

УДК 519.8:658.512

DOI 10.24412/2413-7383- 2025-2-37-31-43

А. И. Боровиков, О. А. Криводубский
ФГБОУ ВО «Донецкий национальный технический университет»
283050, г. Донецк, пр. Богдана Хмельницкого, 84

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ФОРМАЛИЗАЦИЯ ПОТОКОВ ДЛЯ АНАЛИЗА ОПТИМИЗАЦИИ И ВЫЯВЛЕНИЯ АНОМАЛИЙ В ЛОГИСТИКЕ, ФИНАНСАХ И ЗАКУПКАХ

A. I. Borovikov, O. A. Krivodubsky
Donetsk National Technical University
283050, c. Donetsk, Bogdana Khmel'nitskogo av.

MATHEMATICAL MODELING AND FLOW FORMALIZATION FOR ANALYSIS, OPTIMIZATION AND ANOMALY DETECTION IN LOGISTICS, FINANCE AND PROCUREMENT

В статье представлен обзор современных методов формализации материальных, финансовых и информационных потоков на предприятии. Рассматриваются объектные и процессные подходы, а также дискретные, графовые и матричные модели, применяемые для анализа, оптимизации и выявления аномалий в логистических и финансовых процессах, включая сферу закупок. Обсуждаются возможности интеграции различных моделей и использование методов машинного обучения для повышения эффективности анализа и принятия решений.

Ключевые слова: математическое моделирование, формализация потоков, логистика, финансы, закупки, аномалии, оптимизация, машинное обучение, графовые модели, матричные модели, дискретные модели.

The article provides an overview of modern methods for formalizing material, financial, and information flows in enterprises. It examines object-oriented and process-oriented approaches, as well as discrete, graph-based, and matrix models used for analysis, optimization, and anomaly detection in logistics and financial processes, including procurement. The article discusses the integration of various models and the use of machine learning techniques to enhance analysis efficiency and decision-making.

Key words: mathematical modeling, flow formalization, logistics, finance, procurement, anomalies, optimization, machine learning, graph models, matrix models, discrete models.

Введение

Математическое моделирование потоков представляет собой важный инструмент в анализе данных и выявлении аномалий. Потоки в рамках деятельности предприятия, как правило, отличаются высокой степенью разнородности и содержат значительное количество избыточной информации, что существенно усложняет их интерпретацию. Более того, эти разнородные данные часто взаимосвязаны, что открывает возможности для поиска закономерностей и, как следствие, выявления аномалий в этих закономерностях [1], [2]. Формализация таких потоков позволяет структурировать данные, выделяя ключевые параметры и устраняя шум, что способствует повышению точности анализа и эффективности принимаемых решений. Кроме того, особый интерес представляет совместный анализ финансовых и материальных потоков, поскольку между ними часто наблюдается тесная взаимосвязь. Изменения в материальных потоках, как правило, сопровождаются соответствующими финансовыми операциями, а выявление несоответствий между ними может указывать на ошибки, неэффективность или потенциальные нарушения. Такой комплексный подход позволяет более точно выявлять аномалии и принимать обоснованные управленческие решения [3].

Существует два ключевых подхода к моделированию:

- объектный, ориентированный на инфраструктурные компоненты (склады, транспортные узлы, производственные мощности и т.п.);
- процессный, фокусирующийся на движении потоков и управлении логистическими и операционными процессами.

Математическое моделирование позволяет учитывать широкий спектр факторов – от временных ограничений и стоимости до объемов поставок и доступности ресурсов. Это способствует выявлению узких мест, оптимизации маршрутов, снижению издержек и построению визуальных моделей для поддержки управленческих решений. Кроме того, моделирование помогает прогнозировать поведение потоков, оценивать риски и формировать сценарные планы для различных рыночных условий. В то же время чрезмерная детализация может осложнять интерпретацию результатов и ограничивать практическое применение [4].

Отдельное внимание в рамках аналитических систем уделяется сфере закупок. Здесь выявлены такие проблемы, как недостаточный учет качественных характеристик товаров, поверхностный анализ влияния закупочной деятельности на отрасли и участников, а также ограниченная объективность экспертных оценок. Для преодоления этих ограничений предлагается активнее использовать реальные данные и математические методы. Применение статистики и моделирования позволяет повысить эффективность процесса закупок, проводить прогнозирование и выявлять скрытые взаимосвязи [5].

Формализация потоков

Среди современных моделей математического моделирования наиболее часто встречаются графовые, матричные и дискретные модели, а также их комбинации. Потоки данных могут моделироваться как отдельно, используя различные подходы, так и совместно, интегрируя несколько моделей для более комплексного анализа. Например, автор статьи [6] рассматривает дискретный подход к моделированию материальных и финансовых потоков. Цепочку закупок рассматривается как последо-

вательность этапов, связывая финансовые и материальные потоки через технологические коэффициенты k_i . Эти коэффициенты показывают эффективность преобразования ресурсов на каждом этапе (закупка сырья, транспортировка, переработка, реализация). Данный метод формализации был разработан автором для оценки эффективности производства, однако его можно адаптировать и для задачи выявления аномалий при закупках. Тогда этапами могут быть закупка сырья, транспортировка, переработка, реализации и тд. На основе статьи можно вывести формулу 1 и 2.

$$M_n = M_0 \times \prod_{i=1}^n k_i \quad (1)$$

$$d_{total} = \sum_{i=1}^n (C_i \times M_{i-1}) \quad (2)$$

где:

- M_0 : входной материальный поток (например, объёмы закупленного сырья);
- M_n : выходной материальный поток (например, объем продукции после всех этапов);
- k_i : технологический коэффициент этапа i , отражающий эффективность преобразования;
- C_i : удельные затраты на этапе i ;
- d_{total} : общие затраты на закупку и переработку.

Аномалии можно определять, сравнив фактические объёмы и затраты с расчётными. Отклонения расчётных коэффициентов k_i и C_i могут указывать на аномалии. Таким образом, можно определять на каком этапе и в каких именно потоках произошли аномалии.

Автор статьи [7] предлагает другой подход к моделированию дискретной модели, сосредоточенный на бухгалтерском учёте и процессе снабжения, используя дискретную динамическую модель. В основе модели лежит анализ изменений остатков на счетах и движения потоков за определённые временные интервалы. Это позволяет отслеживать, как меняются запасы и денежные средства в процессе снабжения с учётом временных задержек, которые неизбежны при логистике и финансовых операциях.

Для учета используется уравнение, описывающее динамику остатков и потоков по формуле 3, где $S(t)$ – состояние счёта, $U_{in}(t)$ – входящий поток, $U_{out}(t)$ – исходящий поток, Δt – дискретный временной шаг.

$$S(t) = S(t - \Delta t) + U_{in}(t) - U_{out}(t) \quad (3)$$

Модель учитывает входящие и исходящие потоки, что даёт возможность прогнозировать и анализировать хозяйственные операции в динамике. Например, денежные поступления рассматриваются с учётом лимитов и задержек, связанных с логистическими процессами, а материальные запасы отражают текущие остатки с учётом поступлений и расходов.

Отклонения в показателях денежных и материальных потоков позволят выявлять аномалии в закупках. Эти отклонения могут служить сигналом о возможных нарушениях или ошибках и быть обработаны с помощью методов машинного обучения для автоматического обнаружения нетипичных ситуаций.

Другой подход основан на рассмотрении транспортной задачи как оптимизации распределения грузов между несколькими источниками и потребителями с разным количеством сторон [8]. Эта задача, закреплённая в научной литературе, применима

для управления прямыми поставками (от складов к клиентам) и обратными потоками (сбор грузов на центральные склады). Для моделирования используется дискретная экономико-математическую модель, которая учитывает потоки в целых единицах (например, паллеты или коробки), отражая реальные логистические операции. Данные для модели берутся из учетных систем предприятия, таких как объемы грузов и затраты на перевозку. Автор так же подчеркивает, что для таких дискретных моделей необходимо целочисленное программирование, так как округление результатов линейного программирования может нарушать ограничения (например, превышение доступного груза) и приводить к неоптимальным решениям. Целочисленные вычисления, несмотря на их сложность, обеспечивают точность и корректность в управлении логистическими потоками.

Далее рассматриваются матричные модели [9-12], которые часто служат основой для методов машинного обучения и позволяют анализировать взаимосвязи между различными показателями. Кроме того, с их помощью применяются методы классификации и сегментации, такие как ABC-анализ [13], а также другие аналитические подходы.

Рассмотрение матричных моделей позволяет перейти к более детальному анализу конкретных методик и их применения в управлении эффективностью предприятия. Так, в статье [9] представлена комплексная система моделей, объединяющая когнитивное картирование, фреймовое представление знаний, матрицы потребностей, рисков и семантическое моделирование. Автор подробно описывает фреймовое представление знаний как способ структурирования проблемных ситуаций и управленческих решений с помощью типовой схемы, включающей дескриптивные функции управления: целеполагание, учет, анализ, прогнозирование и управляющее воздействие. Каждый фрейм формализует связанный набор данных, делящихся на качественные (например, технологичность оборудования) и количественные (например, рентабельность продаж) переменные, и интегрируется с когнитивной картой предприятия. Это позволяет системно анализировать причинно-следственные зависимости и разрабатывать меры для устранения узких мест в операционной, финансовой, инвестиционной и интеллектуальной деятельности.

В статье также описаны две ключевые матрицы:

- 1) матрица потребностей и возможностей, которая сравнивает текущие ресурсы и задачи предприятия с доступными возможностями, выявляя дефициты и потенциалы;
- 2) матрица рисков, позволяющая ранжировать угрозы по критериям вероятности и воздействия.

Автор статьи [10] предлагает использовать матричные модели для формализации финансовых потоков, интегрируя их с нейронной сетью для анализа и прогнозирования. Основная матрица – матрица коэффициентов сбалансированности платежей, которая строится на основе данных о притоках и оттоках денежных средств из бухгалтерской системы. Она предназначена для оценки финансовой устойчивости и ликвидности предприятия через расчёт соотношений между денежными потоками за определённый период. Например, формула 4 выражает базовый коэффициент, показывающий общее соотношение всех поступлений к выплатам.

$$k_1 = \frac{CIF_t}{COF_t} \quad (4)$$

Здесь CIF_t – это общая сумма притоков денежных средств за период t , включая поступления от продаж, кредитов, инвестиций и других источников. COF_t – общая сумма оттоков за тот же период, охватывающая выплаты по операциям, инвестициям, погашению долгов и прочим расходам. Этот коэффициент помогает понять, достаточно ли поступлений для покрытия выплат, где значение больше 1 указывает на положительный баланс. Следующий коэффициент (формула 5) корректирует притоки, исключая финансовую деятельность.

$$k_2 = \frac{CIF_t - CIF_{ia}}{COF_t} \quad (5)$$

В этом уравнении CIF_{ia} представляет притоки, связанные с финансовой деятельностью, такие как получение кредитов или эмиссия акций. Формула 6 же исключает притоки от инвестиционной деятельности.

$$k_3 = \frac{CIF_t - CIF_{ia} - CIF_{fa}}{COF_t} \quad (6)$$

Переменная CIF_{fa} обозначает поступления от инвестиционной деятельности, например, продажа активов или возврат инвестиций. Этот коэффициент фокусируется на операционной эффективности, исключая внешние финансовые и инвестиционные влияния. Аналогично, формула 7 корректирует знаменатель, убирая оттоки по финансовой деятельности.

$$k_4 = \frac{CIF_t}{COF_t - COF_{ia}} \quad (7)$$

Здесь COF_{ia} – выплаты, связанные с финансовой деятельностью, такие как погашение кредитов или выплата дивидендов. Далее, формула 8 сочетает корректировки притоков и оттоков.

$$k_5 = \frac{CIF_t - CIF_{ia}}{COF_t - COF_{ia}} \quad (8)$$

Она оценивает баланс с учётом только операционных и инвестиционных потоков. Более сложный коэффициент k_6 (формула 9) исключают инвестиционные потоки.

$$k_6 = \frac{CIF_t - CIF_{ia} - CIF_{fa}}{COF_t - COF_{ia}} \quad (9)$$

Далее, коэффициент k_7 (формула 10) дополнительно корректирует знаменатель, убирая оттоки инвестиционной деятельности.

$$k_7 = \frac{CIF_t}{COF_t - COF_{ia} - COF_{fa}} \quad (10)$$

Переменная COF_{fa} – это выплаты по инвестиционной деятельности, например, покупка оборудования или недвижимости. Коэффициент, представленный формулой 11 учитывает исключение финансовых притоков.

$$k_8 = \frac{CIF_t - CIF_{ia}}{COF_t - COF_{ia} - COF_{fa}} \quad (11)$$

Наконец, формула 12 представляет наиболее очищенный показатель.

$$k_9 = \frac{CIF_t - CIF_{ia} - CIF_{fa}}{COF_t - COF_{ia} - COF_{fa}} \quad (12)$$

Этот коэффициент фокусируется на операционных потоках, полностью исключая влияние финансовой и инвестиционной деятельности, что позволяет оценить чистую эффективность основной деятельности. Эти данные извлекаются из бухгалтерских отчетов и ERP-систем, таких как 1С, где фиксируются все поступления и выплаты по счетам. Другая модель – матрица формирования потоков, представляющая транзакции между бухгалтерскими счетами. Её ячейки содержат суммы проводок, например, переводы с кассового счёта на счёт оплаты поставщикам, извлечённые из записей двойной бухгалтерии в тех же ERP-системах.

Матрицы служат для структурирования финансовых данных, выявления закономерностей и подготовки входных данных для нейронной сети. Они позволяют систематизировать притоки, оттоки и транзакции, чтобы анализировать баланс, эффективность и потенциальные отклонения. В нейронной сети счета выступают как нейроны, а транзакции – как синапсы с весами, равными суммам операций. Сеть принимает матричные данные, такие как значения коэффициентов из уравнений 4-12 или суммы транзакций, на входной. Скрытые слои обрабатывают эти данные, находя сложные зависимости, например, как конкретный платёж влияет на ликвидность. Выходной слой выдаёт прогнозы, такие как ожидаемые денежные потоки, или сигналы об аномалиях, например, необычно высоких выплатах. Обучение сети происходит на исторических данных из матриц, что позволяет выявлять закономерности и корректировать прогнозы в реальном времени с каждой новой транзакцией, отражённой в бухгалтерской системе. Этот подход можно адаптировать для материальных потоков, создав матрицы перемещений между складами или производственными единицами, где ячейки содержат объёмы товаров, и применив нейронную сеть для обнаружения аномалий, таких как неожиданные сбои в поставках.

Похожий подход для анализа эффективности денежных потоков предприятия, используя матрицу, предлагают и авторы статьи [11]. Матрица создается на основе данных из финансовых отчетов, таких как отчеты о движении денежных средств и бухгалтерский баланс. На главной диагонали матрицы размещаются ключевые показатели:

- денежные поступления (CIF);
- выплаты (COF);
- чистый денежный поток (NCF);
- остаток денежных средств (ДС);
- дебиторская задолженность (ДЗ);
- кредиторская задолженность (КЗ);
- оборотные активы (ОА).

В остальных ячейках располагаются коэффициенты, вычисленные как соотношения между этими показателями, например, отношение поступлений к выплатам или чистого потока к остатку средств. Такой подход позволяет систематизировать финансовую информацию для дальнейшего анализа.

Факторный анализ в данном контексте предполагает разложение эффективности денежных потоков на отдельные компоненты, называемые факторами. Фактор – это конкретный коэффициент, который характеризует определенный аспект финансовой деятельности, влияющий на общий денежный поток, например, способность предприятия пополнять денежные средства или эффективность управления задолженностью. В статье факторами являются ячейки матрицы, однако не все факторы автор использует для конечной модели оценки эффективности предприятия. После нескольких итераций факторного анализа, где каждый фактор оценивается по его вкладу, авторы приходят к итоговой модели. Эта модель представлена формулой 13.

$$K_{\text{эдп}} = \frac{NCF}{ДС} \times \frac{ДС}{CIF} \times \frac{CIF}{ДЗ} \times \frac{ДЗ}{КЗ} \times \frac{КЗ}{COF} \quad (13)$$

Данная модель отражает эффективность денежного потока, объединяя ключевые факторы, и помогает выявить сильные и слабые стороны финансовой политики предприятия на основе данных, таких как отчеты.

Следующий распространённый тип моделей потоков – графовый. Графовые модели широко применяются для формализации хозяйственной деятельности предприятий, позволяя наглядно представлять структуру и динамику различных потоков, а также анализировать взаимосвязи между участниками процессов [14-16]. Эти модели используются для выявления ключевых элементов системы, анализа маршрутов движения ресурсов и поиска потенциальных узких мест. В то же время, в ряде работ графовые модели адаптируются и для специфических задач, таких как контроль закупок и выявление аномалий. Например, интересный подход предлагает автор статьи [17], он применяет математическую модель на основе атрибутированных графов для представления данных о государственных закупках. Граф определяется уравнением 14, где вершины V соответствуют экономическим агентам (покупателям, таким как муниципалитеты, и победителям тендеров), а рёбра E отражают контрактные отношения между ними.

$$G = (V, E, X, Y) \tag{14}$$

Здесь описан граф и матрицы, которые хранят информацию о характеристиках агентов и их взаимодействиях. Матрица X хранит атрибуты вершин, указывающие тип агента (покупатель или победитель), а матрица Y содержит атрибуты рёбер, описывающие количество лотов в контракте (1, 2-5 или 6+ лотов). Рисунок 1 показывает пример такого графа, где видно, как делится граф G на подграфы.

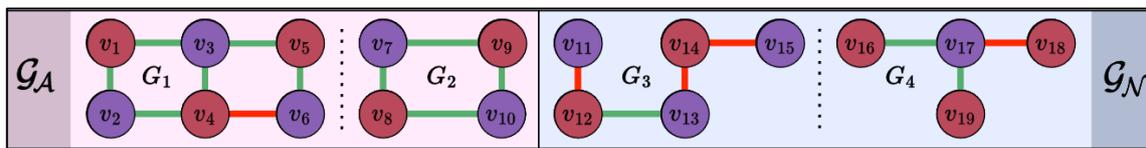


Рисунок 1 — Коллекция G графов, включающая подмножества аномальных (G_A) и нормальных (G_N) графов.

Для анализа автор применяет метод PANG (Pattern-Based Anomaly Detection in Graphs). Он ищет повторяющиеся кусочки графа (паттерны), которые могут указывать на мошенничество, например, контракты с одним предложением. PANG сначала находит паттерны с помощью алгоритмов gSpan или cgSpan, затем проверяет, насколько они различают нормальные и подозрительные случаи. Важность паттерна оценивается через дискриминационный счёт, выраженный формулой 15.

$$disc(P) = |F(P, G_A) - F(P, G_N)| \tag{15}$$

Здесь F – частота паттерна, а G_A и G_N – группы аномальных и нормальных графов. Рисунок 2 наглядно объясняет шаги PANG от поиска паттернов до преобразования графа в числа для анализа.

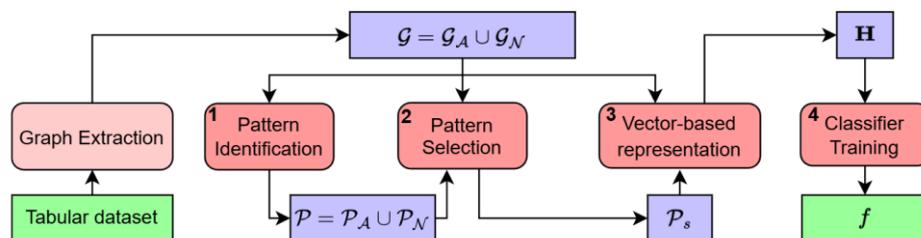


Рисунок 2 — Этапы обработки предлагаемой структуры PANG

Эти векторы, объединённые в матрицу H , подаются в классификатор C -SVM для определения аномальных графов, указывающих на потенциальное мошенничество, например, контракты с единственным предложением. PANG позволяет выявлять и интерпретировать подозрительные паттерны, такие как многократные контракты между одними и теми же агентами, что делает его эффективным для методов машинного обучения, включая SVM, Random Forest и другие, работающие с векторными данными. Это помогает регуляторам анализировать сложные данные закупок, выявлять аномалии и объяснять их причины.

Каждая из предложенных моделей формализации потоков позволяет анализировать отдельные виды аномалий, однако наибольшая эффективность достигается при комбинировании разных моделей. Например, статья [18] описывает несколько экономико-математических методов для прогнозирования закупок, каждый из которых опирается на определенные математические модели и данные.

Детерминированный метод основывается на матричной модели, которая учитывает потребность в товаре или услуге, нормы потребления и частоту закупок. Для этого метода необходимы исторические данные о нормах потребления и периодичности, которые можно получить из финансовых отчетов или инвентаризационных журналов учреждения. Стохастический метод использует динамическую модель, которая описывает изменение объемов закупок с учетом времени, скорости использования и ресурсных ограничений. Для этого нужны данные об объемах закупок, времени их использования и ресурсных ограничениях, доступные из операционных записей и истории закупок. Статистический метод применяет корреляционный анализ, изучая взаимосвязи между показателями, такими как стоимость закупок и расходы на обслуживание. Для этого требуются парные данные из финансовых и операционных отчетов учреждения.

Так же автор рассматривает классификацию закупок. По периодичности закупки делятся на:

- одноразовые, проводимые единожды без повторения;
- ежегодные, отличающиеся регулярностью и стабильностью потребностей.

По горизонту планирования выделяются месячные, квартальные, полугодовые и годовые закупки, а также краткосрочные (в пределах трех лет) и долгосрочные (свыше трех лет). Дополнительно закупки классифицируются как запланированные, включенные в план-график на основе потребностей, и внеплановые, возникающие по итогам конкурентных процедур. Эта структура позволяет сегментировать данные о закупках для дальнейшего анализа.

В итоге, классификация позволяет разделить данные на регулярные и нерегулярные потоки, где детерминированный метод подходит для стабильных закупок, а стохастический – для учета случайных событий в нерегулярных закупках. Корреляционный анализ помогает установить ожидаемые зависимости между показателями, и нарушения этих связей могут указывать на аномалии.

Более комплексный подход предлагают авторы статьи [19]. Основная идея заключается в использовании объяснимых индикаторов риска, которые анализируют данные о заказах, поставщиках и ценах, чтобы предоставить аудиторам интерпретируемые результаты. Система структурирует сложные данные о закупках, включая заказчиков, поставщиков, товары и суммы, и применяет к ним разные математические модели для обнаружения подозрительных закономерностей. Для этого данные преобразуются в графы или числовые наборы. Концепция работы индикаторов представлена формулой 16, которая показывает, как каждая операция получает

оценку риска от 0 до 1, где f – индикатор, а X_s – множество операций. Такой подход позволяет не только выявлять потенциальные нарушения, но и адаптировать анализ под особенности процессов конкретной организации.

$$f: X_s \rightarrow Y \in [0,1] \tag{16}$$

Для анализа данных авторы используют графовые и статистические методы. Например, индикатор необычного поставщика строится на основе графовой модели, где заказчики и поставщики – узлы, а транзакции – рёбра с весами, такими как количество заказов (рис. 3).

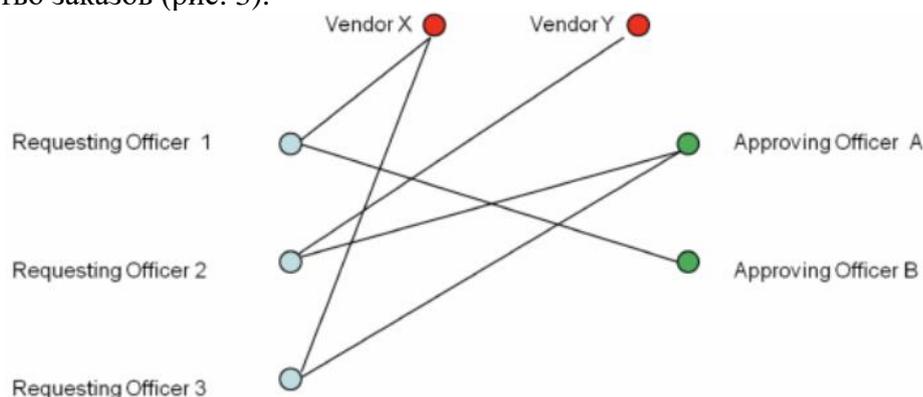


Рисунок 3 — Графическая модель, описывающая отношения между запрашивающим должностным лицом (RO), утверждающим должностным лицом (АО), поставщиком

Этот индикатор выявляет аномальные связи, такие как работа поставщика с малым числом заказчиков. Индикатор расходов на товар применяет обработку естественного языка и кластеризацию k -means для группировки схожих товаров, а затем оценивает аномалии цен. Другие индикаторы, такие как разделение заказа или анализ частоты цифр, используют анализ временных рядов или статистические тесты для поиска мошеннических паттернов. Эти модели демонстрируют гибкость подхода, позволяя анализировать различные аспекты данных.

Ключевым элементом системы является использование ансамблей индикаторов, которые комбинируют результаты нескольких моделей для повышения точности. Последовательные ансамбли обрабатывают данные поэтапно по формуле 17, где $h(x)$ – предварительная обработка (например, группировка), а $g(x)$ – анализ риска.

$$f_s(x) = g(h(x)) \tag{17}$$

Независимые ансамбли объединяют разные индикаторы по формуле 18, где $g(x)$ и $h(x)$ – оценки по количеству и стоимости операций, а f_m – их комбинация.

$$f_I(x) = f_M(g(x), h(x)) \tag{18}$$

Для оценки участников, таких как заказчики, используется формула 19, где f_A агрегирует риски по всем операциям x_i участника, а f_D учитывает их характеристики.

$$f_s(x) = f(x_1, x_2, x_3 \dots x_n) = f_A(f_D(x_i, f(x_i))) \tag{19}$$

Такой подход обеспечивает комплексный анализ, устойчивый к шуму в данных. Важным преимуществом является объяснимость – система предоставляет понятные обоснования аномалий, облегчая расследование.

Все предыдущие примеры описывали методы формализации финансовых и материальных потоков. Для полноты рассмотрим, как формализуются информационные потоки. Главное в анализе информационных потоков – выявление их ключевых

характеристик, таких как интенсивность, корреляции и долгосрочные зависимости, чтобы понять их поведение и предсказуемость. В статье [20] для этого используется модель фрактального броуновского движения (ФБД), относящаяся к классу стохастических непрерывных моделей. Она позволяет описывать сложные закономерности потоков, которые не охватываются матричными, графовыми, векторными или дискретными моделями. Модель строят на основе анализа временных рядов, а её точность проверяют, сравнивая с реальными данными, что помогает классифицировать потоки и прогнозировать их свойства.

Выводы

Формализация материальных, финансовых и информационных потоков выступает важнейшим инструментом для повышения прозрачности, управляемости и эффективности деятельности предприятия. Современные методы формализации включают дискретные, графовые и матричные модели, каждая из которых обладает своими преимуществами и применяется для решения различных задач.

Дискретные модели удобны для анализа поэтапных процессов и оценки эффективности на каждом этапе. Графовые – для выявления аномалий в связях между участниками и анализа сложных сетевых структур, в том числе в логистике и закупках. Матричные модели позволяют структурировать большие объёмы данных, выявлять взаимосвязи между показателями, интегрировать методы машинного обучения и проводить комплексный анализ потоков.

Особое значение приобретает возможность интеграции различных моделей. В ряде случаев графовые модели могут быть преобразованы в матричные или векторные, как это показано в статье [17], либо дополняться ими для более глубокого и многогранного анализа. Такой подход позволяет использовать сильные стороны каждого метода: графовые модели обеспечивают наглядное представление сложных сетевых структур и выявление аномалий во взаимосвязях между участниками, а матричные и векторные – удобны для последующей обработки с помощью современных алгоритмов анализа данных и машинного обучения. В результате достигается более полное и гибкое представление о структуре и динамике потоков, расширяются аналитические возможности и повышается адаптивность инструментов под специфику конкретных задач.

Комбинирование различных моделей, а также применение ансамблей индикаторов, способствует повышению точности обнаружения аномалий и объяснимости результатов, что особенно важно для принятия управленческих решений и проведения аудита. В современных условиях, когда предприятия сталкиваются с возрастающей сложностью бизнес-процессов и необходимостью быстрой адаптации к изменениям, такие аналитические подходы становятся неотъемлемой частью эффективного управления.

Таким образом, развитие методов формализации потоков создает основу для построения гибких и эффективных аналитических систем управления, отвечающих современным требованиям бизнеса. Это позволяет не только своевременно выявлять и устранять аномалии, но и оптимизировать процессы, прогнозировать риски и поддерживать стратегическое развитие предприятия в условиях высокой неопределённости и конкуренции.

Список литературы

1. Боровиков А. И., Криводубский О. А. Взаимодействие основных потоков предприятия. *Проблемы искусственного интеллекта*. 2024. Т. 35. № 4. С. 76-87.
2. Дорохина Г. В. Требования к информационной технологии цифрового сбора, обработки и анализа данных. *Проблемы искусственного интеллекта*. 2020. № 4 (19). С. 4-9.
3. Дмитрюк Т. Г., Зори С. А. Анализ структуры производственной деятельности предприятия как объекта управления. *Проблемы искусственного интеллекта*. 2020. № 1 (16). С. 37-53.

4. Смирнова Е. А., Зуев А. В. Модели и методы управления цепями поставок. *Вестник Астраханского государственного технического университета*. Серия: Экономика. 2022. №. 2. С. 95-100.
5. Пономарев А. А. Методические подходы к оценке эффективности организационно-экономического механизма управления системой государственных закупок. *Инновации и инвестиции*. 2022. №. 12. С. 109-113.
6. Вострокнутов А. Е., Фешина Е. В., Мурлин А. Г. Усовершенствованные математические модели описания производственных процессов и расчета их экономической эффективности в цепочке создания кондитерских изделий. *Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета*. 2022. №. 183. С. 331-346.
7. Абдурахимов А. А. Бухгалтерский учет хозяйственных процессов как объект математического моделирования. *Endless light in science*. 2022. №. 3. С. 39-43.
8. Быкова Г. П. Особенности экономико-математического моделирования некоторых логистических операций. *Прогрессивные технологии в транспортных системах*. 2021. С. 127-132.
9. Яковлева Елена Анатольевна, Гаджиев Магомедрасул Магомедович, Шарич Эрмин Эмирович, Яковлева Дарья Дмитриевна Модель анализа материальных и нематериальных факторов эффективности в системе стратегического планирования на основе совместного причинно-следственного картирования и фреймового представления знаний. *ЭПП*. 2021. №1.
10. Матюш И. В. Применение нейронных сетей при мониторинге и прогнозировании финансовых потоков. *Вестник Полоцкого государственного университета. Серия D. Экономические и юридические науки*. 2024. №. 2. С. 16-20.
11. Кричевец Е. А., Кудревич В. В. Разработка модели факторного анализа эффективности денежного потока предприятия. *Вектор науки Тольяттинского государственного университета*. Серия: Экономика и управление. 2020. №. 3. С. 32-41.
12. Наумов И. В. Сценарное моделирование процессов движения финансовых потоков между институциональными секторами в региональной территориальной системе. *Финансы: теория и практика*. 2018. Т. 22. №. 1. С. 32-49.
13. Токмянина А. Д., Долженкова Е. В. Методические аспекты управления материальными потоками промышленного предприятия. *Молодежь и наука* Том 1 Нижний Тагил, 2024. С. 208-211.
14. Меркулова Ю. В. *Фундаментальные исследования*. Учредители: ООО "Издательский дом" Академия естествознания". №. 8. С. 75-88.
15. Бежанова Е. Х., Темирова Л. Г., Шагаошев Р. В. Программная реализация логистической задачи товародвижения. *Государственное и муниципальное управление. Ученые записки*. 2021. №. 2. С. 90-95.
16. Асанов А. З., Мышкина И. Ю., Грудцына Л. Ю. Применение графовых моделей в проектном управлении. *Онтология проектирования*. 2023. Т. 13. №. 2 (48). С. 232-242.
17. Potin L. et al. Pattern mining for anomaly detection in graphs: Application to fraud in public procurement. *Joint European Conference on Machine Learning and Knowledge Discovery in Databases*. Cham : Springer Nature Switzerland, 2023. С. 69-87.
18. Иванников К. А. Возможности применения экономико-математического инструментария в анализе закупки товаров, работ, услуг. *Современная экономика: проблемы и решения*. 2022. Т. 12. С. 68-79.
19. Westerski A. et al. Explainable anomaly detection for procurement fraud identification—lessons from practical deployments. *International Transactions in Operational Research*. 2021. Т. 28. №. 6. С. 3276-3302.
20. Черниговский А. В., Кривов М. В., Истомин А. Л. Исследование и выбор математической модели сетевого трафика. *Вестник Московского государственного технического университета им. НЭ Баумана. Серия «Приборостроение»*. 2020. №. 3 (132). С. 84-99.

References

1. Borovikov A. I., Krivodubsky O. A. Interaction of the main flows of the enterprise // *Problems of artificial intelligence*. - 2024. - Vol. 35. - No. 4. - P. 76-87.
2. Dorokhina G. V. Requirements for information technology of digital data collection, processing and analysis // *Problems of artificial intelligence*. - 2020. - No. 4 (19). - P. 4-9.
3. Dmitryuk T. G., Zori S. A. Analysis of the structure of production activities of the enterprise as a management object // *Problems of artificial intelligence*. - 2020. - No. 1 (16). - P. 37-53.
4. Smirnova E. A., Zuev A. V. Models and methods of supply chain management // *Bulletin of the Astrakhan State Technical University. Series: Economy*. – 2022. – No. 2. – P. 95-100.
5. Ponomarev A. A. Methodological Approaches To Assessing The Efficiency Of The Organizational And Economic Mechanism Of Management Of The Public Procurement System // *Innovations and Investments*. – 2022. – No. 12. – P. 109-113.
6. Vostroknutov A. E., Feshina E. V., Murlin A. G. Improved Mathematical Models For Description Of Production Processes And Calculation Of Their Economic Efficiency In The Confectionery Product Production Chain // *Polythematic network electronic scientific journal of the Kuban State Agrarian University*. - 2022. - No. 183. - P. 331-346.
7. Abdurakhimov A. A. Accounting Of Business Processes As An Object Of Mathematical Modeling // *Endless light in science*. - 2022. - No. 3. - P. 39-43.

8. Bykova G. P. Features of economic and mathematical modeling of some logistics operations // Progressive technologies in transport systems. - 2021. - P. 127-132.
9. Yakovleva Elena Anatolyevna, Gadzhiev Magomedrasul Magomedovich, Sharich Ermin Emirovich, Yakovleva Daria Dmitrievna Model For Analysis Of Material And Intangible Efficiency Factors In The Strategic Planning System Based On Joint Cause-And-Effect Mapping And Frame Representation Of Knowledge // EPP. 2021. No. 1.
10. Matyush I. V. Application of neural networks in monitoring and forecasting financial flows // Bulletin of Polotsk State University. Series D. Economic and legal sciences. - 2024. - No. 2. - P. 16-20.
11. Krichevets E. A., Kudrevich V. V. Development of a model of factor analysis of the efficiency of the enterprise cash flow // Vector of Science of Togliatti State University. Series: Economics and Management. - 2020. - No. 3. - P. 32-41.
12. Naumov I. V. Scenario modeling of the processes of movement of financial flows between institutional sectors in the regional territorial system // Finance: theory and practice. - 2018. - Vol. 22. - No. 1. - P. 32-49.
13. Tokmyanina A. D., Dolzhenkova E. V. Methodological aspects of managing material flows of an industrial enterprise // Youth and Science. - Volume 1. - Nizhny Tagil, 2024. - 2024. - P. 208-211.
14. MERKULOVA Yu. V. FUNDAMENTAL RESEARCH // FUNDAMENTAL RESEARCH Founders: OOO "Publishing House" Academy of Natural Sciences". - No. 8. - P. 75-88.
15. Bezhanova E. Kh., Temirova L. G., Shkhagoshev R. V. Software implementation of the logistics problem of goods movement // State and municipal administration. Scientific notes. - 2021. - No. 2. - P. 90-95.
16. Asanov A. Z., Myshkina I. Yu., Grudtsyna L. Yu. Application of graph models in project management // Ontology of design. - 2023. - Vol. 13. - No. 2 (48). - P. 232-242.
17. Potin L. et al. Pattern mining for anomaly detection in graphs: Application to fraud in public procurement // Joint European Conference on Machine Learning and Knowledge Discovery in Databases. - Cham : Springer Nature Switzerland, 2023. - P. 69-87.
18. Ivannikov K. A. Possibilities of applying economic and mathematical tools in the analysis of the procurement of goods, works, services // Modern Economy: Problems and Solutions. - 2022. - Vol. 12. - P. 68-79.
19. Westerski A. et al. Explainable anomaly detection for procurement fraud identification—lessons from practical deployments // International Transactions in Operational Research. - 2021. - Vol. 28. - No. 6. - P. 3276-3302.
20. Chernigovsky A. V., Krivov M. V., Istomin A. L. Research and selection of a mathematical model of network traffic // Bulletin of the Moscow State Technical University named after NE Bauman. Series "Instrument Engineering". - 2020. - No. 3 (132). - P. 84-99.

RESUME

A. I. Borovikov, O. A. Krivodubsky

Mathematical modeling and flow formalization for analysis, optimization and anomaly detection in logistics, finance and procurement

The formalization of material, financial, and information flows is essential for analyzing heterogeneous data, optimizing processes, and detecting anomalies in enterprise operations. These flows are complex and highly variable, often containing redundant information, which complicates their interpretation and requires advanced mathematical methods to ensure reliable and effective analysis.

The paper provides a detailed review of discrete, graph-based, and matrix models, as well as their possible combinations for comprehensive flow analysis. Special attention is given to the integration of different approaches and the use of machine learning methods, which enhance the quality of flow analysis in logistics, finance, and procurement, and allow models to be adapted to specific tasks.

The analysis demonstrates that flow formalization enables the structuring of large volumes of data, identification of key parameters, timely detection of anomalies, and optimization of business processes. The use of modern analytical tools and the combination of various models significantly improve the accuracy, reliability, and explainability of results, which is crucial for managerial decision-making.

The article emphasizes that the further development of methods for formalizing material, financial, and information flows is directly linked to the creation of effective management and monitoring systems. This is particularly important for modern enterprises striving for transparency, sustainable development, and the implementation of innovative solutions in an increasingly complex business environment.

РЕЗЮМЕ

А. И. Боровиков, О. А. Криводубский

Математическое моделирование и формализация потоков для анализа, оптимизации и выявления аномалий в логистике, финансах и закупках

Формализация материальных, финансовых и информационных потоков необходима для анализа разнородных данных, оптимизации процессов и выявления аномалий в деятельности предприятий. В современных организациях такие потоки характеризуются высокой сложностью, вариативностью и избыточностью информации, что затрудняет их интерпретацию и требует применения продвинутых математических методов для обеспечения достоверности и эффективности анализа.

В работе подробно рассмотрены дискретные, графовые и матричные модели, а также их возможные комбинации для комплексного анализа потоков. Особое внимание уделено интеграции различных подходов и использованию методов машинного обучения, что позволяет повысить качество анализа потоков в таких сферах, как логистика, финансы и закупки, а также адаптировать модели под специфику конкретных задач.

Проведённый анализ показывает, что формализация потоков способствует структурированию больших объёмов данных, выделению ключевых параметров, своевременному обнаружению аномалий и оптимизации бизнес-процессов. Применение современных аналитических инструментов и совмещение различных моделей значительно повышает точность, надёжность и объяснимость получаемых результатов, что важно для принятия управленческих решений.

В статье подчёркивается, что дальнейшее развитие методов формализации материальных, финансовых и информационных потоков напрямую связано с созданием эффективных систем управления и мониторинга. Это становится особенно актуальным для современных предприятий, стремящихся к прозрачности, устойчивому развитию и внедрению инновационных решений в условиях возрастающей сложности бизнес-среды.

Боровиков Алексей Иванович – аспирант «Автоматизированные системы управления» Донецкого национального технического университета, г. Донецк, тел +7(949) 321-2972, aleksey.borovikov.00@mail.ru. *Область научных интересов:* автоматизация и управление технологическими процессами и производствами, интеллектуальные методы управления, машинное обучение, методы и системы искусственного интеллекта.

Криводубский Олег Александрович – д.т.н., с.н.с., Федеральное государственное бюджетное научное учреждение «Институт проблем искусственного интеллекта», г. Донецк. *Область научных интересов:* автоматизированные системы управления, эл. почта oleg.krivodybski.dn@gmail.ru, адрес:, г. Донецк, ул. Артема, д. 118 б, телефон: +7949 54 83 89.

Статья поступила в редакцию 16.04.2024