Д

УДК 512.554.1

Д. И. Дзебоев
Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»
109028, Москва, Покровский бульвар, 11

ТЕНЗОРИАЛЬНАЯ АЛГЕБРА

D. I. Dzeboev
National Research University “Higher School of Economics”
109028, 11 Pokrovsky Boulevard, Moscow

TENSORIAL ALGEBRA

Цель работы заключается в разработке и обосновании нового универсального метода задания операции умножения, применимого для широкого класса алгебраических систем. Решение основано на введении тензориальной алгебры, где результат произведения определяется через тензор алгебры третьего ранга. Такой подход позволяет задавать или обучать правила умножения в произвольных алгебрах и обеспечивает сохранение размерности пространства при операциях. Показано, что предложенный метод универсализирует гиперкомплексные системы и открывает перспективы применения в теории неассоциативных алгебр, а также в задачах математического моделирования и вычислительной алгебры.
Ключевые слова: тензориальная алгебра, гиперкомплексные числа, неассоциативные алгебры, структуры умножения, алгебраические системы

The aim of this study is to develop and substantiate a new universal method for defining multiplication, applicable to a wide class of algebraic systems. The proposed solution is based on the introduction of Tensorial Algebra, where the product is determined through a third-order algebra tensor. This approach makes it possible to specify or to learn multiplication rules in arbitrary algebras and ensures the preservation of dimensionality in operations. It is shown that the proposed method generalizes hypercomplex systems and opens up prospects for applications in the theory of non-associative algebras, as well as in problems of mathematical modeling and computational algebra.
Key words: tensorial algebra, hypercomplex numbers, non-associative algebras, multiplication structures, algebraic systems

Введение

Современное развитие алгебраических структур выходит за рамки классических числовых систем, таких как поле вещественных или комплексных чисел. Расширения в виде кватернионов, октанионов и более общих гиперкомплексных систем демонстрируют богатство и гибкость алгебраических построений, в которых операция умножения не обязательно коммутативна или ассоциативна, но при этом сохраняется внутренняя логика замкнутости и линейной зависимости в фиксированном базисе. Одним из актуальных направлений является формализация обобщённых операций умножения, допускающих обучение или адаптацию к произвольной структуре данных.

В настоящей работе вводится и исследуется новая алгебраическая структура — Тензориальная алгебра**,** зарегистрированная в качестве программы для ЭВМ в Федеральной службе по интеллектуальной собственности (Роспатент) под номером 2025667782 [1]. Структурно, тензориальная алгебра представляет собой алгебру с заданным тензором умножения третьего ранга $T\{ijk\}$, определяющим результат произведения любых двух базисных элементов в терминах линейной комбинации остальных базисов. Такая конструкция позволяет формально охватить множество гиперкомплексных алгебр и их обобщений, где законы умножения определяются не аналитически, а конструктивно — через таблицу или тензор структуры [11], [12], [13].

Принципиальное отличие тензориальной алгебры от традиционных формальных алгебр заключается в том, что её структура может быть не только задана вручную, но и **обучена** на эмпирических данных [3]. Для этого предложена реализация в виде нейросетевой архитектуры, в которой тензор структуры рассматривается как обучаемый параметр. Таким образом, становится возможным воспроизводить или аппроксимировать неизвестные законы гиперкомплексного умножения, восстанавливая их по наблюдаемым результатам, что делает тензориальную алгебру применимой не только в теоретико-алгебраическом анализе, но и в задачах машинного обучения, обработки сигналов и символьных вычислений.

1 Алгебраическая природа тензориальной алгебры и введение операции умножения

В основе любой алгебраической структуры лежат бинарные операции, определяющие внутренние правила взаимодействия элементов множества. В традиционных числовых алгебрах (например, в R,C,H)[5] операция сложения определяется покомпонентно и сохраняет линейную структуру: сумма элементов осуществляется по соответствующим координатам в выбранном базисе. Именно такое поведение лежит в основе линейных пространств и не вызывает затруднений при обобщении.

Ключевым затруднением при построении новых алгебраических объектов всегда оставалась операция умножения**.** В классической матричной алгебре, как и в тензорном исчислении, умножение определяется либо композицией линейных отображений, либо через Эйнштейнову свёртку [2] – суммирование по совпадающим индексам. Однако оба подхода ориентированы на внешнюю структуру: умножение матриц, тензоров или операторов, как правило, изменяет размерность объекта и не гарантирует замкнутости в том же пространстве, в котором производились операции. Это нарушает фундаментальный принцип замкнутости, необходимый для построения кольца или алгебры в строгом смысле.

Тензориальная алгебра устраняет это ограничение путём явного задания операции умножения на базисе**.** Пусть {e1,…,en} — базис конечномерного векторного пространства V. В тензориальной алгебре мы задаём операцию умножения на этом базисе с помощью **тензора структуры** T{ijk}, такого что:

$$\mathrm{e}_i \text{☯} \mathrm{e}_j = \sum_{k=1}^{n} \mathcal{T}_{ijk}\ \mathrm{e}_k$$

Где ☯ задаётся, как символ тензориального умножения.

2 Полный порядок умножения двух исходных векторов:

Для двух тензоров a и b произвольных рангов и размерностей общей размерности n (равной друг другу), мы выполняем следующие операции для умножения:

2.1. Выравнивание в вектор

$$\vec{a} = \mathrm{flatten}(A) \in \mathbb{R}^D, \quad \vec{b} = \mathrm{flatten}(B) \in \mathbb{R}^D, \quad D = \prod_{i=1}^{n} d_i$$

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$$

На первом этапе тензориального умножения мы рассматриваем два тензора a и b, заданных в некотором тензорном пространстве общей размерности n. Необходимо выравнить их в плоские вектора той же размерности и представить в координатной форме.

2.2. Представление a и b, как линейной комбинации базисных тензоров

Базис пространства

$$\mathbf{e} = \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_n\}$$

Тензоры в этом базисе [4]

$$\mathbf{a} = \sum_{i=1}^{n} a_i\, \mathbf{e}_i = a_1\mathbf{e}_1 + a_2\mathbf{e}_2 + \cdots + a_n\mathbf{e}_n$$

$$\mathbf{b} = \sum_{j=1}^{n} b_j\, \mathbf{e}_j = b_1\mathbf{e}_1 + b_2\mathbf{e}_2 + \cdots + b_n\mathbf{e}_n$$

2.3. Произведение тензоров, как формальное произведение образующих их линейных комбинаций базисных векторов

$$\mathbf{a} \text{☯} \mathbf{b} = \left(\sum_{i=1}^{n} a_i\, \mathbf{e}_i\right) \text{☯} \left(\sum_{j=1}^{n} b_j\, \mathbf{e}_j\right) =$$

$$= (a_1\mathbf{e}_1 + a_2\mathbf{e}_2 + \cdots + a_n\mathbf{e}_n) \text{☯} (b_1\mathbf{e}_1 + b_2\mathbf{e}_2 + \cdots + b_n\mathbf{e}_n)$$

2.4. Раскрытие скобок из пункта 3. Произведение тензоров, как сумма одночленов из 4 множителей (2 коэффициента и два базисных тензора) [7]

$$\mathbf{a} \text{☯} \mathbf{b} = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} a_i\, b_j (\mathbf{e}_i \text{☯} \mathbf{e}_j)$$
$$= a_1 b_1 (\mathbf{e}_1 \text{☯} \mathbf{e}_1) + a_1 b_2 (\mathbf{e}_1 \text{☯} \mathbf{e}_2) + \cdots + a_n b_n (\mathbf{e}_n \text{☯} \mathbf{e}_n)$$

2.5. Произведение тензоров как поэлементное произведение внешнего произведения координатных строчек и внешнего произведения базисных тензоров

$$\mathbf{a}\,\text{☯}\,\mathbf{b} = (\mathbf{a} \otimes \mathbf{b}) \circ (\mathbf{e} \otimes \mathbf{e})$$

2.6. Тензор тензориальной алгебры, как внешнее произведение базисных тензоров

$$\mathcal{T} = \mathbf{e} \otimes \mathbf{e}$$

Суть этого тензора в том, чтобы для каждой пары базисных тензоров вручную задать их результат, как линейную комбинацию всех базисных тензоров

К примеру, ячейка Tij будет отвечать за результат произведения базисного тензора ei на базисный тензор ej и содержать n значений, являющихся координатами результата перемножения тензоров ei и ej в базисе e

$$\mathcal{T}_{ij} = \mathbf{e}_i\,\text{☯}\,\mathbf{e}_j = \mathcal{T}_{ij1}\mathbf{e}_1 + \mathcal{T}_{ij2}\mathbf{e}_2 + \cdots + \mathcal{T}_{ijn}\mathbf{e}_n$$

Таким образом, раз мы задали результат умножения базисных тензоров, мы можем вернуться к задаче вычисления произведения общих тензоров, поскольку в ней единственной нерешённой задачей было именно умножение базисных тензоров

2.7. Представление умножения тензоров a и b в виде Эйнштейновой свёртки

$$\mathbf{a}\,\text{☯}\,\mathbf{b} = (\mathbf{a} \otimes \mathbf{b}) \circ (\mathbf{e} \otimes \mathbf{e}) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} a_i\, b_j \left(\mathbf{e}_i\,\text{☯}\,\mathbf{e}_j\right) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} a_i\, b_j \sum_{k=1}^{n} \mathcal{T}_{ijk}\,\mathbf{e}_k =$$

$$= \sum_{k=1}^{n}\left(\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} a_i\, b_j \mathcal{T}_{ijk}\right)\mathbf{e}_k$$

$$a\,\text{☯}\,b = einsum(\text{"}i,j,ijk{-}{>}\;k\text{"}, a, b, T)$$

Функционал Тензориальной алгебры также программно написан в Torch, где объявлен класс TensorialAlgebra, формально являющийся нейросетью, который при объявлении принимает размерность n, а также тензор алгебры n*n*n, или если его нет, инициализирует его нулями. Тензор может быть передан в torch или numpy массиве.

Создана функция forward, которая принимает два тензора размерности n, выравнивает их, производит умножение по правилам тензориальной алгебры и возвращает к исходному рангу.

В режиме инференса производится тензориальное умножение, а в режиме обучения, поскольку, опять же, формально и фактически, класс TensorialAlgebra – нейросеть с обучаемым линейным оператором Тензора алгебры, в объекте доступно автоматическое дифференциирование и подстройка тензора алгебры под необходимые примеры. К примеру, возможно задать датасет результатов умножения чисел в пространстве вещественных, комплексных чисел, кватернионов, октанионов и любых произвольных гиперкомплексных или иных алгебраических структур, и, даже не зная правил умножения в этом пространстве, автоматически подобрать такую алгебру, которая будет удовлетворять правилам с помощью нейросети.

3. Свойства

3.1. Структурные свойства с точки зрения теории групп и алгебр

Рассмотрим множество V, замкнутое по сложению и умножению, с операцией умножения, определённой через тензор T. Тогда:

(V,+) — абелева группа, как векторное пространство.

Если операция умножения обладает распределительным свойством:

$$a\,\text{☯}\,(b + c) = a\,\text{☯}\,b + a\,\text{☯}\,c$$

$$(a + b)\,\text{☯}\,c = a\,\text{☯}\,c + b\,\text{☯}\,c$$

то V образует кольцо (ring).

При наличии единичного элемента $e \in V$, такого что e☯$x = x$☯$e = x$ — структура становится унитарным кольцом.

Если дополнительно умножение ассоциативно, т.е. $(a$☯$b)$☯$c = a$☯$(b$☯$c)$, то V — ассоциативная алгебра.

В случае неассоциативного, но альтернативного или гибкого умножения, возможна классификация в рамках неассоциативных алгебр: альтернативных, гибких, Ли-алгебр и других.

3.2. Сравнение с гиперкомплексными системами

Во всех гиперкомплексных числовых системах [9], [10] — например, в кватернионах H, где базис {1,i,j,k} и заданы правила типа $i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1$ — правила умножения фиксированы. Тензориальная алгебра же универсализирует этот подход: любая система умножения может быть задана как конкретная реализация тензора T.

Это позволяет:

- задавать произвольные гиперкомплексные алгебры, не выводя аналитически таблицу умножения,
- обучать структуру умножения по примеру, что невозможно в классических определениях.

3.3. Функциональное преимущество

Таким образом, основное отличие тензориальной алгебры заключается не в форме элементов, а в возможности целенаправленно задавать или подбирать структуру операции умножения, не нарушая замкнутость пространства. Эта операция не сводится к известным линейным, билинейным или тензорным операциям, и не требует формулировки в терминах линейных отображений.

4. Применение в теоретической физике

Тензориальная алгебра открывает перспективы применения в фундаментальной физике, где традиционно используются тензорные методы и различные формы обобщённой алгебры. В частности, в работе Ч. Миснера, К. Торна и Дж. Уилера подробно рассматривается использование тензорного исчисления для описания кривизны пространства-времени, построения тензора энергии-импульса и анализа динамики гравитационных полей [6]. Предложенная в данной статье тензориальная алгебра обеспечивает новый формализм, который позволяет не только воспроизводить эти конструкции, но и расширять их, задавая операции умножения в замкнутом пространстве без изменения размерности.

Другим направлением является связь с геометрической алгеброй, предложенной Д. Хестенесом [8]. В его подходе классическая механика переопределяется через язык клиффордовых структур, что позволяет более естественно описывать вращения, симметрии и динамику. Тензориальная алгебра в этом контексте может рассматриваться как дальнейшее обобщение: она предоставляет универсальный способ задания операций, которые могут быть обучаемыми и адаптивными, тем самым объединяя строгость алгебраического описания и гибкость вычислительных методов.

5. Применение в практических системах

Предлагаемый метод тензориальной алгебры имеет междисциплинарный потенциал и может использоваться в различных направлениях искусственного интеллекта и математического моделирования. В частности, важной областью применения является построение экспертных систем на основе физико-математических моделей. Так, в исследовании В. С. Солода показано, что внедрение формализованных моделей сортопрокатного производства позволяет интегрировать методы искусственного интеллекта в промышленную практику и повышать эффективность проектирования [14]. Введение тензориальной алгебры обеспечивает единый язык описания таких моделей и расширяет возможности их согласования и обучения.

В прикладных задачах компьютерного зрения и обработки изображений ключевым является построение строгих математических моделей цифровых структур. Работа А. Е. Покинтелицы подчеркивает значимость формализации полутоновых изображений для извлечения информации и обработки данных [15]. Тензориальная алгебра позволяет не только описывать такие модели, но и обобщать их, задавая новые правила операций над изображениями в тензорной форме.

Кроме того, метод открывает перспективы в развитии глубокого обучения и трансформерных архитектур. В исследовании Т. В. Ермоленко и Р. С. Хакимова отмечается, что применение моделей глубокого обучения для задачи перекрёстной геолокализации связано с проблемами выбора архитектур и обработки многомерных данных [16]. Тензориальная алгебра может выступить универсальным средством задания и обучения правил взаимодействия признаков, что обеспечивает новые возможности для построения интерпретируемых и адаптивных нейросетевых систем.

Таким образом, предложенный подход демонстрирует актуальность не только в теории неассоциативных алгебр, но и в практических областях — от промышленных экспертных систем до компьютерного зрения и глубокого обучения.

Заключение

В данной работе представлена и обоснована новая алгебраическая структура – тензориальная алгебра**,** обобщающая гиперкомплексные числовые системы посредством конструктивного задания операции умножения на базисе через тензор структуры третьего ранга. В отличие от традиционных подходов, где умножение задано формулами или таблицами, тензориальная алгебра позволяет задать или обучить структуру алгебры на основе эмпирических данных, обеспечивая тем самым универсальность, замкнутость и программную реализуемость.

Ключевым отличием предложенной алгебры является сохранение размерности пространства при операции умножения, что делает её замкнутой и пригодной для построения кольцевых и алгебраических структур над конечномерными векторными пространствами. Умножение произвольных тензоров сводится к линейной комбинации умножений базисных элементов, с использованием заданного тензора структуры.

Разработанная модель реализована в виде нейросетевой архитектуры, позволяющей как вычислять произведения в фиксированной алгебре, так и подстраивать её структуру под данные. Это открывает перспективы для применения тензориальной алгебры в задачах обучения представлений, генерации новых числовых систем, автоматического синтеза алгебраических операций, а также в смежных областях, таких как физика, криптография, символьная математика и компьютерное моделирование.

В перспективе планируется расширить теоретическое обоснование, классифицировать возможные типы тензоров структуры, исследовать алгебраические свойства получаемых систем (ассоциативность, наличие единицы, делителей нуля и т.д.), а также реализовать интеграцию тензориальной алгебры в архитектуры глубокого обучения.

Список литературы

1. *Регистрация программы для ЭВМ. Тензориальная алгебра*: № 2025667782. Зарегистрировано в ФИПС. URL: https://new.fips.ru/registers-doc-view/fips_servlet?DB=EVM&DocNumber=2025667782&TypeFile=html (дата обращения: 05.07.2025).
2. Einstein A. The Foundation of the General Theory of Relativity. *Annalen der Physik*. 1916. Vol. 49, No. 7. P. 769–822.
3. Беловодский В. Н. Об интерполяции и аппроксимации функций с использованием нейронных сетей. *Проблемы искусственного интеллекта*. 2024. № 3 (34). С. 4-19. http://paijournal.guiaidn.ru/ru/2024/3(34)-1.html
4. Greub W. *Multilinear Algebra*. New York: Springer-Verlag, 1978. 456 p.
5. Penrose R. The Road to Reality: A Complete Guide to the Laws of the Universe. London: Vintage, 2004. 1136 p.
6. Misner C. W., Thorne K. S., Wheeler J. A. G*ravitation*. San Francisco: W. H. Freeman, 1973. 1279 p.
7. Lang S. *Algebra*. 3rd ed. New York: Springer, 2002. 914 p.
8. Hestenes D. *New Foundations for Classical Mechanics*. 2nd ed. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1986. 734 p.
9. Hamilton W. R. *Lectures on Quaternions*. Dublin: Hodges and Smith, 1853. 736 p.
10. Baez J. C. The Octonions. *Bulletin of the American Mathematical Society*. 2002. Vol. 39, No. 2. P. 145–205.
11. Lurie J. *Higher Topos Theory*. Princeton: Princeton University Press, 2009. 944 p.
12. Mac Lane S. *Categories for the Working Mathematician*. 2nd ed. New York: Springer, 1998. 314 p.
13. Lee J. M. Introduction to Smooth Manifolds. 2nd ed. New York: Springer, 2013. 708 p.
14. Солод В. С. Физико-математическая модель для разработки экспертной системы сортопрокатного производства. *Проблемы искусственного интеллекта*. 2024. № 3 (34). С. 20-28. http://paijournal.guiaidn.ru/ru/2024/3(34)-2.html
15. Покинтелица А. Е. Содержательные основы математической модели цифрового полутонового изображения. *Проблемы искусственного интеллекта*. 2024. № 3 (34). С. 36-43. http://paijournal.guiaidn.ru/ru/2024/3(34)-4.html
16. Ермоленко Т. В. Хакимов Р. С. К вопросу о применении глубокого обучения для задачи перекрёстной геолокализации. *Проблемы искусственного интеллекта.* 2024. № 4 (35). С. 4-15. http://paijournal.guiaidn.ru/ru/2024/4(35)-1.html

References

1. Computer Program Registration. Tensorial Algebra: No. 2025667782. Registered with FIPS. URL: https://new.fips.ru/registers-doc-view/fips_servlet?DB=EVM&DocNumber=2025667782&TypeFile=html (accessed: 05.07.2025).
2. Einstein A. The Foundation of the General Theory of Relativity // Annalen der Physik. 1916. Vol. 49, No. 7. P. 769–822.
3. Belovodskiy V. N. On Interpolation and Approximation of Functions Using Neural Networks // Problems of Artificial Intelligence. 2024. No. 3(34). P. 4–19. Available at: http://paijournal.guiaidn.ru/ru/2024/3(34)-1.html
4. Greub W. Multilinear Algebra. – New York: Springer-Verlag, 1978. 456 p.
5. Penrose R. The Road to Reality: A Complete Guide to the Laws of the Universe. London: Vintage, 2004. 1136 p.
6. Misner C. W., Thorne K. S., Wheeler J. A. Gravitation. San Francisco: W. H. Freeman, 1973. 1279 p.
7. Lang S. Algebra. 3rd ed. New York: Springer, 2002. 914 p.
8. Hestenes D. New Foundations for Classical Mechanics. 2nd ed. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1986. 734 p.
9. Hamilton W. R. Lectures on Quaternions. Dublin: Hodges and Smith, 1853. 736 p.
10. Baez J. C. The Octonions // Bulletin of the American Mathematical Society. 2002. Vol. 39, No. 2. P. 145–205.
11. Lurie J. Higher Topos Theory. Princeton: Princeton University Press, 2009. 944 p.
12. Mac Lane S. Categories for the Working Mathematician. 2nd ed. New York: Springer, 1998. 314 p.
13. Lee J. M. Introduction to Smooth Manifolds. 2nd ed. New York: Springer, 2013. 708 p.
14. Solod V. S. Physico-Mathematical Model for the Development of an Expert System for Rolling Production // Problems of Artificial Intelligence. 2024. No. 3(34). P. 20–28. Available at: http://paijournal.guiaidn.ru/ru/2024/3(34)-2.html
15. Pokintelitsa A. E. Substantive Foundations of the Mathematical Model of a Digital Halftone Image // Problems of Artificial Intelligence. 2024. No. 3(34). P. 36–43. Available at: http://paijournal.guiaidn.ru/ru/2024/3(34)-4.html
16. Ermolenko T. V., Khakimov R. S. On the Application of Deep Learning to the Problem of Cross-Geolocation // Problems of Artificial Intelligence. 2024. No. 4(35). P. 4–15. Available at: http://paijournal.guiaidn.ru/ru/2024/4(35)-1.html

RESUME

D. I. Dzeboev
Tensorial Algebra

Background: The development of hypercomplex systems such as quaternions and octonions has demonstrated the richness of algebraic structures, but their multiplication rules are fixed and limited in scope. The need arises for a generalized formalism that can unify these systems and extend beyond them.

Materials and methods: The proposed framework, Tensorial Algebra, defines multiplication through a third-order algebra tensor. The method is based on flattening tensors into vectors, forming their outer product, and applying Einstein-style contraction with the algebra tensor. This approach makes it possible to explicitly specify or learn multiplication rules in arbitrary finite-dimensional algebras.

Results: It was shown that tensorial algebra generalizes hypercomplex systems and preserves the dimensionality of the algebraic space during multiplication. The model is implemented in a neural network form, allowing both direct computations and adaptive learning of multiplication structures.

Conclusion: Tensorial algebra provides a universal algebraic framework for defining multiplication in finite-dimensional non-associative algebras. This opens perspectives for further classification of algebraic varieties, as well as for applications in symbolic computation and mathematical modeling.

РЕЗЮМЕ

Д. И. Дзебоев
Тензориальная алгебра

Предпосылки: Развитие гиперкомплексных систем, таких как кватернионы и октавионы, показало богатство алгебраических структур, однако их правила умножения фиксированы и ограничены. Возникает необходимость в обобщённом формализме, который может объединить эти системы и выйти за их пределы.

Материалы и методы: Предложенная структура — тензориальная алгебра — задаёт умножение через тензор алгебры третьего ранга. Метод основан на выравнивании тензоров в векторы, построении их внешнего произведения и выполнении эйнштейновой свёртки с тензором алгебры. Такой подход позволяет явно задавать или обучать правила умножения в произвольных конечномерных алгебрах.

Результаты: Показано, что тензориальная алгебра обобщает гиперкомплексные системы и сохраняет размерность алгебраического пространства при умножении. Модель реализована в виде нейросетевой архитектуры, что позволяет как выполнять прямые вычисления, так и адаптивно обучать структуру умножения.

Вывод: Тензориальная алгебра представляет универсальный алгебраический аппарат для задания умножения в конечномерных неассоциативных алгебрах. Это открывает перспективы дальнейшей классификации алгебраических многообразий, а также применения в символьных вычислениях и математическом моделировании.

Дзебоев Д. И. – стажёр-исследователь, НИУ ВШЭ, Факультет компьютерных наук, Лаборатория моделирования и управления сложными системами, 109028, Москва, Покровский бульвар, 11, тел +7(965)199-29-44, dzeboev.daniil@gmail.com. *Область научных интересов*: Тензориальная алгебра, гиперкомплексные числа, неассоциативные структуры, искусственный интеллект, нейронные сети. Orcid 0009-0008-4004-8750

Статья поступила в редакцию 15.08.2025.