$ по отношению эквивалентности $\cong$ является дистрибутивной решеткой.

По аналогии с представлениями в теории автоматов Мили выполнена

Теорема 8.

Существует алгоритм порождения точного представления для произвольного регулярного выражения $a_0 \in A$ и конечного множества $F \subseteq A$.

Данный результат является конструктивным и обобщает алгоритмы построения контрольных экспериментов для классов эффективно-определенных потенциально бесконечных классов автоматов Мили [13].

Для локально замкнутых алгебр Клини справедлива более сильная теорема.

Теорема 9.

В локально замкнутой алгебре Клини $R = (A, +, \circ, *)$ всегда существует точное представление для произвольного регулярного выражения $a_0 \in A$ и произвольного множества $F \subseteq A$.

Данный результат в общем случае не выполнен для любых бесконечных классов автоматов Мили, что говорит в пользу введения более общего понятия представления взамен понятия контрольного эксперимента для автоматов Мили.

Для финитно разделимых и локально замкнутых алгебр Клини $R = (A, +, \circ, *)$ имеет место следующий метрический критерий финитной представимости

Теорема 10.

В финитно разделимой и локально замкнутой алгебре $R = (A, +, \circ, *)$ существует финитное точное представление для произвольных $a_0 \in A$ и $F \subseteq A$ тогда и только тогда, когда $a_0 \notin \lim F$.

Приведенные в данной работе теоремы формулируют общее понятие представимости классов с эталоном в терминах топологических свойств пространства объектов для различных, в общем случае не автоматных, алгебраических структур – автоматов Мили, неструктурированных множеств, полных решеток и алгебр Клини общего вида.

Выводы

Предложен и исследован новый метод идентификации объектов, применимый для широкого класса алгебраических структур различной, в том числе и не автоматной, природы. Этот подход обобщает ранее введенный автором конструктивный критерий для конечных автоматов Мили. К достоинствам метода относится его универсальность, базирующаяся на специальном «бэровском» метрическом пространстве. Этот факт позволяет применить элементы теории топологических и метрических пространств. Удалось получить конструктивные результаты для алгебраических систем, выходящие за пределы теории представлений с конечными автоматами.

В дальнейшем, автор планирует перенести предложенные результаты на системы искусственного интеллекта, в частности на нейросети, с одной стороны, и перевести их на категориальный язык коалгебр [20], с другой.

Список литературы

1. Трахтенброт Б.А., Барздинь Я.М. *Конечные автоматы (поведение и синтез)*. М.: 1970. 400 с.
2. Кудрявцев А.Б., Алешин С.В., Подколзин А.С. *Введение в теорию автоматов*. М.: Наука,1985. 320 с.
3. Грунский И.С., Козловский В.А., Пономаренко Г.Г. *Представления конечных автоматов фрагментами поведения*. Киев: Наук. думка, 1990. 232 с.
4. Грунский И. С., Козловский В. А. *Синтез и идентификация автоматов*. Киев: Наукова думка, 2004. 246 с.
5. Грунский И.С., Козловский В.А., Копытова О.М. Представления автоматов и анализ атак на криптосистемы /. *Искусственный интеллект*. 2004. № 4. С. 764–775.
6. Сперанский Д. В. Тестирование нечетких линейных автоматов. *Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер.: Математика. Механика. Информатика*. 2019. № **19**(2), С. 233–240.
7. Сперанский Д. В. Эксперименты с нестационарными билинейными автоматами. *Автоматика и телемеханика.* 2015. № 9. С.161–174.
8. Грунский И. С., Сенченко А. С. Свойства систем определяющих соотношений для автоматов. *Дискретная математика.* 2004. № **16**(4). С. 79–87.
9. Сапунов С.В. Контроль детерминированных графов. *Труды ИПММ НАНУ*. 2003. т. 8. С. 106−110.
10. Курганский А.Н. Об одной алгоритмической модели относительности. *Проблемы искусственного интеллекта*. 2018. № 4(11). С. 16-27.
11. Курганский А. Н. , Сапунов С. В. О направленном перемещении коллектива автоматов без компаса на одномерной целочисленной решетке. *Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер.: Математика. Механика. Информатика*. 2016. № **16**(3). С. 356–365
12. Максименко И.И. Эксперименты в классе реализаций недетерминированных автоматов. *Доклады НАН Украины*. 1999. № 7. С.95–99.
13. Грунский И.С., Максименко И.И. Об экспериментах с автоматами при отсутствии верхней оценки числа состояний. *Кибернетика и системный анализ*. 1999. № 4. С. 59–71.
14. Максименко И.И. *Эксперименты в финитно-определенных метрических пространствах автоматов*: Автореферат канд. физ.-мат. наук; 01.01.09 /СГУ. Саратов, 2000. 16 с.
15. Левин В. И. Полиинтервалы и их применение в моделировании систем. *Проблемы искусственного интеллекта*. 2016. № 2 (3). С. 39–47.

16. Левин В. И., Немкова Е. А. Интервальные уравнения и их решения. *Проблемы искусственного интеллекта*. 2017. № 3 (6). С.12-21.
17. Максименко И.И. Финитные представления неструктурированных объектов. *Труды института прикладной математики и механики*. 2009. № 19. С.162—167.
18. Грунский И.С., Максименко И.И. Финитные представления в алгебраических системах. *Труды института прикладной математики и механики*. 2011. № 21. С.80—91.
19. Максименко И. И., Котенко В. Н. Распознавание в алгебрах Клини на идемпотентных полукольцах. *Вестник Донецкого национального университета. Серия Г: Технические науки.* 2023. № 3. С. 24-32.
20. Курганский А.Н., Максименко И.И.. Коалгебраические элементы теории экспериментов с автоматами. *Донецкие чтения 2016. Образование, наука и вызовы современности: Материалы I Международной научной конференции* (Донецк, 16-18 мая 2016 г.)- Том 1.- Ростов-на-Дону : Издательство Южного федерального университета, 2016. С.240—243.

References

1. Trakhtenbrot B.A., Barzdin Ya.M. Finite state machines (behavior and synthesis). M.: 1970. 400 p.
2. Kudryavtsev A.B., Aleshin S.V., Podkolzin A.S. Introduction to automata theory. M.: Nauka, 1985. 320 s.
3. Grunsky I.S., Kozlovsky V.A., Ponomarenko G.G. Representations of finite state machines by fragments of behavior. Kyiv: Nauk. Dumka, 1990. 232 p.
4. Grunsky I. S., Kozlovsky V. A. Synthesis and identification of automata. Kyiv: Naukova Dumka, 2004. 246 p.
5. Representations of automata and analysis of attacks on cryptosystems [Text]/I.S. Grunsky, V.A. Kozlovsky, O.M. Kopytova // Artificial intelligence. 2004. No. 4. P. 764–775.
6. Testing of fuzzy linear automata/D. V. Speransky//Izv. Sarat. un-ta. New ser. Ser.: Mathematics. Mechanics. Informatics.-2019.-No. 19(2), pp. 233–240.
7. Experiments with non-stationary bilinear automata /D. V. Speransky // Automation and telemechanics. - 2015. - No. 9. – P.161–174.
8. Properties of systems of defining relations for automata /I. S. Grunsky, A. S. Senchenko // Discrete Mathematics.-2004.-No. 16(4). -WITH. 79–87.
9. Control of deterministic graphs / S.V. Sapunov // Proceedings of IPMM NASU.-2003. t. 8. P. 106−110.
10. About one algorithmic model of relativity/ A.N. Kurgansky// Problems of artificial intelligence. 2018. No. 4(11). P. 16-27.
11. On the directed movement of a group of automata without a compass on a one-dimensional integer lattice / A. N. Kurgansky, S. V. Sapunov // Izv. Sarat. un-ta. New ser. Ser.: Mathematics. Mechanics. Informatics. 2016. No. 16(3). pp. 356–365
12. Experiments in the class of implementations of non-deterministic automata/I.I. Maksimenko//Reports of the National Academy of Sciences of Ukraine. 1999. No. 7. P.95–99.
13. Maksimenko I.I. On experiments with automata in the absence of an upper bound for the number of states [Text] / I.S. Grunsky, I.I. Maksimenko//Cybernetics and systems analysis. 1999. No. 4. P. 59–71.
14. Maksimenko I.I. Experiments in finitely defined metric spaces of automata: Abstract of Ph.D. physics and mathematics sciences; 01.01.09 / SSU - Saratov, 2000. - 16 p.
15. Polyintervals and their application in modeling systems / V. I. Levin // Problems of artificial intelligence. 2016. No. 2 (3). pp. 39–47.
16. Interval equations and their solutions / V. I. Levin, E. A. Nemkova // Problems of artificial intelligence. 2017. No. 3 (6). P.12-21.
17. Maksimenko I.I. Finite representations of unstructured objects / I.I. Maksimenko // Proceedings of the Institute of Applied Mathematics and Mechanics. 2009. No. 19.-P.162—167.
18. Maksimenko I.I. Finite representations in algebraic systems / I.S. Grunsky, I.I. Maksimenko // Proceedings of the Institute of Applied Mathematics and Mechanics. 2011. No. 21.P.80-91.
19. Maksimenko I. I. Recognition in Kleene algebras on idempotent semirings / I. I. Maksimenko, V. N. Kotenko // Bulletin of the Donetsk National University. Series G: Technical Sciences. 2023. No. 3. P. 24-32.
20. Maksimenko I.I. Coalgebraic elements of the theory of experiments with automata / A.N. Kurgansky, I.I. Maksimenko // Donetsk readings 2016. Education, science and challenges of our time: Proceedings of the I International Scientific Conference (Donetsk, May 16-18, 2016) - Volume 1 .- Rostov-on-Don: Southern Federal University Publishing House, 2016. P.240-243.

RESUME

I. I. Maksimenko

Identification of Algebraic Objects with a Standard Based on Baire Metrization of a Class of Objects

In the theory of discrete control systems, the theory of control and recognition experiments with Mealy automata is quite well developed.

This article generalizes the methods and approaches of the theory of control experiments with automata for various algebraic systems of non-automatic nature.

This approach makes it possible to use both the results of the theory of experiments with automata and elements of the theory of topological and metric spaces.

A similar idea in the language of the theory of categories and coalgebras was developed in the works of the author and his colleagues.

Based on the proposed model, it was possible to obtain fairly general mathematical results that make it possible to study the representability of much more abstract objects than finite automata, based on the introduction of a special "Ber" metric. The main idea is the connection between the theory of representations of a class and a standard with the topological and metric properties of classes of objects.

The proposed approaches are planned to be applied to the study of problems of identification of artificial intelligence systems, which will significantly expand the scope of applicability of the method.

РЕЗЮМЕ

И. И. Максименко

Идентификация алгебраических объектов с эталоном на основании бэровской метризации класса объектов

В теории дискретных управляющих систем достаточно глубоко развита теория контрольных и распознающих экспериментов с автоматами Мили.

В данной статье методы и подходы теории контрольных экспериментов с автоматами обобщены на различные алгебраические системы не автоматной природы.

Данный подход позволяет использовать как результаты теории экспериментов с автоматами, так и элементы теории топологических и метрических пространств.

Аналогичные идеи на языке теории категорий и коалгебр был развиты в работах автора и его коллег.

На базе предложенной модели удалось получить достаточно общие математические результаты, которые позволяют исследовать представимость гораздо более абстрактных объектов, чем конечные автоматы, на основании введения специальных «бэровских» метрических пространств. Основной идеей работы является наличие связи элементов теории представлений класса алгебраических объектов с топологическими и метрическими свойствами классов объектов.

Предложенные подходы планируется применить к изучению проблем идентификации систем искусственного интеллекта, что значительно расширит сферу применимости метода идентификации на основе «бэровских» метрических пространств.

Максименко И. И. – старший преподаватель, ФГБОУ ВО «ДонГУ», физико-технический факультет, кафедра компьютерных технологий, *Область научных интересов:* теория автоматов, теория графов, теория категорий, топология, системы искусственного интеллекта.

Статья поступила в редакцию 11.05.2023.