

УДК 519.6

DOI 10.34757/2413-7383.2023.31.4.006

В. Н. Беловодский

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Донецкий национальный технический университет»
283001, Донецкая Народная Республика, г. Донецк, ул. Артёма, 58

ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ К ПОСТРОЕНИЮ ОБЛАСТЕЙ ПРИТЯЖЕНИЯ ПЕРИОДИЧЕСКИХ РЕЖИМОВ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

V. N. Belovodskiy

Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education
"Donetsk National Technical University"
283001, Donetsk People's Republic, Donetsk, st. Artyoma, 58

ON USE OF NEURAL NETWORKS FOR THE CONSTRUCTION OF ATTRACTION BASINS OF PERIODIC REGIMES OF NONLINEAR DYNAMIC SYSTEMS

В статье анализируется перспективность использования нейронных сетей для построения областей притяжения периодических режимов нелинейных динамических систем. Рассматривается одномассовая модель вибрационной машины нелинейного типа с асимметричными упругими связями и ее колебания в зоне субгармонического резонанса порядка 1:2. При выбранных параметрах системы в данной зоне обнаружено два устойчивых периодических режимов. В работе проводится построение двухслойной нейронной сети, на одном из режимов системы проводится ее обучение и для отдельных начальных точек фазового пространства с использованием этой нейронной сети осуществляется диагностика характера поведения их орбит. Полученные результаты обнадеживают.

Ключевые слова: одномассовая вибромашина, инерционный вибропривод, рабочий орган, упругие связи

The article analyzes the prospect of using neural networks for construction of attraction areas of periodic regimes of nonlinear dynamic systems. A single-mass scheme of a nonlinear vibration machine with asymmetric elastic ties and its oscillations in the subharmonic resonance zone of the order of 1:2 are considered. For the selected system parameters, two stable periodic regimes were detected in this zone. In paper, the construction of a two-layer neural network is fulfilled, its training is carried out and for certain initial points of the phase space with use of this neural network the character of the behavior of their orbits is diagnosed. The results are encouraging.

Key words: single-mass vibrating machine, inertial vibration drive, working body, elastic ties

Введение

Одним из характерных признаков нелинейных систем является свойство многорежимности – существование различных стационарных режимов при равных параметрах системы [1]. А множества соответствующих им начальных условий называются областями притяжения, их построение относится к числу ключевых задач теории и практики нелинейных динамических систем [2]. Известны, как аналитические, так и численные подходы к их построению. Так, в [3], сформулированы необходимые и достаточные условия асимптотической устойчивости тривиальных решений нелинейных систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Они являются развитием прямого метода Ляпунова и построение области притяжения требует нахождения двух знакоопределенных функций, что, в конечном счете, сводится к построению приближенных вычислительных процедур для решения уравнений в частных производных. В работе [4] даны интегральные оценки эллипсоида асимптотической устойчивости тривиального решения в терминах норм матричного решения краевой задачи для дифференциального уравнения Ляпунова, использование которых позволяет построить ядро области притяжения рассматриваемого режима. Иные подходы к построению областей притяжения, основанные на использовании функций Ляпунова, описаны в работах [5], [6], причем в [5] построение функции-претендента осуществляется с помощью нейронных сетей, а в [6] это сводится к решению задачи условной минимизации. В [7] вопросы притяжения решений рассматриваются для задачи о вертикальной устойчивости жесткого и гибкого стержня при вибрации основания, в [8] – рассматривается динамическая модель, состоящая из дифференциального и нелинейного уравнений и получены достаточные условия, обеспечивающие нулевую стабилизацию решения на бесконечности.

Однако, в силу простоты и универсальности, более популярны численные подходы, ассортимент которых достаточно разнообразен. Так, в работе [9] определение границ бассейнов притяжения периодических режимов осуществляется путем перехода к отрицательному времени и построением сепаратрис, в работе [10] описан ряд алгоритмов, предполагающих первоначально грубое выделение участков, содержащих фрагменты границ, а затем – последующее их уточнение путем детального сканирования выделенных участков, в работе [11] реализуется идея мультистарта – многократного численного решения систем дифференциальных уравнений для различных начальных точек, построение их орбит и контроль их приближения к той или иной неподвижной точке отображения Пуанкаре. Подводя итог, следует отметить, что численные методы, обладая прозрачной идеологией, достаточно трудоемки по времени, так как требуют решения системы дифференциальных уравнений на протяженном промежутке времени. На снижение вычислительной трудоемкости и направлена данная работа. Этого предполагается достичь за счет ранней диагностики характера поведения орбит начальных точек при реализации метода мультистарта.

В последние десятилетия к решению различных задач аппроксимации, классификации и распознавания [12-15] активно используются нейронные сети, усиливается их популярность, интересные результаты дает их использование и к прогнозированию поведения динамических систем [16]. Учитывая эти обстоятельства, ниже и предпринимается попытка использования нейронных сетей для построения областей притяжения нелинейных систем.

Рассматривается динамическая система, возникающая при моделировании колебаний вибрационной машины с асимметричными упругими связями, и на примере простой нейронной сети проверяется возможность установления связи между начальными участками орбиты исходной точки и предельной неподвижной точкой, соответствующей ей стационарного режима. Учитывая, что «можно получить сколь угодно точное приближение любой непрерывной функции многих переменных, используя операции сложения и умножения на число, суперпозицию функций, линейные функции, а также одну произвольную непрерывную нелинейную функцию одной переменной» [17] есть основания полагать, что такой подход вполне имеет шансы на успех.

1 Исследуемая система

На рис. 1 представлена принципиальная схема такой вибромашины [18]. Горизонтальные колебания ее рабочего органа в безразмерной форме

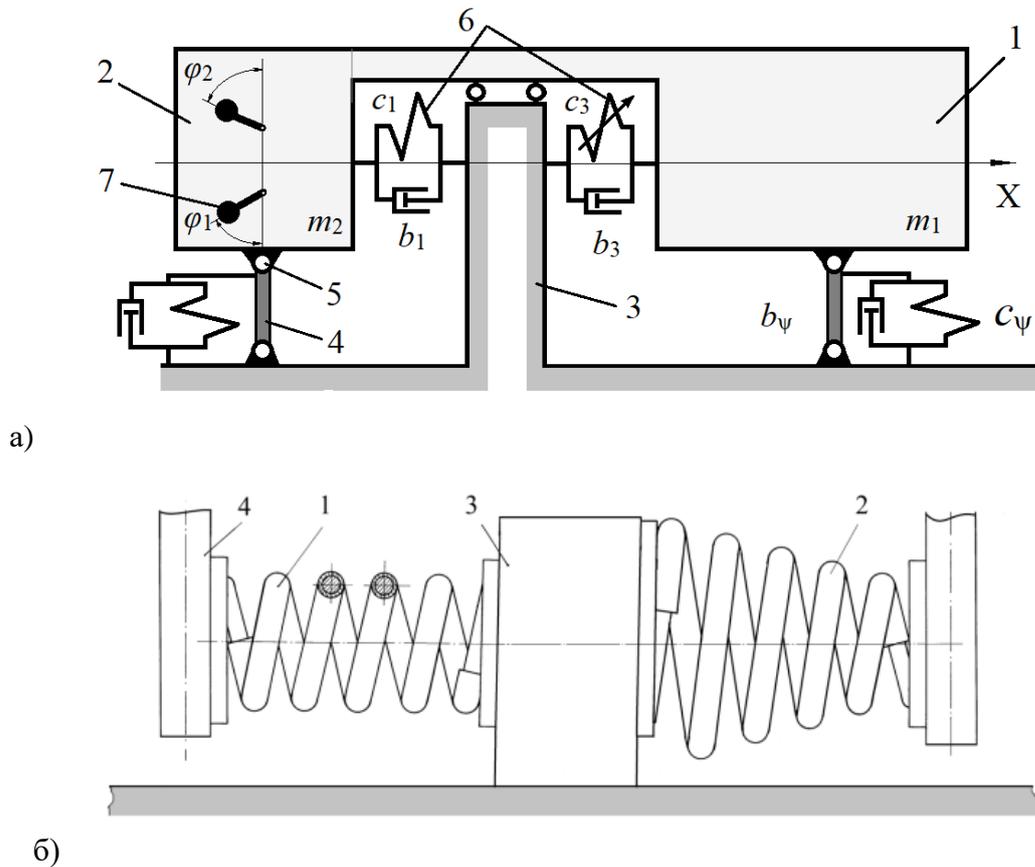


Рисунок 1 – Принципиальные схемы:
а - вибромашины; б - её упругой системы

описываются уравнением

$$\frac{d^2\xi}{d\tau^2} + \mu\omega_0 \frac{d\xi}{d\tau} + \begin{cases} \xi, & -28 \leq \xi \leq 0; \\ \frac{\xi}{2} + 0.028 \left(2500 - 3291.2 \sqrt{\frac{20-\xi}{20}} + 1291.2 \frac{20-\xi}{20} \right) - 14, & 0 \leq \xi \leq 20; \end{cases} = P\eta^2 \sin \eta\tau, \quad (1)$$

На рис. 2 показаны фрагменты зон притяжения ее двух периодических режимов в зоне субгармонического резонанса порядка 1:2. Первый из них – субгармонический с периодом $2T$, где $T = 2\pi/\eta$ – период возбуждения, а второй – квазигармонический или T – периодический. Этот фрагмент построен методом мультистарта, т.е. заданием начальных условий с шагом 0.01 по вертикали и горизонтали выбранного прямоугольника фазового пространства, последующем численном интегрировании уравнения (1) и оценке близости приближения орбиты начальной точки к той или иной неподвижной точке отображения Пуанкаре, соответствующей стационарному режиму системы. Учитывая, что в данном случае исследуются субгармонические колебания, орбита формировалась из фазовых точек в моменты времени $\tau = 2Tn$, $n = 0, 1, 2, \dots$ движения системы.

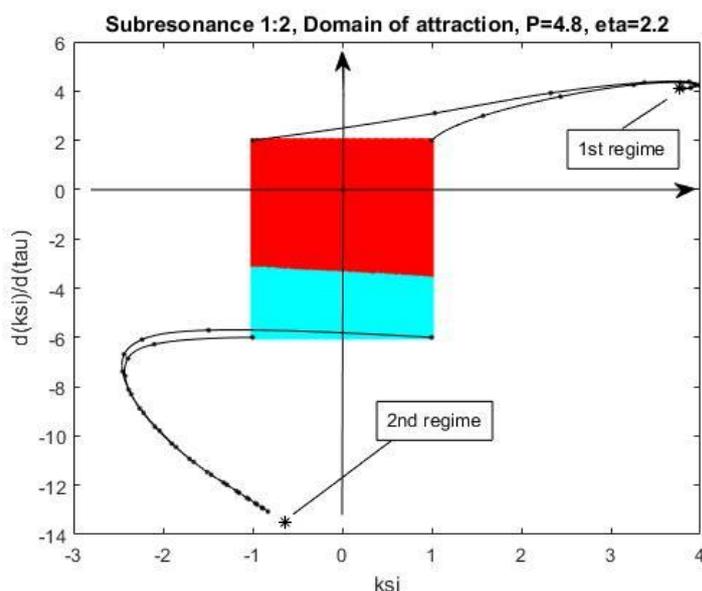


Рисунок 2 – Фрагмент областей притяжения периодических режимов системы (1) в субрезонансной зоне

2 Проектирование и реализация нейронной сети

Ограничимся построением двухслойной нейронной сети прямого распространения с одним внутренним слоем [19], ее примерная структура представлена на рис. 3. Предполагается, что на вход сети поступают координаты двух соседних точек орбиты, их линейные комбинации передаются на два нейрона внутреннего слоя и после координатной активации сигмоидом, их последующая линейная комбинация поступает на выходной нейрон, что и будет являться результатом работы сети.

Таким образом, на рис. 3:

- полагаем, что $n=2$, $m=2$;
- обозначим $X_1=(x_{11}, x_{12})$, $X_2=(x_{21}, x_{22})$ – соседние точки орбиты;
- функция активации компонент $f(x_k)=1/(1+e^{-x_k})$;
- w_i – набор весовых коэффициентов.

Математическое описание функционирования сети выглядит следующим образом.

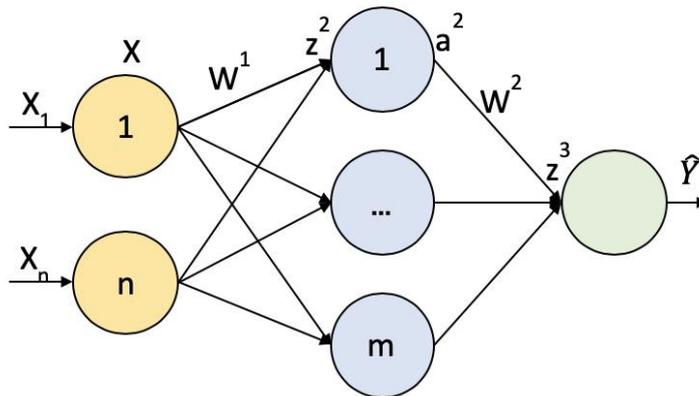


Рисунок 3 – Структура нейронной сети

Входные сигналы нейронов внутреннего слоя

$$Z_1 = w_1 + w_2 X_1 + w_3 X_2$$

$$Z_2 = w_4 + w_5 X_1 + w_6 X_2$$

или, покомпонентно

$$z_{1j} = w_1 + w_2 x_{1j} + w_3 x_{2j}$$

$$z_{2j} = w_4 + w_5 x_{1j} + w_6 x_{2j}, \quad j = 1, 2$$

После применения функции активации к каждой компоненте входов нейронов внутреннего слоя, их отклики описываются выражениями

$$\overline{z_{1j}} = f(z_{1j}) = 1 / (1 + e^{-z_{1j}}) = 1 / (1 + e^{-w_1 - w_2 x_{1j} - w_3 x_{2j}})$$

$$\overline{z_{2j}} = f(z_{2j}) = 1 / (1 + e^{-z_{2j}}) = 1 / (1 + e^{-w_4 - w_5 x_{1j} - w_6 x_{2j}}), \quad j = 1, 2$$

Тогда, значение нейрона внешнего слоя

$$Y = w_7 + w_8 \overline{z_{1j}} + w_9 \overline{z_{2j}},$$

или, поэлементно

$$y_j = w_7 + w_8 \overline{z_{1j}} + w_9 \overline{z_{2j}}, \quad j = 1, 2$$

Таким образом, в развернутой форме

$$y_j = w_7 + w_8 \times 1 / (1 + e^{-w_1 - w_2 x_{1j} - w_3 x_{2j}}) + w_9 \times 1 / (1 + e^{-w_4 - w_5 x_{1j} - w_6 x_{2j}}), \quad j = 1, 2$$

Пусть $Y^* = (y_1^*, y_2^*)$ аппроксимируемое значение, в данном случае это предельная точка орбиты или неподвижная точка отображения Пуанкаре, т.е. желаемый отклик нейронной сети. Тогда, ориентируясь на использование евклидовой нормы, квадрат ошибки нейронной сети для входной пары точек равен

$$h = \|Y^* - Y\|^2 = (y_1^* - y_1)^2 + (y_2^* - y_2)^2$$

Или

$$h = (y_1^* - w_7 - w_8 \times 1 / (1 + e^{-w_1 - w_2 x_{11} - w_3 x_{21}}) - w_9 \times 1 / (1 + e^{-w_4 - w_5 x_{11} - w_6 x_{21}}))^2 + (y_2^* - w_7 - w_8 \times 1 / (1 + e^{-w_1 - w_2 x_{12} - w_3 x_{22}}) - w_9 \times 1 / (1 + e^{-w_4 - w_5 x_{12} - w_6 x_{22}}))^2 \quad (2)$$

Отсюда, суммарная ошибка сети по всему множеству входных пар точек, т.е. по множеству обучающей последовательности, равна

$$H = \sum h \quad (3)$$

Функцию (3) и необходимо минимизировать за счет выбора весов.

Программная реализация сети выполнена в среде Matlab. Минимизация ошибки (3) и определение оптимальных параметров w_k осуществлялась с помощью функции *lsqnonln*, реализующей минимизацию суммы квадратов компонент заданного вектора и использующей методы Гаусса-Ньютона и Левенберга-Марквардта [20].

3 Обучение нейронной сети

В нейронной сети число искомым параметров равно 9. Это w_1, w_2, \dots, w_9 . Для определенности решения, не менее 9 должен быть и объем обучающей последовательности. В программе он формировался на базе первых 11 точек орбиты начальной точки (1, -6) (рис. 3)

$X=[1.0000 -6.0000; -1.4910 -5.7100; -2.2351 -6.0904; -2.4332 -6.6862; -2.4500 -7.3823; -2.3829 -8.1259; -2.2601 -8.8841; -2.0920 -9.6231; -1.9029 -10.3109; -1.7031 -10.9305; -1.5048 -11.4639]$.

Предельной точкой орбиты или желаемым откликом нейронной сети являлась точка $Y^*=(-0.6625,-13.4618)$.

Обучение сети проводилось следующим образом. Последовательные пары точек орбиты, т.е. (X_1, X_2) , затем, (X_2, X_3) и т.д., (X_{10}, X_{11}) , подавались на вход нейронной сети, на основании (2) формировался вектор ошибок обучающей последовательности и подбором весов с использованием функции *lsqnonln* производилась оптимизация его нормы, т.е. минимизация суммарной ошибки (3).

Для определения глобального минимума и равномерного зондирования пространства параметров начальные значения весовых коэффициентов варьировались и выбирались в единичном кубе $W=\{(w_1, w_2, \dots, w_9), w_k \in [0, 1]\}$ из числа точек последовательности Соболя [21], которая обладает высокими равномерными свойствами. Для иллюстрации последовательности приведем первые ее точки

$w1=[$
 $0.5000 \ 0.5000 \ 0.5000 \ 0.5000 \ 0.5000 \ 0.5000 \ 0.5000 \ 0.5000 \ 0.5000 ;$
 $0.2500 \ 0.7500 \ 0.2500 \ 0.7500 \ 0.2500 \ 0.7500 \ 0.2500 \ 0.7500 \ 0.7500;$
 $0.7500 \ 0.2500 \ 0.7500 \ 0.2500 \ 0.7500 \ 0.2500 \ 0.7500 \ 0.2500 \ 0.2500 ;$
 $0.1250 \ 0.6250 \ 0.8750 \ 0.8750 \ 0.6250 \ 0.1250 \ 0.3750 \ 0.3750 \ 0.8750 ;$
 $0.6250 \ 0.1250 \ 0.3750 \ 0.3750 \ 0.1250 \ 0.6250 \ 0.8750 \ 0.8750 \ 0.3750 ;$
 $0.3750 \ 0.3750 \ 0.6250 \ 0.1250 \ 0.8750 \ 0.8750 \ 0.1250 \ 0.6250 \ 0.1250 ;$
 $0.8750 \ 0.8750 \ 0.1250 \ 0.6250 \ 0.3750 \ 0.3750 \ 0.6250 \ 0.1250 \ 0.6250;$
 $0.0620 \ 0.9370 \ 0.6870 \ 0.3125 \ 0.1875 \ 0.0625 \ 0.4375 \ 0.5625 \ 0.8125]$

и на рис. 4 – скриншот проекций 32-х точек этой последовательности на плоскость w_2-w_3 .

Из набора полученных, для каждой начальной точки, минимальных значений H выбиралось наименьшее, в данном случае оно соответствовало шестой точке указанного выше перечня начальных условий, минимальное значение ошибки составило $\min H = 3.5375e-07$, а оптимальный набор весовых коэффициентов был равен $w_{opt}(6,:) =$

$13.6277 \ -4.8467 \ -8.4857 \ 25.2820 \ 3.2953 \ 2.8703 \ -9.6375 \ -3.8244 \ 12.7995.$

Он и был принят в качестве результата обучения сети.

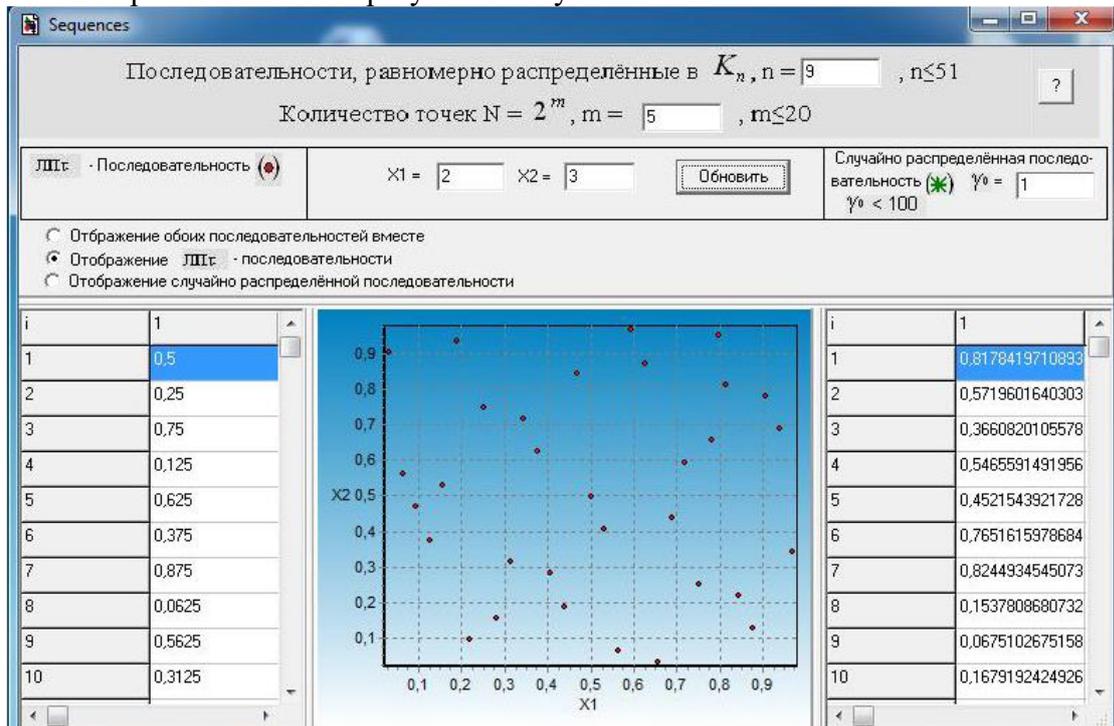


Рисунок 4 – Проекция точек последовательности Соболя на плоскость w_2-w_3

4 Вычислительные эксперименты

Проводились, чтобы оценить целесообразность использования нейронных сетей для построения областей притяжения. С этой целью рассматривались различные точки области рис. 2, они принимались в качестве начальных, для каждой из них проводилось численное интегрирование уравнения (1), построение орбиты и определялись ошибки отклика нейронной сети от неподвижной точки системы для начальных участков этой орбиты. Полученные результаты оказались обнадеживающими и это иллюстрируется на рис. 5. Дадим к нему некоторые пояснения.

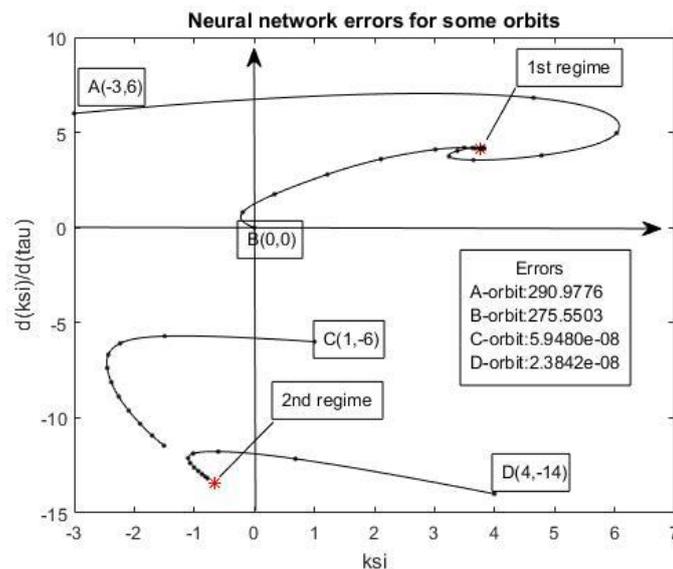


Рисунок 5 – Ошибки нейронной сети для отдельных орбит

Напомним, что нейронная сеть построена по данным орбиты точки $C(I, -6)$ и позволяет получить величину отклонения ее отклика, полученного для входной пары точек, от неподвижной точки отображения Пуанкаре, в данном случае, 2-го режима. Это отклонение и принимается в качестве ошибки нейронной сети для данной пары точек. На рис. 5 приведены ошибки для орбит точек A, B, D . Они определялись для второго их участка, т.е. для пары точек (X_2, X_3) каждой из них. Сравнение полученных значений и значительный разброс в их величинах, в зависимости от характера притяжения орбит, дает основание рассчитывать на возможность успешного применения нейронной сети для диагностики точек области по начальным участкам их орбит и в произвольном случае.

Заключение

Подведем некоторые итоги.

В работе рассмотрена нелинейная динамическая система 2-го порядка, возникающая при моделировании колебаний вибрационной машины с асимметричным упругими связями и проведен анализ ее колебаний в зоне субгармонического резонанса порядка 1:2. В области фазового пространства, содержащей начало координат, проведено построение двухслойной нейронной сети, позволяющей определять отклонение ее отклика, определяемого по двум входным точкам, от неподвижной точки стационарного режима динамической системы. Программная реализация сети выполнена в среде Matlab.

Проведены вычислительные эксперименты, в ходе которых определялась ошибка отклонения отклика нейронной сети для начальных участков орбит произвольных начальных точек. Полученные результаты показывают, что уже на ранней стадии построения орбиты нейронная сеть начинает «чувствовать» характер ее поведения, что позволяет диагностировать начальную точку и устанавливать ее принадлежность той или иной области притяжения. Этот факт оправдывает продолжение исследований в этом направлении и разработку алгоритма построения областей притяжения с использованием нейронных сетей.

В общих чертах он представляется следующим.

Для данной динамической системы определяются все неподвижные точки, соответствующие стационарным периодическим режимам, и для каждой из них формируется своя нейронная сеть. Далее, выбирается область фазового пространства, с заданным шагом по каждой координате выполняется ее сканирование и методом мултистарта определяются, в идеале, по 2-3 точки орбиты, по которым определяются ошибки нейронных сетей. По результатам сравнения, начальная точка считается принадлежащей бассейну притяжения того режима, для которого ошибка является наименьшей.

В случае успеха, такой подход может позволить существенно снизить трудоемкость известных алгоритмов сканирования и сократить время построения областей притяжения при глобальном анализе нелинейных динамических систем.

Список литературы

1. Пановко, Я.Г. *Введение в теорию механических колебаний*: Учеб. пособие для вузов. Москва: Наука, 1991. 256 с.
2. Thompson, J.M.T., Stewart, H.B. *Nonlinear Dynamics and Chaos*. John Wiley & Sons, LTD, 2001, 437 p.
3. Зубов, В.И. *Устойчивость движения (методы Ляпунова и их применение)*. Москва: Высшая школа, 1984. 232 с.

4. Демиденко, Г.В., Матвеева, И.И. Об устойчивости решений квазилинейных периодических систем дифференциальных уравнений. *Сибирский математический журнал*. 2004. Т. 45, вып. 6. С. 1271–1284
5. Романов, С.А., Душин, С.Е., Шпаковская, И.И. Построение области притяжения на основе функций Ляпунова для нелинейных систем общего вида. *Современная наука и инновации*. 2022, № 3 (39), с. 10-19.
6. Соколов, Д.Н. Построение оценок областей притяжения с помощью уравнений Ляпунова. *International Journal of Humanities and Natural Sciences*, vol. 4-4 (79), 2023. с. 190 - 195.
7. Кулижников, Д.Б., Товстик, П.Е., Товстик, Т.П. Области притяжения в обобщенной задаче Капицы. *Вестник Санкт-Петербургского университета. Математика. Механика. Астрономия*. 2019. Т. 6 (64). Вып. 3. с. 482–492.
8. Сидоров, Н.А., Сидоров, Д.Н., Ли, Ю. Области притяжения точек равновесия нелинейных систем: устойчивость, ветвление и разрушение решений. *Известия Иркутского государственного университета. Серия «Математика»*, 2018. Т.23. с.46-63.
9. Хаяси, Т. *Нелинейные колебания в физических системах: пер. с англ.* Москва: Мир, 1968. 432 с.
10. Smirnov, A., Belovodskiy, V. Some New Approaches to the Construction of Attraction Domains of Periodic Motions. *Mechanics. Scientific Journal of Riga Technical University*. Nr.36, 2015, 92-97.
11. Беловодский, В.Н., Сухоруков М.Ю. Сканирующий алгоритм построения областей притяжения периодических режимов. *Научные труды Донецкого национального технического университета. Серия «Проблемы моделирования и автоматизации проектирования динамических систем» (МАП-2010)*. Выпуск 8 (168): Донецк: ДонНТУ, 2010. с.68-80
12. Ермоленко, Т. В., Котенко, В. Н., Винник, В. В. Исследование эффективности прогностических моделей для системы анализа и мониторинга энергопотребления на предприятиях угольной промышленности. *Проблемы искусственного интеллекта*. 2022. № 4(27). С. 25-34.
13. Анцыферов, С. С., Сигов, А. С., Фазилова, К. Н. Методология развития интеллектуальных систем. *Проблемы искусственного интеллекта*. 2022. № 2(25). С. 42-47.
14. Ермоленко, Т. В., Самородский, И. Е. Анализ эффективности архитектур глубоких нейросетей для классификации изображений товаров. *Проблемы искусственного интеллекта*. 2022. № 1(24). С. 54-64.
15. Ермоленко, Т. В., Ролик, Д. В. Классификация аномалий сердцебиения с помощью глубокого обучения. *Проблемы искусственного интеллекта*. 2022. № 1(24). С. 40-53.
16. Мелещенко, Н.В., Федяев, О.И. Анализ влияния параметров нейронной сети на качество прогноза временных рядов. *Информатика, управляющие системы, математическое и компьютерное моделирование» (ИУСМКМ-2023)*: сборник трудов XIV международной научно-технической конференции в рамках IX Международного Научного форума Донецкой Народной Республики/ ФГБОУ ВО «ДонНТУ». Донецк: ДонНТУ, 2023, с. 123-128.
17. Горбань, А.Н. Обобщенная аппроксимационная теорема и вычислительные возможности нейронных сетей. *Сибирский журнал вычислительной математики*, Новосибирск: СО РАН, 1998. Т.1, № 1. С. 12-24.
18. Беловодский, В.Н., Букин С. Л. Инерционная вибрационная машина нелинейного типа с асимметричными упругими связями. *Материалы 6-й Международной конференции «Моделирование нелинейных процессов и систем»*. Москва: Янус - К, 2023. с. 105-109.
19. Николенко, С., Кадурын, А., Архангельская Е. *Глубокое обучение*. СанктПетербург: Питер, 2018. 480 с.
20. Кетков, Ю.Л., Кетков, А.Ю., Шульц, М.М. Матлаб 7: программирование, численные методы. Санкт-Петербург: БХВ-Петербург, 2005. 752 с.
21. Соболев, И.М. Статников, Р.Б. Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями. Москва: Наука, 1981. - 110 с.

References

1. Panovko, Ya.G. *Introduction to the theory of mechanical vibrations: Textbook for universities* [Vvedenie v teoriyu mekhanicheskikh kolebaniy: Ucheb. posobie dlia vuzov] / [I.A.G. Panovko]. - Moscow: Nauka, 1991. 256 p.
2. Thompson, J.M.T. *Nonlinear Dynamics and Chaos*/ J.M.T.Thompson, H.B.Stewart - John Wiley & Sons, LTD, 2001, 437 p.
3. Zubov, V.I. *Stability of movement (Lyapunov's methods and their application)* [Ustoichivost' dvizheniia (metody Liapunova i ikh primeneniye)] / [V.I. Zubov] — Moscow: Higher School, 1984. — 232 p.

4. Demidenko G.V. *On the stability of solutions of quasi—linear periodic systems of differential equations* [Ob ustoychivosti reshenii kvazilineinykh periodicheskikh sistem differentsial'nykh uravnenii]/[G.V. Demidenko, I.I. Matveeva] // Siberian Mathematical Journal. — 2004. - Vol. 45, issue 6. — pp. 1271-1284
5. Romanov, S.A. *Construction of the field of attraction based on Lyapunov functions for nonlinear systems of general form* [Postroenie oblasti pritiazheniia na osnove funktsii Liapunova dlia nelineinykh sistem obshchego vida]/[S.A. Romanov, S.E. Dushin, I.I. SHpakovskaia]. - Modern science and innovation. 2022, No. 3 (39), pp. 10-19.
6. Sokolov, D.N. *Constructing estimates of areas of attraction using Lyapunov equations* [Postroenie otsenok oblasti pritiazheniia s pomoshch'iu uravnenii Liapunova] [/ D.N. Sokolov] // International Journal of Humanities and Natural Sciences, vol. 4-4 (79), 2023. - pp. 190 - 195.
7. Kulizhnikov, D.B. *Fields of attraction in the generalized Kapitsa problem* [Oblasti pritiazheniia v obobshchennoi zadache Kapitsy]/ [D.B. Kulizhnikov, P.E. Tovstik, T.P. Tovstik // Bulletin of St. Petersburg University. Mathematics. Mechanics. Astronomy. 2019. Vol. 6 (64). Issue 3. pp. 482-492.
8. Sidorov, N.A. *Areas of attraction of equilibrium points of nonlinear systems: stability, branching and destruction of solutions* [Oblasti pritiazheniia tochek ravnovesiia nelineinykh sistem: ustoychivost', vetylenie i razrushenie reshenii]/[N. A. Sidorov, D.N. Sidorov, I.U. Li]//News of Irkutsk State University. Series "Mathematics", 2018. Vol.23. - p.46-63.
9. Hayashi, T. *Nonlinear oscillations in physical systems: trans. from English* [Nelineinye kolebaniia v fizicheskikh sistemakh: per. s angl. / T. KHaiasi]. — Moscow: Mir, 1968. — 432 p.
10. Smirnov, A. Some New Approaches to the Construction of Attraction Domains of Periodic Motions / A. Smirnov, V.Belovodskiy // Mechanics. Scientific Journal of Riga Technical University. Nr.36, 2015, 92-97.
11. Belovodskiy, V.N. *Scanning algorithm for constructing areas of attraction of periodic modes* [Skaniruiushchii algoritm postroeniia oblasti pritiazheniia periodicheskikh rezhimov] / [V.N.Belovodskii, M.I.U. Sukhorukov] // Scientific works of Donetsk National Technical University. The series "Problems of modeling and automation of dynamic systems design" (MAP-2010). Issue 8 (168): Donetsk: DonNTU, 2010. - pp.68-80
12. Ermolenko, T. V. *Investigation of the effectiveness of predictive models for the system of analysis and monitoring of energy consumption at coal industry enterprises* [Text][Issledovanie effektivnosti prognosticheskikh modelei dlia sistemy analiza i monitoringa energopotrebleniia na predpriiatiakh ugol'noi promyshlennosti [Tekst]]/[T. V. Ermolenko, V. N. Kotenko, V. V. Vinnik] / T. V. Ermolenko, V. N. Kotenko, V. V. Vinnik // Problems of artificial intelligence. – 2022. – № 4(27). – Pp. 25-34.
13. Antsyferov, S. S. *Methodology of development of intelligent systems* [Text] [Metodologiya razvitiia intellektual'nykh sistem [Tekst]]/[S. S. Antsyferov, A. S. Sigov, K. N. Fazilova] // Problems of artificial intelligence. – 2022. – № 2(25). – Pp. 42-47.
14. Ermolenko, T. V. *Analysis of the effectiveness of deep neural network architectures for classifying images of goods* [Text] [Analiz effektivnosti arkhitektur glubokikh neurosetei dlia klassifikatsii izobrazhenii tovarov [Tekst]]/[T. V. Ermolenko, I. E. Samorodskii]/ T. V. Ermolenko, I. E. Samorodsky // Problems of artificial intelligence. – 2022. – № 1(24). – Pp. 54-64.
15. Ermolenko, T. V. *Classification of heartbeat anomalies using deep learning* [Text] [Klassifikatsiia anomalii serdtsebiteniia s pomoshch'iu glubokogo obucheniia [Tekst]]/[T. V. Ermolenko, D.V. Rolik] / T. V. Ermolenko, D.V. Roller // Problems of artificial intelligence. – 2022. – № 1(24). – Pp. 40-53.
16. Meleshchenko, N.V. *Analysis of the influence of neural network parameters on the quality of time series prediction* [Analiz vliianiia parametrov neironnoi seti na kachestvo prognoza vremennykh riadov]/[N.V. Meleshchenko, O.I. Fediaev] // Informatics, control systems, mathematical and computer modeling" (IUSMKM-2023): proceedings of the XIV International Scientific and Technical Conference within the IX International Scientific Forum Donetsk People's Republic/ FGBOU VO "DonNTU". – Donetsk: DonNTU, 2023, pp. 123-128.
17. Gorban, A.N. *Generalized approximation theorem and computational capabilities of neural networks* [Obobshchennaia approksimatsionnaia teorema i vychislitel'nye vozmozhnosti neironnykh setei]/ [A.N. Gorban'] // Siberian Journal of Computational Mathematics, Novosibirsk: SB RAS, 1998. Vol.1, No. 1 - pp. 12-24.
18. Belovodsky, V.N. *Inertial vibration machine of nonlinear type with asymmetric elastic connections* [Inertsionnaia vibratsionnaia mashina nelineinogo tipa s asimmetrichnymi uprugimi svyaziami]/[V. N. Belovodskii, S. L. Bukin] // Proceedings of the 6th International Conference "Modeling of nonlinear processes and systems" - Moscow: Janus - K, 2023. pp. 105-109.

19. Nikolenko, S. *Deep Learning* [Glubokoe obuchenie]/[S. Nikolenko, A. Kadurin, E. Arkhangel'skaia]. - St. Petersburg: St. Petersburg, 2018. - 480 p.
20. Ketkov, Yu.L. *Matlab 7: programming, numerical methods* [Matlab 7: programmirovaniye, chislennyye metody]/[I.U.L., Ketkov, A.I.U. Ketkov, M.M. SHul'ts] - St. Petersburg: BHV-Petersburg, 2005.- 752 p.
21. Sobol, I.M. *The choice of optimal parameters in problems with many criteria* [Vybor optimal'nykh parametrov v zadachakh so mnogimi kriteriyami]/[I.M. Sobol', R.B. Statnikov]. - Moscow: Nauka, 1981. - 110 p.

RESUME

V. N. Belovodskiy

On Use of Neural Networks for the Construction of Attraction Basins of Periodic Regimes of Nonlinear Dynamic Systems

Finding the areas of attraction is one of the key problems of nonlinear dynamical systems. Numerical approaches of their construction, based on the ideas of multi start, that is, multiple solutions of systems of differential equations for various initial conditions, are simple, understandable and for this reason the most popular. However, their significant disadvantage is the need to continue solutions for their reliable identification for a sufficiently long period of time, which entails a high computational complexity of such approaches. And one of the options for its reduction is seemed to be possible by establishing a criterion for early diagnosis of the selected point of the phase space by the initial sections of its orbit.

In the article, an attempt to select such a criterion is carried out on the way of using neural networks. This idea is tested on the example of a nonlinear system of differential equations that arises when modeling a single-mass vibrating machine with asymmetric elastic bonds. Its oscillations in the zone of subharmonic resonance of the order of 1:2 are considered, the design of a two-layer neural network of direct propagation is carried out, it is implemented in the Matlab modeling environment and its training is carried out on one of the orbits. Then it is tested for randomly selected control initial points of the phase space, which gave encouraging results and demonstrated the fundamental possibility of performing early diagnostics and establishing their affiliation based on the analysis of the first sections of their orbits. This result justifies the continuation of research and the development of an algorithm for constructing areas of attraction on this basis.

РЕЗЮМЕ

В. Н. Беловодский

Об использовании нейронных сетей к построению областей притяжения периодических режимов нелинейных динамических систем

Нахождение областей притяжения является одной из ключевых задач динамики нелинейных систем. Численные методы их построения, основанные на идее мультистарта – многократном решении системы дифференциальных уравнений для различных начальных условий, просты, понятны и поэтому наиболее популярны. Однако существенным их недостатком является необходимость продолжения решений на достаточно большом промежутке времени, что влечет высокую вычислительную трудоемкость таких подходов. Одним из вариантов ее снижения является установление надежного критерия ранней диагностики выбранной точки фазового пространства по начальным участкам ее орбиты.

В статье возможность подбора такого критерия анализируется на пути использования нейронных сетей. Эта идея апробируется на примере нелинейной системы дифференциальных уравнений, возникающей при моделировании одномассовой вибрационной машины с асимметричными упругими связями. Рассматриваются ее колебания в зоне субгармонического резонанса порядка 1:2, допускающей многорежимность, проводится проектирование двухслойной нейронной сети прямого распространения, она реализуется в среде моделирования Matlab и на одной из орбит осуществляется ее обучение. Последующее ее тестирование для отдельных произвольно выбранных контрольных начальных точек фазового пространства дает обнадеживающие результаты и демонстрирует принципиальную возможность выполнения такой диагностики и установления принадлежности начальной точки к той или иной области притяжения на основе анализа первых участков ее орбиты. Этот результат следует рассматривать как предварительный, но он оправдывает продолжение исследований и разработку алгоритма построения областей притяжения с использованием нейронных сетей.

Беловодский В. Н. – к.т.н., доцент, ФГБОУ ВО ДонНТУ, кафедра компьютерного моделирования и дизайна, 283001, Донецк, ул. Артема, 58, тел. +7(949) 334-9150, v.belovodskiy@gmail.com. *Область научных интересов:* моделирование технических систем, нелинейная динамика, фракталы и математический дизайн, нейронные сети

Статья поступила в редакцию 20.11.2023.