Д

УДК 512.554.1

Д. И. Дзебоев
Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»
109028, Москва, Покровский бульвар, 11

ПОИСК ЕДИНИЦ В ТЕНЗОРИАЛЬНОЙ АЛГЕБРЕ

D. I. Dzeboev
National Research University “Higher School of Economics”
109028, 11 Pokrovsky Boulevard, Moscow

SEARCH OF UNITS IN TENSORIAL ALGEBRA

В работе рассматривается задача аналитического поиска единичных элементов в тензориальной алгебре — обобщённой алгебраической системе билинейного умножения векторов, заданной тензором алгебры. Показано, что действие любого тензориального числа в алгебре может быть представлено в виде линейного оператора, а поиск единицы сводится к решению системы линейных уравнений, при которой свёртка тензора алгебры с неизвестным вектором образует единичную матрицу. Получены общие формулы для левой и правой единицы в терминах псевдообратных матриц Мура–Пенроуза и показано, что при существовании хотя бы одной правой и одной левой единицы они совпадают, образуя единственную двустороннюю (коммутативную) единицу, делающую алгебру унитарной.
Ключевые слова: тензориальная алгебра, тензор алгебры, единица алгебры, правая и левая единица, псевдообратная матрица, линейный оператор, унитарная структура

The paper considers the analytical problem of finding unit elements in tensorial algebra — a generalized algebraic system of bilinear vector multiplication defined by an algebra tensor. It is shown that the action of any tensorial number in the algebra can be represented as a linear operator, and that the search for the unit element reduces to solving a system of linear equations where the contraction of the algebra tensor with an unknown vector yields the identity matrix. General formulas for the left and right units are derived in terms of Moore–Penrose pseudoinverses. It is proven that if at least one right and one left unit exist, they coincide, forming a unique two-sided (commutative) unit that renders the algebra unital.
Key words: tensorial algebra, algebra tensor, algebraic unit, right and left unit, Moore–Penrose pseudoinverse, linear operator, unital structure

Введение

Тензориальная алгебра является одним из направлений современного развития обобщённых алгебраических структур, в которых операция умножения задаётся не аналитически, а конструктивно — через тензор алгебры, определяющий результат произведения любых двух базисных элементов [1]. Такой подход обеспечивает возможность построения алгебр произвольной размерности, не ограничивающихся классическими гиперкомплексными системами (вещественными, комплексными числами, кватернионами и т.д.), и допускает как аналитическое, так и обучаемое определение операции умножения. Это делает тензориальную алгебру универсальным инструментом для моделирования, символьной математики и нейросетевых архитектур, основанных на алгебраических преобразованиях.

Ключевой особенностью тензориальной алгебры является сохранение размерности пространства при выполнении операции умножения, что обеспечивает её замкнутость и позволяет рассматривать пространство алгебры как кольцо. Для дальнейшего анализа таких систем необходимо определить внутренние свойства — наличие единичного элемента, возможность построения обратных и, следовательно, реализацию операции деления. В отличие от традиционных числовых алгебр, где существование единицы очевидно, в тензориальной алгебре наличие и единственность единичного элемента зависят от структуры тензора умножения и потому требуют строгого аналитического описания.

В работе [1] было введено основное определение тензориальной алгебры и показано, что её операция может быть реализована в виде программного класса, выполняющего эйнштейнову свёртку по тензору структуры. В патенте на программу для ЭВМ № 2025667782 [2] эта алгебра была зарегистрирована как универсальный инструмент для вычисления обобщённого произведения тензоров произвольного ранга.

Дальнейшее развитие получила идея представления действия тензориального числа в алгебре как линейного оператора [3]. Такое рассмотрение позволило перейти к линейной форме, где каждое тензориальное число сопоставляется матрице действия, а исследование его свойств сводится к задачам линейной алгебры. На основе этого подхода в патенте № 2025681990 [4] была предложена методика поиска правых и левых единиц в тензориальной алгебре, сводящая задачу к решению систем линейных уравнений относительно вектора, при котором матрица действия принимает вид единичной.

В первой части данной работы формулируется теорема о действии тензориального числа как линейного оператора, во второй — теорема о поиске левой и правой единицы и их аналитическом выражении через псевдообратные матрицы Мура–Пенроуза, а в заключении доказывается теорема о единственности и коммутативности единицы при существовании хотя бы одной пары правой и левой нейтрали.

1 Действие тензориального числа как линейного оператора

Для того чтобы определить, что именно будет являться единичным элементом в тензориальной алгебре, необходимо установить связь между тензориальным числом и его действием на остальные элементы алгебры. Это действие удобно рассматривать как линейный оператор в базисном пространстве. Такой подход позволяет перейти от тензориальной формы записи к привычным операциям линейной алгебры — матричному умножению и исследованию свойств операторов (ранг, определитель, спектр).

Пусть алгебра $\mathcal{A}$ задана тензором структуры третьего ранга $T_{ijk} \in \mathbb{R}^{n \times n \times n}$. Для любых $a, b \in \mathbb{R}^n$ операция умножения определяется формулой:

$$c = a \text{☯} b, \quad c_k = \sum_{i,j} a_i\, b_j T_{ijk}$$

Теорема 1.

Любое тензориальное число $A \in \mathbb{R}^n$в алгебре $\mathcal{A}(T)$может быть представлено в виде матрицы линейного оператора, действующего на произвольный элемент алгебры посредством матричного умножения.

При этом матрицы левого и правого действия задаются свёрткой вектора A с тензором структуры:

$$M^L(A)_{jk} = \sum_i A_i\, T_{ijk}$$

$$M^R(A)_{ik} = \sum_j A_j\, T_{ijk}$$

Тогда для любого $x \in \mathbb{R}^n$ выполняется:

$$A \text{☯} x = M^L(A)\, x$$

$$x \text{☯} A = M^R(A)\, x$$

Доказательство.

Из определения операции тензориального умножения следует:

$$(A \text{☯} x)_k = \sum_{i,j} A_i\, x_j T_{ijk}$$

Зафиксируем вектор A. Тогда каждая компонента A_i определяет линейную комбинацию матриц $T_i = (T_{ijk})_{jk}$, и, следовательно:

$$M^L(A) = \sum_i A_i\, T_i, \quad \text{где } (T_i)_{jk} = T_{ijk}$$

Отсюда:

$$(A \text{☯} x)_k = \sum_j M^L\,(A)_{jk} x_j = (M^L(A)x)_k$$

Аналогично, если фиксировать индекс j, то:

$$M^R(A) = \sum_j A_j\, T^j, \quad \text{где } (T^j)_{ik} = T_{ijk}$$

и, следовательно:

$$(x \text{☯} A)_k = (M^R(A)x)_k$$

Таким образом, каждое тензориальное число может рассматриваться как линейный оператор, однозначно определяющий своё действие на остальные элементы алгебры.

2 Поиск единиц в тензориальной алгебре

Единичным элементом тензориальной алгебры называется такой вектор ($I \in \mathbb{R}^n$), который сохраняет любой элемент алгебры при умножении с соответствующей стороны. Для правой единицы это условие имеет вид:

$$\forall A \in \mathbb{R}^n: \quad \text{einsum}(\text{"}i, j, ijk \to k\text{"},\, A,\, I,\, T) = A$$

для левой —

$$\forall A \in \mathbb{R}^n: \quad \text{einsum}(\text{"}i, j, ijk \to k\text{"},\, I,\, A,\, T) = A,$$

где T — тензор алгебры.

Теорема 2.

Вектор I является единичным элементом тензориальной алгебры тогда и только тогда, когда соответствующая ему матрица действия тождественно равна единичной матрице:

$$M_R(I) = \text{einsum}("j, ijk \to ik", I, T) = E_n$$

$$M_L(I) = \text{einsum}("i, ijk \to jk", I, T) = E_n$$

При этом $M_R(I)$ и $M_L(I)$ являются матрицами правого и левого действия тензориального числа I на пространство алгебры.

Доказательство.

Согласно Теореме 1, действие любого тензориального числа A на элемент алгебры можно рассматривать как линейный оператор, определяемый свёрткой его координат с тензором алгебры:

$$M_R(A) = \text{einsum}("j, ijk \to ik", A, T)$$

$$M_L(A) = \text{einsum}("i, ijk \to jk", A, T)$$

Для того чтобы I было правой единицей, необходимо выполнение условия

$$A = \text{einsum}("i, j, ijk \to k", A, I, T) = \text{einsum}("i, ik \to k", A, M_R(I)) = A,$$

что возможно тогда и только тогда, когда $(M_R(I) = E_n$.

Аналогично, для левой единицы:

$$A = \text{einsum}("i, j, ijk \to k", I, A, T) = \text{einsum}("j, jk \to k", A, M_L(I)) = A$$

что выполняется при $M_L(I) = E_n$.

Следовательно, поиск единицы сводится к решению системы линейных уравнений относительно вектора I, при котором свёртка тензора алгебры с I по первому (для левой) или второму (для правой) индексу порождает единичную матрицу:

$$\text{einsum}("i, ijk \to jk", I, T) = E_n \text{ (левая единица)}$$

$$\text{einsum}("j, ijk \to ik", I, T) = E_n \text{ (правая единица)}$$

Совместность этих систем определяет существование единиц, а их совпадение — наличие единственной коммутативной единицы, делающей алгебру унитарной.

Теорема 3. Формула единицы

Формулы единицы тензориальной алгебры равны:

$$I_L \ = \ \text{vec}_{(j,k)}[T_{ijk}]^+ \, \text{vec}(E_n) \ + \ (I_n - \text{vec}_{(j,k)}[T_{ijk}]^+ \, \text{vec}_{(j,k)}[T_{ijk}]) \, w_L, \quad w_L \in \mathbb{R}^n$$

$$I_R \ = \ \text{vec}_{(i,k)}[T_{ijk}]^+ \, \text{vec}(E_n) \ + \ (I_n - \text{vec}_{(i,k)}[T_{ijk}]^+ \, \text{vec}_{(i,k)}[T_{ijk}]) \, w_R, \quad w_R \in \mathbb{R}^n$$

Доказательство.

Пусть тензориальная алгебра задана тензором алгебры T_{ijk}, и пусть

$$A_L = \text{vec}_{(j,k)}[T_{ijk}] \in \mathbb{R}^{n^2 \times n}$$

$$A_R = \text{vec}_{(i,k)}[T_{ijk}] \in \mathbb{R}^{n^2 \times n}$$

$$b = \text{vec}(E_n) \in \mathbb{R}^{n^2}$$

Тогда множество всех левых (соответственно правых) единиц есть множество всех решений системы

$$A_L I_L = b \quad \text{(соответственно } A_R I_R = b\text{)}$$

Условия существования (Кронекера–Капелли)

Система $AI = b$ совместна тогда и только тогда, когда

$$rank(A) = rank([A \mid b]) \quad \Leftrightarrow \quad AA^{+}b = b$$

где $A \in \{A_L, A_R\}$ и A^{+} — псевдообратная Мура–Пенроуза.

Общее решение при существовании.

Если система $AI = b$ совместна, то все решения имеют вид [5]

$$I = A^{+}b + (I_n - A^{+}A)\,w, \quad w \in \mathbb{R}^n$$

где $A^{+}b$ — фиксированное частное (минимальной нормы) решение, а свободное слагаемое $(I_n - A^{+}A)w$ пробегает ядро A.

В частности,

$$I_L = A_L^{+}\,b + (I_n - A_L^{+}A_L)\,w_L$$
$$I_R = A_R^{+}\,b + (I_n - A_R^{+}A_R)\,w_R$$
$$w_L, w_R \in \mathbb{R}^n$$

Поэтому, возвращаясь к исходным единицам:

$$I_L \;=\; \mathrm{vec}_{(j,k)}[T_{ijk}]^{+}\,\mathrm{vec}(E_n) \;+\; (I_n - \mathrm{vec}_{(j,k)}[T_{ijk}]^{+}\,\mathrm{vec}_{(j,k)}[T_{ijk}])\,w_L, \quad w_L \in \mathbb{R}^n$$
$$I_R \;=\; \mathrm{vec}_{(i,k)}[T_{ijk}]^{+}\,\mathrm{vec}(E_n) \;+\; (I_n - \mathrm{vec}_{(i,k)}[T_{ijk}]^{+}\,\mathrm{vec}_{(i,k)}[T_{ijk}])\,w_R, \quad w_R \in \mathbb{R}^n$$

Размерность и единственность.

Размерность аффинного множества решений равна $\dim\ker(A) = n - rank(A)$

Соответственно:

$$rank(A) = n \;\Leftrightarrow\; \ker(A) = \{0\} \;\Leftrightarrow\; I = A^{+}b \text{ единственно.}$$

Применяя к A_L и A_R, получаем критерии единственности левой/правой единицы.

Теорема 4. О единственности и коммутативности единицы при наличии хотя бы одной правой и хотя бы одной левой.

Пусть тензориальная алгебра с билинейным умножением ☯ задана тензором алгебры T. Предположим, что существует хотя бы одна правая единица I_R и хотя бы одна левая единица I_L, то есть

$$\forall A: \quad A ☯ I_R = A$$
$$\forall A: \quad I_L ☯ A = A$$

Тогда $I_R = I_L$. Обозначая этот элемент через I, получаем единственную двустороннюю единицу (унитарность алгебры), которая автоматически коммутирует с любым элементом:

$$\forall A: \quad I ☯ A \;=\; A \;=\; A ☯ I$$

Доказательство.

Подставим $A = I_R$ в равенство для левой единицы и $A = I_L$ в равенство для правой:

$$I_L ☯ I_R = I_R$$
$$I_L ☯ I_R = I_L$$

Отсюда немедленно следует $I_L = I_R$. Обозначим $I = I_L = I_R$. Тогда для любого A

$$I ☯ A = A \quad \text{и} \quad A ☯ I = A,$$

то есть I — двусторонняя единица и, в частности, «коммутативная» (находится в центре алгебры в том смысле, что $I ☯ A = A ☯ I$ для всех A

Единственность: если I'_L — ещё одна левая единица или I'_R — ещё одна правая, то

$$I'_L = I'_L \text{☯} I = I$$
$$I = I \text{☯} I'_R = I'_R$$

Следовательно двусторонняя единица единственна.

3 Программная реализация

Алгоритмы, описывающие действие тензориального числа как линейного оператора и поиск правых и левых единиц, реализованы в программном модуле TensorialAlgebra, написанном на языке Python с использованием библиотеки PyTorch. Такой выбор обусловлен возможностью работы с тензорами произвольной размерности, наличием встроенных средств линейной алгебры и функцией автоматического дифференцирования, что делает модуль применимым как в аналитических задачах, так и в обучаемых нейросетевых моделях тензориальной алгебры.

Класс TensorialAlgebra представляет собой параметризованный объект, содержащий тензор структуры, который определяет правила умножения элементов алгебры.

Метод forward(x, y) реализует основную операцию тензориального умножения по эйнштейновой свёртке, что соответствует операции x☯y в аналитической форме.

Метод number_as_operator(A, side) вычисляет действие фиксированного тензориального числа A в виде линейного оператора. В зависимости от стороны действия формируются матрицы, которые отображают левое и правое умножение соответственно.

Для нахождения единиц реализован метод search_unit(side, w=None), который строит соответствующую систему линейных уравнений в матричной форме.

Корректность реализации подтверждена тестами на примерах комплексных чисел и кватернионов, где полученные единицы совпадают с известными аналитическими результатами (I=(1,0) и I=(1,0,0,0) соответственно). Кроме того, модуль допускает работу с произвольными случайными тензорами, что позволяет проводить вычислительные эксперименты и исследовать условия существования и единственности единиц в неассоциативных и обучаемых алгебрах.

4 Применение в практических системах

Единичный элемент в тензориальной алгебре играет ключевую роль при построении вычислительных и физических моделей, в которых требуется сохранение инвариантности по отношению к операции умножения. Наличие единственной коммутативной единицы обеспечивает корректность операций нормировки, обратимости и масштабирования в рамках алгебраической структуры, что делает тензориальную алгебру не только теоретически замкнутой системой, но и практическим инструментом для описания процессов в различных областях науки и техники.

Одним из направлений применения результатов данного исследования является моделирование колебательных систем и резонансных взаимодействий. В работе В Н. Беловодского и С. Л. Букина [6] рассмотрено поведение материальной частицы в вибрационной транспортирующей машине нелинейного типа, где движение частицы определяется системой уравнений с билинейными характеристиками. Подобные задачи могут быть естественно описаны средствами тензориальной алгебры, где операция умножения отражает взаимодействие колебательных составляющих, а единичный элемент задаёт состояние динамического равновесия системы. Таким образом, введение единственной тензориальной единицы позволяет корректно формализовать переходные режимы между суб- и супергармоническими колебаниями и описать устойчивые состояния как тензориальные нейтрали.

Другим направлением является применение тензориальных структур в задачах искусственного интеллекта и технологического моделирования. В статье В. С. Солода, В. М. Зуева и С. Б. Ивановой [7] показана возможность использования нейросетевых моделей для оптимизации металлургических процессов. Подобные системы могут быть дополнены тензориальными алгебрами с обучаемыми структурами, где единица играет роль эталонного состояния технологического режима — базовой точки стабилизации в параметрическом пространстве. Это обеспечивает возможность реализовать обучаемые модели, сохраняющие внутреннюю согласованность и обратимость при изменении производственных параметров.

Кроме того, физические интерпретации единицы тензориальной алгебры находят отклик в моделировании упорядоченных систем, описываемых топологическими и симметрийными свойствами. Так, в работе С. А. Федорова, Ю. А. Безуса и А. Е. Рыбалки [8] исследованы поляритонные возбуждения в гексагональных наноструктурах. Единица тензориальной алгебры в таких моделях может рассматриваться как инвариантный элемент, задающий симметричное базисное состояние поля, относительно которого описываются все нарушения и возмущения. Это позволяет использовать тензориальные операторы для построения симметрийно-инвариантных гамильтонианов и анализа энергетических спектров сложных кристаллических решёток.

Таким образом, понятие единицы в тензориальной алгебре выходит за рамки абстрактной алгебраической конструкции и становится фундаментальным элементом прикладных моделей — от механики и физики колебаний до нейросетевого моделирования и квантово-топологических систем. Наличие единственной коммутативной единицы гарантирует устойчивость описания, возможность обратных преобразований и корректную интерпретацию физических или вычислительных процессов в рамках единого алгебраического пространства.

Заключение

Выполненное исследование позволило установить строгие аналитические условия существования и единственности/бесконечности единичного элемента в тензориальной алгебре, а также их формулы. Показано, что действие тензориального числа в алгебре может рассматриваться как линейный оператор, а поиск правой и левой единицы сводится к решению систем линейных уравнений, в которых свёртка тензора алгебры с неизвестным вектором образует единичную матрицу.

Получены общие формулы для левой и правой единицы через псевдообратные матрицы Мура–Пенроуза, что позволяет аналитически описывать все случаи — отсутствие решения, единственность или существование бесконечного множества единиц. Доказано, что при наличии хотя бы одной правой и одной левой единицы они совпадают, образуя единственную коммутативную (двустороннюю) единицу, делающую алгебру унитарной.

Результаты имеют не только теоретическое значение, но и практическое применение: программная реализация в модуле TensorialAlgebra позволяет автоматически определять существование и структуру единицы для произвольного тензора алгебры, включая обучаемые модели. Это делает возможным интеграцию тензориальных алгебр в системы символьных и нейросетевых вычислений, а также применение в задачах физического моделирования и анализа симметрий.

Список литературы

1. Дзебоев Д. И. Тензориальная алгебра. *Проблемы искусственного интеллекта*. 2025. № 3(38). Раздел: Искусственный интеллект и машинное обучение. С. 11–18.
2. Патент на программу для ЭВМ № 2025667782.Тензориальная алгебра / Дзебоев Д. И. Роспатент, 2025.
3. Патент на программу для ЭВМ № 2025681930 –Действие тензориального числа в алгебре как линейного оператора / Дзебоев Д. И. Роспатент, 2025.
4. Патент на программу для ЭВМ № 2025681990. Поиск правых и левых единиц в тензориальной алгебре / Дзебоев Д. И. Роспатент, 2025.
5. Ben-Israel A., Greville T. N. E. Generalized Inverses: Theory and Applications. New York: Springer, 2003.
6. Беловодский В. Н., Букин С. Л. О перемещениях материальной частицы на горизонтальной транспортирующей машине нелинейного типа, совершающей суб- и супергармонические колебания. *Проблемы искусственного интеллекта*. 2025. № 3(38). С. 15–24.
7. Солод В. С., Зуев В. М., Иванова С. Б. Оценка возможностей использования нейросетевых моделей для оптимизации технологии охлаждения арматурной стали. *Проблемы искусственного интеллекта.* 2025. № 3(38). С. 25–33.
8. Федоров С. А., Безус Ю. А., Рыбалка А. Е. Поляритонные возбуждения в топологически упорядоченном неидеальном гексагональном массиве микропор с примитивной решёткой. *Проблемы искусственного интеллекта*. 2025. № 3(38). С. 34–42.

References

1. Dzeboev D. I. Tensorial Algebra. // Problems of Artificial Intelligence. – 2025. – No. 3(38). – Section: Artificial Intelligence and Machine Learning.
2. Computer Program Patent No. 2025667782 – Tensorial Algebra / Dzeboev D. I. – Rospatent, 2025.
3. Computer Program Patent No. 2025681930 – Action of a Tensorial Number in Algebra as a Linear Operator / Dzeboev D. I. – Rospatent, 2025.
4. Computer Program Patent No. 2025681990 – Search of Right and Left Units in Tensorial Algebra / Dzeboev D. I. Rospatent, 2025.
5. Penrose R. The Road to Reality: A Complete Guide to the Laws of the Universe. London: Vintage, 2004. 1136 p.
6. Belovodsky V. N., Bukin S. L. On the Displacement of a Material Particle on a Horizontal Nonlinear-Type Transporting Machine Performing Sub- and Superharmonic Oscillations. // Problems of Artificial Intelligence. – 2025. – No. 3(38). – pp. 15–24.
7. Solod V. S., Zuev V. M., Ivanova S. B. Assessment of the Possibilities of Using Neural Network Models to Optimize the Technology of Reinforcing Steel Cooling. // Problems of Artificial Intelligence. – 2025. – No. 3(38). pp. 25–33.
8. Fedorov S. A., Bezus Yu. A., Rybalka A. E. Polaritonic Excitations in a Topologically Ordered Non-Ideal Hexagonal Array of Micropores with a Primitive Lattice. // Problems of Artificial Intelligence. – 2025. – No. 3(38). pp. 34–42.

RESUME

D. I. Dzeboev

Search of units in Tensorial Algebra

Background: Tensorial Algebra, which defines multiplication through an algebra tensor, generalizes hypercomplex systems while preserving dimensionality under multiplication. For such structures to be well-defined and reversible, the existence of a unit element must be analytically established rather than assumed.

Materials and methods: The action of a tensorial number is represented as a linear operator. The search for left and right units is reduced to solving a system of linear equations where the contraction of the algebra tensor with an unknown vector yields the identity matrix. Moore–Penrose pseudoinverse matrices are used to obtain analytical expressions for all possible cases — nonexistence, uniqueness, or infinite multiplicity of units.

Results: Explicit formulas for left and right units are derived, and their equivalence is proven: if at least one right and one left unit exist, they coincide, forming a unique commutative identity that renders the algebra unital. A computational implementation of the method confirms correctness on classical algebras such as complex numbers and quaternions.

Conclusion: The existence of a unique commutative unit is a necessary condition for unital tensorial algebras. The proposed analytical and computational framework enables automated detection and verification of unit elements for arbitrary algebra tensors, supporting applications in artificial intelligence, neural modeling, and physical systems with tensorial symmetry.

РЕЗЮМЕ

Д. И. Дзебоев

Поиск единиц в тензориальной алгебре

Тензориальная алгебра, задающая умножение элементов с помощью тензора алгебры, является обобщением гиперкомплексных систем и обеспечивает сохранение размерности пространства при умножении. Для корректного построения алгебраической структуры требуется наличие единичного элемента, что в общем случае не гарантируется свойствами тензора.

Рассмотрено представление действия тензориального числа как линейного оператора и доказано, что поиск единицы сводится к решению системы линейных уравнений относительно вектора, при котором свёртка тензора алгебры с этим вектором порождает единичную матрицу. Для нахождения единиц использованы развёртки тензора и псевдообратные матрицы Мура–Пенроуза, позволяющие описывать все типы решений.

Результаты:Получены аналитические формулы для левой и правой единицы, доказаны критерии их существования и показано, что при наличии хотя бы одной правой и одной левой единицы они совпадают, образуя единственную коммутативную нейтраль. Приведена программная реализация алгоритмов поиска единиц и проверена их корректность на примерах известных алгебр.

Наличие единственной коммутативной единицы является необходимым условием унитарности тензориальной алгебры. Разработанный аппарат позволяет выполнять автоматический поиск и анализ структуры единицы в алгебрах произвольной размерности, что открывает возможности применения в задачах искусственного интеллекта, нейросетевого моделирования и физико-математических симметрий.

Дзебоев Д. И. – стажёр-исследователь, НИУ ВШЭ, Факультет компьютерных наук, Лаборатория моделирования и управления сложными системами, 109028, Москва, Покровский бульвар, 11, тел +7(965)199-29-44, dzeboev.daniil@gmail.com. *Область научных интересов*: Тензориальная алгебра, гиперкомплексные числа, неассоциативные структуры, искусственный интеллект, нейронные сети. Orcid 0009-0008-4004-8750

Статья поступила в редакцию 09.10.2025.