

УДК 004.93

DOI 10.24412/2413-7383-2025-4-39-173-181

В. М. Зуев

Федеральное государственное бюджетное научное учреждение
«Институт проблем искусственного интеллекта», г. Донецк
283048, г. Донецк, ул. Артема, 118 б

ПОГРЕШНОСТЬ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ПОЛОЖЕНИЯ СЛЕДУЮЩЕГО КАДРА СЪЁМКИ

V.M. Zuev

Federal State Budgetary Scientific Institution «Institute of Artificial Intelligence Problems»
283048, Donetsk, Artem str., 118 b

ERROR IN PREDICTING THE POSITION OF THE NEXT FILM FRAME

V. M. Zuev

Budgetary Foederati Publica Institutione Scientific Institutum Intelligentiae Artificialis Problems,
Donetsk 118 b Artyom str., Donetsk, 283048

ERROR IN PRAEDICTIONE SITUS PROXIMAE IMAGINIS PELLICULAE

В статье рассматривается погрешность прогнозирования следующего кадра съёмки, основанного на решении динамической и кинематической модели перемещения камеры, при условии, что камера жёстко закреплена на борту аппарата. Полученные математические зависимости погрешности от различных условий, в отличие от часто использующихся для этой цели нейронных сетей, дают математические зависимости, из которых легко получить необходимые численные характеристики.

Ключевые слова: детекция, прогнозирование, погрешность.

This article examines the error in predicting the next frame based on a dynamic and kinematic model of camera movement, assuming the camera is rigidly mounted on board the vehicle. The resulting mathematical dependencies of the error on various conditions, unlike neural networks often used for this purpose, yield mathematical dependencies from which the necessary numerical characteristics can be easily derived.

Keywords: detection, forecasting, error

Hic articulus errorem in praedictione proximae imaginis examinat, fretus exemplo dinamico et cinematico motus camerae, assumendo cameram rigide in vehiculo affixam esse. Dependendiae mathematicae erroris a variis condicionibus resultantes, dissimiles retibus neuralibus saepe ad hunc finem adhibitibus, dependendias mathematicas gignunt, ex quibus notae numericae necessariae facile derivari possunt.

Affatus clavis: detectio, praedictio, error

Введение

Прогнозирование следующего кадра съемки позволяет использоваться в алгоритмах обнаружения и детекции объектов, в оптической одометрии, оптической навигации и других приложениях. Эффективность этих алгоритмов в значительной мере зависит от погрешности прогнозирования кадра съемки.

Ниже описан способ вычисления погрешности прогнозирования кадра съёмки, основанного на решении динамической модели камеры, при условии, что камера жёстко закреплена на борту аппаратуры. Из полученных прямых математических зависимостей легко получить необходимые численные характеристики погрешности при различных условиях. В отличие от часто используемого для этой цели анализа нейронных сетей [1], [2], которые дают параметры только конкретной реализации, полученные математические зависимости дают универсальный способ получения необходимых численных характеристик и даже дать рекомендации по выбору лучшей конструкции аппарата.

Общая постановка задачи. Пусть в момент времени t положение и ориентация камеры задаются [3], [4] вектором состояния $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n$, где n – размерность модели (обычно $n=12$: 3 координаты положения, 3 скорости, 3 угла Эйлера или кватерниона, 3 угловые скорости).

Для простоты считаем, что камера жёстко закреплена на корпусе ЛА, поэтому её положение и ориентация в глобальной (инерциальной) системе координат полностью определяются $\mathbf{x}(t)$ и известной калибровкой [5], [6] (внешними параметрами камеры) $\mathbf{T}_{cb} \in SE(3)$ – преобразованием из системы координат корпуса в систему координат камеры. Случай, когда камера имеет поворотное устройство не трудно получить из предлагаемых выкладок.

Цель прогнозирования: по текущему состоянию $\mathbf{x}(t_0)$ и динамической модели $\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)$ (где $\mathbf{u}(t)$ – управление) предсказать изображение сцены в момент $t_0 + \Delta t$. Это эквивалентно [7] прогнозированию проекции точек сцены на изображение, что зависит от положения камеры $\mathbf{P}(t_0 + \Delta t) \in SE(3)$.

Источники погрешности

Погрешность прогнозирования кадра δI обусловлена следующими факторами:

- 1) погрешность модели динамики $\delta \mathbf{x}_{mdl}$: модель *f* несовершенна (упрощения, неучтённые возмущения и т. д.).
- 2) погрешность начальных условий $\delta \mathbf{x}_0$: неточное знание $\mathbf{x}(t_0)$.
- 3) погрешность управления $\delta \mathbf{u}$: неточное знание или прогноз относительно будущего управления.
- 4) погрешность интегрирования $\delta \mathbf{x}_{num}$: численные ошибки при решении ОДУ.
- 5) погрешность внешней калибровки $\delta \mathbf{T}_{cb}$: неточное определение положения/ориентации камеры относительно корпуса.
- 6) погрешность модели сцены: если прогноз основан на 3D-модели сцены, то её неточности также вносят свой вклад.

Ниже мы сосредоточимся на первых четырёх, поскольку они непосредственно связаны с динамикой камеры.

Обозначим: $\hat{\mathbf{x}}(t)$ – прогнозируемое состояние (решение модели), $\check{\mathbf{x}}(t)$ – истинное состояние, $\mathbf{P}(t) = \Phi(\mathbf{x}(t)) \in SE(3)$ – положение камеры, полученное из состояния с помощью известного отображения Φ (включающего \mathbf{T}_{cb}).

Тогда погрешность позы [8] камеры:

$$\delta \mathbf{P}(t) = \check{\mathbf{P}}(t) \ominus \hat{\mathbf{P}}(t), \quad (1)$$

где \ominus — операция «разности» в SE(3) (например, через логарифмическое отображение в se(3)). Линеаризуем отображение Φ в окрестности $\hat{\mathbf{x}}(t)$:

$$\delta \mathbf{P}(t) \approx \mathbf{J}_{\Phi}(t) \cdot \delta \mathbf{x}(t), \quad (2)$$

$$\text{где } \mathbf{J}_{\Phi}(t) = \left. \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\hat{\mathbf{x}}(t)} \in \mathbb{R}^{6 \times n} \quad (3)$$

– якобиан преобразования состояния в позу камеры. Он имеет 6 параметров: 3 трансляции и 3 угла.

Погрешность состояния

Погрешность состояния обозначим как $\delta \mathbf{x}(t)$. Эта погрешность есть разница между фактическим и предсказанным состоянием:

$$\delta \mathbf{x}(t) = \check{\mathbf{x}}(t) - \hat{\mathbf{x}}(t). \quad (4)$$

Тогда динамика этой погрешности описывается вариационным уравнением [9], [10], (похожим на уравнение состояния в уравнении Калмана [11, 12]):

$$\delta \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(t) \delta \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(t) \delta \mathbf{u}(t) + \varepsilon(t), \quad (5)$$

где:

$$\mathbf{A}(t) = \left. \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\hat{\mathbf{x}}(t), \mathbf{u}(t)} \text{ – матрица Якоби [13] динамики,}$$

$$\mathbf{B}(t) = \left. \frac{\partial f}{\partial \mathbf{u}} \right|_{\hat{\mathbf{x}}(t), \mathbf{u}(t)} \text{ – влияние ошибки управления,}$$

$\varepsilon(t)$ – ошибка модели (разница между истинной и модельной динамикой).

Решение этого линейного неоднородного уравнения [14]:

$$\delta \mathbf{x}(t_0 + \Delta t) = \Phi(t_0 + \Delta t, t_0) \delta \mathbf{x}_0 + \int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} \Phi(t_0 + \Delta t, \tau) [\mathbf{B}(\tau) \delta \mathbf{u}(\tau) + \varepsilon(\tau)] d\tau, \quad (6)$$

где $\Phi(t, t_0)$ — фундаментальная матрица решений (матрица перехода) системы $\delta \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(t) \delta \mathbf{x}(t)$.

Погрешность проецирования точки на изображение

Пусть $\mathbf{X}(t) \in \mathbb{R}^3$ — трёхмерная точка сцены в глобальной системе координат. Её проекция \mathbf{p} [6] на изображение:

$$\mathbf{p} = \pi(\mathbf{P}^{-1} \tilde{\mathbf{X}}) \quad (7)$$

где $\tilde{\mathbf{X}} = [\mathbf{X}^T, \mathbf{1}]^T$, $\pi(\cdot)$ - функция проецирования камеры (включает внутренние параметры). Погрешность проекции:

$$\delta \mathbf{p} \approx \mathbf{J}_{\pi}(t) \cdot \delta \mathbf{P},$$

где $\mathbf{J}_{\pi} = \frac{\partial \pi}{\partial \mathbf{P}}$ — якобиан проекции по положению камеры (размер 2×6).

Подставляя $\delta \mathbf{P} \approx \mathbf{J}_{\Phi}(t) \cdot \delta \mathbf{x}$, получаем:

$$\delta \mathbf{p} \approx \mathbf{J}_{\pi}(t) \cdot \mathbf{J}_{\Phi}(t) \cdot \delta \mathbf{x}(t_0 + \Delta t). \quad (8)$$

Или так:

$$\delta \mathbf{p} \approx \mathbf{J}_{\text{tot}}(t) \cdot \delta \mathbf{x}(t_0 + \Delta t) \quad (9)$$

где:

$$\mathbf{J}_{\text{tot}}(t) = \mathbf{J}_{\pi}(t) \cdot \mathbf{J}_{\Phi}(t). \quad (10)$$

Итоговая погрешность проекции зависит от:

- чувствительности проекции к положению камеры \mathbf{J}_{π} ,
- чувствительность положения к состоянию ЛА \mathbf{J}_{Φ} ,
- накопленной ошибки состояния $\delta \mathbf{x}(t_0 + \Delta t)$, которая, в свою очередь, зависит от начальной ошибки, ошибки модели, управления и ошибки численного интегрирования.

Оценка величины погрешности

Если предположить, что все источники ошибок ограничены:

$$\|\delta \mathbf{x}_0\| \leq \sigma_0, \quad \|\delta \mathbf{u}(t)\| \leq \sigma_u, \quad \|\delta \varepsilon(\tau)\| \leq \sigma_\varepsilon, \quad \|\delta \mathbf{T}_{cb}\| \leq \sigma_c, \quad (11)$$

и если известна оценка нормы фундаментальной матрицы:

$$\|\Phi(t, t_0)\| \leq k(t - t_0) \quad (12)$$

Худший случай, (например, экспоненциальный рост при неустойчивой динамике), то можно получить верхнюю границу:

$$\|\delta \mathbf{p}\| \leq \|\mathbf{J}_{\text{tot}}\| \cdot \left[k(\Delta t)\sigma_0 + \int_0^{\Delta t} k(\Delta t - \tau)(\|\mathbf{B}\|\sigma_u + \sigma_\varepsilon) d\tau \right] + \|\mathbf{J}_{\pi}\|\sigma_c \quad (13)$$

Эта формула показывает, что погрешность прогноза кадра растёт со временем прогноза Δt , усиливается при неустойчивой динамике (большой k), чувствительна к ошибкам в начальных условиях и управлении, зависит от геометрии сцены (через \mathbf{J}_{π} : точки, расположенные ближе к краю кадра или на большом расстоянии, дают большую погрешность).

Рассмотрим конкретный пример для упрощённой модели и численную оценку для типичных параметров перемещаемой платформы. Возьмем 3D-модель, такую, что текущее значение углов Эйлера всегда известно. Для этого примера [15-17] примем следующие допущения: состояние платформы описывается так положение центра масс: $\mathbf{r} = [x, y, z]^T \in \mathbb{R}^3$, скорость равна $\mathbf{v} = [\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}]^T \in \mathbb{R}^3$, углы Эйлера (тангаж θ , рыскание ψ , крен ϕ): $\boldsymbol{\eta} = [\phi, \theta, \psi]^T \in \mathbb{R}^3$ и угловая скорость: $\boldsymbol{\omega} = [p, q, r]^T \in \mathbb{R}^3$.

Таким образом, движение описывается вектором: $\mathbf{x} = [\mathbf{r}^T, \mathbf{v}^T, \boldsymbol{\eta}^T, \boldsymbol{\omega}^T]^T \in \mathbb{R}^{12}$.

Углы Эйлера считаются точно известными в каждый момент времени (например, благодаря высокоточному датчику). То есть погрешность в $\boldsymbol{\eta}$ отсутствует: $\delta \boldsymbol{\eta}(t) = \mathbf{0}$

Камера жёстко закреплена в точке \mathbf{r}_c^b в системе координат корпуса, без поворота относительно корпуса (для простоты):

$$\mathbf{T}_{cb} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_3 & \mathbf{r}_c^b \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Динамическая модель здесь – упрощённая кинематическая модель движения центра масс и вращения:

$\dot{\mathbf{r}} = \mathbf{v}$, $\dot{\mathbf{v}} = \mathbf{a}$ – известное (или прогнозируемое) ускорение,

$\dot{\boldsymbol{\eta}} = \mathbf{W}(\boldsymbol{\eta})\boldsymbol{\omega}$, где \mathbf{W} – матрица связи угловой скорости и производных углов Эйлера,

$\dot{\boldsymbol{\omega}} = \boldsymbol{\alpha}$ — прогнозируемое угловое ускорение.

Но поскольку $\boldsymbol{\eta}(t)$ известно точно, мы можем не моделировать его динамику, а использовать как заданную функцию времени.

Погрешность возникает только из-за неточного прогноза $\mathbf{r}(t)$ и $\mathbf{v}(t)$, то есть из-за ошибок в ускорении $\mathbf{a}(t)$.

Оценим погрешность проецирования точки сцены $\mathbf{X}(t) \in \mathbb{R}^3$ на изображение в момент $t = t_0 + \Delta t$, обусловленную ошибкой прогноза положения камеры $\delta \mathbf{r}_c(t)$.

1) Позиция для съёмки

Положение камеры в глобальной системе:

$$\mathbf{r}_c(t) = \mathbf{r}(t) + \mathbf{R}(\boldsymbol{\eta}(t))\mathbf{r}_c^b \quad \text{где } \mathbf{R}(\boldsymbol{\eta}) \in SO(3) \quad (14)$$

– матрица поворота из локальной системы координат в глобальную (строится на основе углов Эйлера).

Поскольку $\boldsymbol{\eta}(t)$ известно точно, ошибка в $\mathbf{r}_c(t)$ обусловлена только ошибкой в $\mathbf{r}(t)$:

$$\delta \mathbf{r}_c(t) = \delta \mathbf{r}(t). \quad (15)$$

Ориентация камеры $\mathbf{R}_c = \mathbf{R}(\boldsymbol{\eta}(t))$ – без ошибок.

2) Прогноз местоположения и его погрешность

Пусть ускорение моделируется как $\hat{\mathbf{a}}(t)$, но истинное ускорение – $\ddot{\mathbf{a}}(t) = \hat{\mathbf{a}}(t) + \boldsymbol{\varepsilon}_a(t)$, где $\|\boldsymbol{\varepsilon}_a(t)\| \leq \sigma_a$.

Тогда ошибка в положении за Δt :

$$\delta \mathbf{r}(t_0 + \Delta t) = \int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} \int_{t_0}^{\tau} \boldsymbol{\varepsilon}_a(t) ds d\tau \quad (16)$$

Если $\boldsymbol{\varepsilon}_a(t)$ постоянно (это в худшем случае), то:

$$\|\delta \mathbf{r}\| \leq \frac{1}{2} \sigma_a (\Delta t)^2. \quad (17)$$

Если есть ошибка и в начальной скорости $\delta \mathbf{v}_0$, то:

$$\delta \mathbf{r} = \delta \mathbf{v}_0 \Delta t + \frac{1}{2} \sigma_a (\Delta t)^2 \quad (18)$$

3) Проекция на изображение

Пусть внутренние параметры камеры заданы матрицей $\mathbf{K} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$. Тогда проекция точки \mathbf{X} в пиксельные координаты:

$$\tilde{\mathbf{p}} = \mathbf{K} \mathbf{R}_c^T (\mathbf{X} - \mathbf{r}_c) \quad (19)$$

где

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} \tilde{p}_x \\ \tilde{p}_z \\ \tilde{p}_y \\ \tilde{p}_z \end{bmatrix} \quad (20)$$

Линеаризуем по \mathbf{r}_c . Обозначим координаты точки в системе камеры:

$$\mathbf{X}_c = \mathbf{R}_c^T (\mathbf{X} - \mathbf{r}_c) = [X_c, Y_c, Z_c]^T \quad (21)$$

f_x, f_y — фокусные расстояния (из \mathbf{K}).

Тогда якобиан проекции при смещении камеры:

$$\frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \mathbf{r}_c} = -\frac{1}{Z_c} \begin{bmatrix} f_x & 0 & -f_x \frac{X_c}{Z_c} \\ 0 & f_y & -f_y \frac{Y_c}{Z_c} \end{bmatrix} \mathbf{R}_c^T \quad (22)$$

Обозначим эту матрицу как $\mathbf{J}_p \in \mathbb{R}^{2 \times 3}$.

Тогда погрешность проекции будет равна:

$$\delta \mathbf{p} = \mathbf{J}_p \delta \mathbf{r}_c \quad (23)$$

Численный пример.

Пусть: $\Delta t = 0.5$ с, $\sigma_a = 0.2$ м/с² (типичная ошибка в моделировании ускорения БПЛА)
 $\delta \mathbf{v}_0 = 0$ (идеальная начальная скорость), $\mathbf{r}_c^b = [0.2, 0, 0.1]^T$ м (камера смещена вперёд и вверх),
 Углы Эйлера (тангаж $\theta = 10^\circ$, рыскание $\psi = 45^\circ$, крен $\phi = 0^\circ$): вычисляем \mathbf{R}_c
 Точка съёмки: $\mathbf{X} = [100, 50, 0]^T$ м (на земле, в 100 м от старта). Камера [18], [19]:
 $f_x, f_y = 800$ пикселей, $Z_c = 95$ м (примерно).

Тогда, подставляя значения в вышеприведенные формулы, получаем:

$$\begin{aligned} \|\delta \mathbf{r}\| &\leq \frac{1}{2} \cdot 0.2 \cdot (0.5)^2 = 0.025 \text{ м} = 2,5 \text{ см}, \\ \|\mathbf{J}_p\| &\approx f_x \frac{1}{Z_c} \approx \frac{800}{95} \approx 8.4 \text{ пикс/м}, \\ \|\delta \mathbf{p}\| &\leq 8.4 \cdot 0.025 \approx 0.21 \text{ пикселя}. \end{aligned}$$

Вывод: при хорошей модели ускорения и точных углах Эйлера ошибка прогноза кадра через 0,5 с составляет менее 0,3 пикселя, что приемлемо для многих задач (стабилизации, визуального сопровождения, оптической навигации).

Но если: $\Delta t = 2$ с, $\|\delta \mathbf{r}\| \leq 0.4$ м, $Z_c = 20$ м (низкий полёт), то $f/Z_c = 40$ пиксель/м

Тогда $\|\delta \mathbf{p}\| \leq 40 \cdot 0.4 \approx 16$ пикселей, а это уже существенная ошибка.

Заключение

С качественной точки зрения погрешность прогнозирования кадра – это композиция ошибок:

1. Динамическая ошибка – накопление неточностей в модели движения.
2. Кинематическая трансформация – преобразование ошибки состояния в ошибку положения камеры.
3. Проекционная чувствительность – как эта ошибка в положении влияет на расположение пикселей.

Для минимизации погрешности важно:

- использовать точные динамические модели (возможно, с учётом аэродинамики и возмущений),
- точно оценивать начальное состояние (например, с помощью расширенного фильтра Калмана [20], [21]),
- учитывать неопределённость управления,
- калибровка внешних параметров камеры с высокой точностью.

Погрешность проекции растёт как:

$$\|\delta \mathbf{p}\| \propto \frac{1}{Z_c} \cdot \left(\|\delta \mathbf{v}_0\| \Delta t + \frac{1}{2} \sigma_a (\Delta t)^2 \right),$$

где первый множитель – это ошибка масштаба проекции, а второй – ошибка позиции.

Можно сделать такие выводы для практики:

- существует критическая высота полёта (чем ниже, тем больше погрешность в пикселях),
- погрешность увеличивается в квадрате со временем прогноза
- погрешность линейно зависит от ошибки ускорения.

При точно известных углах Эйлера основной вклад в погрешность прогноза кадра вносит неточность прогноза траектории центра масс, и, особенно, неточность ускорения. В типичных условиях [22] (умеренное время прогноза, средняя высота) погрешность может составлять менее 1 пикселя, но быстро растёт при увеличении Δt или снижении высоты.

Список литературы

1. Vukoti' V., Pinteа S-L., Raymond C., Gravier G., Jan van Gemert. One-Step Time-Dependent Future Video Frame Prediction with a Convolutional Encoder-Decoder Neural Network. [inria.hal.science, hal-01467064/document](https://hal.science/hal-01467064/document)
2. Mahjourian R., Wicke M., Angelova A. Geometry-Based Next Frame Prediction from Monocular Video. arXiv:1609.06377v2 Jun 2017
3. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика, Учеб. Пособие В 10 томах, Т.1 Механика, Гл. ред. Физ.-мат. Лит. 1988.-216 с. ISBN 5-02-013650-9 (т.1)
4. Голдстейн Г. Классическая механика Наука, Физ.-мат. лит. 1975
5. M. Li, A.I. Mourikis: "Online Temporal Calibration for Camera-IMU Systems: Theory and Algorithms," International Journal of Robotics Research, 33(7), pp. 947-964, June 2014.
6. A.I. Mourikis, N. Trawny, S.I. Roumeliotis, A. Johnson, A. Ansar, L. Matthies: "Vision-Aided Inertial Navigation for Spacecraft Entry, Descent, and Landing," IEEE Transactions on Robotics, 25(2), pp. 264-280, April 2009. 2009 IEEE Transactions on Robotics Best Paper Award (King-Sun Fu Memorial Award)
7. G. Huang, A.I. Mourikis, S.I. Roumeliotis: "On the Consistency of Multi-robot Cooperative Localization," Proceedings of the Robotics: Science and Systems Conference, Seattle, WA, June 28-July 1, 2009.
8. M. Li, A.I. Mourikis, "Optimization-based Estimator Design for Vision-Aided Inertial Navigation," Proceedings of the Robotics: Science and Systems Conference, Sydney, Australia, July 2012, pp. 241-248.
9. Эльсгольц Л. Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление, М., Наука, 1969
10. Гельфанд И. М. Фомин С. В. Вариационное исчисление. Наука, Физ.-мат. Лит. 1961
11. Зейферт Г., Трефалль В., Вариационное исчисление в целом. Ижевск, Издательский дом «Удмуртский университет» 2000, 160 стр. ISBN 5-7029-0336-6
12. Julier, S.J.; Uhlmann, J.K. (2004). "Unscented filtering and nonlinear estimation" *Proceedings of the IEEE*. **92** (3): 401–422. doi:10.1109/jproc.2003.823141
13. Фихтенгольц Г. М., Курс дифференциального и интегрального исчисления, т 1-3, М, Наука, 1969
14. Понтрягин Л. С. Обыкновенные дифференциальные уравнения, М, Наука, 1970
15. Зуев, В. М. Отбор значимых данных при разработке робототехнических устройств [Текст] / В. М. Зуев, С. А. Рудской // Искусственный интеллект: теоретические аспекты и практическое применение : материалы Донецкого Международного круглого стола. Донецк : ФГБНУ «ИПИИ», 2025. 296 с. С. 90-93.
16. Зуев, В. М. Оценка собственного местоположения аппарата на основе анализа видеоизображения / В. М. Зуев, С. Б. Иванова // Проблемы искусственного интеллекта. 2024. № 2 (33). С. 21–28. ISSN 2413-7383. DOI 10.24412/2413-7383-2024-2-21-28.
17. Зуев, В. М. Улучшение визуального обнаружения объектов / Искусственный интеллект: теоретические аспекты, практическое применение : материалы Донецкого международного научного круглого стола. Донецк : ФГБНУ «ИПИИ», 2024. – 238 с. – С. 67–72.
18. Фролов, В. В. Анализ характеристик видеокамер оптического диапазона для работы в составе интеллектуальных систем обнаружения и оценки объектов беспилотными авиационными системами // Искусственный интеллект: теоретические аспекты, практическое применение : материалы Донецкого международного научного круглого стола. Донецк : ФГБНУ «ИПИИ», 2024. 328 с. С. 304–310.
19. Фролов, В. В. Методы синхронного сложения видеосигналов // Искусственный интеллект: теоретические аспекты, практическое применение : материалы Донецкого международного научного круглого стола. Донецк : ФГБНУ «ИПИИ», 2023. 252 с. С. 217–220.
20. Kalman R.E. New Results in Linear Filtering and Prediction Theory. Transactions of the ASME, Journal of Basic Engineering. March 1961, p.95-108.
21. Grewal M. S. Andrews A. Kalman filtering: Theory and practice using MATLAB. 2001. John Wiley & Sons. ISBN 0-471-39254-5
22. ОДМ 218.9.017–2019 Методические рекомендации по производству аэрофототопографических работ с использованием беспилотных летательных аппаратов при изысканиях в целях строительства и реконструкции автомобильных дорог (РОСАВТОДОР) Москва 2021 – 55с.

References

1. Vukoti'V., Pinteá S-L., Raymond C., Gravier G., Jan van Gemert. One-Step Time-Dependent Future Video Frame Prediction with a Convolutional Encoder-Decoder Neural Network. [inria.hal.science, hal-01467064/document](https://inria.hal.science/hal-01467064/document)
2. Mahjourian R., Wicke M., Angelova A. Geometry-Based Next Frame Prediction from Monocular Video. arXiv:1609.06377v2 Jun 2017
3. Landau L D Lifshits E M Theoretical Physics, Textbook. Manual In 10 volumes, Vol.1 Mechanics, Head. ed. Phys.-math. Lit. 1988.-216 p. ISBN 5-02-013650-9 (Vol.1)
4. Goldstein G. Classical Mechanics, Addison-Wesley, 2002, 638 p, ISBN 978-0-201-65702-9
5. M. Li, A.I. Mourikis: "Online Temporal Calibration for Camera-IMU Systems: Theory and Algorithms," International Journal of Robotics Research, 33(7), pp. 947 964, June 2014.
6. A.I. Mourikis, N. Trawny, S.I. Roumeliotis, A. Johnson, A. Ansar, L. Matthies: "Vision-Aided Inertial Navigation for Spacecraft Entry, Descent, and Landing," IEEE Transactions on Robotics, 25(2), pp. 264-280, April 2009. 2009 IEEE Transactions on Robotics Best Paper Award (King-Sun Fu Memorial Award)
7. G.Huang, A.I. Mourikis, S.I. Roumeliotis: "On the Consistency of Multi-robot Co operative Localization," Proceedings of the Robotics: Science and Systems Conference, Seattle, WA, June 28-July 1, 2009.
8. M.Li, A.I. Mourikis, "Optimization-based Estimator Design for Vision-Aided Inertial Navigation," Proceedings of the Robotics: Science and Systems Conference, Sydney, Australia, July 2012, pp. 241-248.
9. L. E. Elsgolts. Differential Equations and Calculus of Variations, Moscow, Nauka, 1969
10. Gelfand I. M. Fomin S. V. Variational Calculus, Moscow, Nauka, 1961
11. Seifert G., Trefall V., Calculus of Variations in General. Izhevsk, Udmurt University Publishing House 2000, 160 pages. ISBN 5-7029-0336-6
12. Julier, S.J.; Uhlmann, J.K. (2004). "[Unscented filtering and nonlinear estimation](https://doi.org/10.1109/jproc.2003.823141)" *Proceedings of the IEEE*. **92** (3): 401–422. doi:10.1109/jproc.2003.823141
13. Fikhtengolts, G. M., Course of Differential and Integral Calculus, vols. 1-3, Moscow, Nauka, 1969
14. Pontryagin L. S. Ordinary Differential Equations, Moscow, Nauka, 1970
15. Zuev, V. M. Selection of Significant Data in the Development of Robotic Devices [Text] / V. M. Zuev, S. A. Rudskoy // Artificial Intelligence: Theoretical Aspects and Practical Application : Materials of the Donetsk International Round Table. – Donetsk : FGBNU "IPII", 2025. – 296 p. – Pp. 90-93.
16. Zuev, V. M. Estimation of the Device's Own Location Based on Video Image Analysis [Text] / V. M. Zuev, S. B. Ivanova // Problems of Artificial Intelligence. – 2024. – No. 2 (33). – Pp. 21–28. – ISSN 2413-7383. – DOI 10.24412/2413-7383-2024-2-21-28.
17. Zuev, V. M. Improving Visual Object Detection [Text] / V. M. Zuev // Artificial Intelligence: Theoretical Aspects and Practical Applications : Proceedings of the Donetsk International Scientific Round Table. – Donetsk: IPII, 2024. – 238 p. – Pp. 67–72.
18. Frolov, V. V. Analysis of the Characteristics of Optical Range Video Cameras for Use in Intelligent Systems for Detecting and Evaluating Objects by Unmanned Aerial Systems [Text] / V. V. Frolov // Artificial Intelligence: Theoretical Aspects and Practical Applications : Proceedings of the Donetsk International Scientific Round Table. – Donetsk : IPII, 2024. – 328 p. – Pp. 304–310.
19. Frolov, V. V. Methods of synchronous addition of video signals [Text] / V. V. Frolov // Artificial Intelligence: Theoretical Aspects, Practical Application : Materials of the Donetsk International Scientific Round Table. – Donetsk : FGBNU "IPII", 2023. – 252 p. – Pp. 217–220.
20. Kalman R.E. New Results in Linear Filtering and Prediction Theory. Transactions of the ASME, Journal of Basic Engineering. March 1961, p.95-108.
21. Grewal M. S. Andrews A. Kalman filtering: Theory and practice using MATLAB. 2001. John Wiley & Sons. ISBN 0-471-39254-5
22. ODM 218.9.017–2019 Methodological Recommendations for the Production of Aerophototopographic Works Using Unmanned Aerial Vehicles for Surveys for the Construction and Reconstruction of Highways (ROSAVTODOR) Moscow 2021 – 55p.

RESUME

V.M. Zuev

Error in predicting the position of the next film frame

Predicting the next frame of a scene is used in object detection and detection algorithms, optical odometry, optical navigation, and other applications. The effectiveness of these algorithms largely depends on the frame prediction error. Most studies address the accuracy issue by selecting the neural network architecture, which does not allow for general conclusions.

Methods of classical mechanics, projective geometry, and variational calculus were used to estimate the errors.

A formula for calculating the prediction error of the next frame of a scene was obtained. It can be used in object detection and detection algorithms. A numerical example of the calculation is provided.

From the analysis of the obtained dependencies, the following practical conclusions can be drawn: the lower the camera position above the surface, the greater the pixel error. The error increases squared with the prediction time and is linearly dependent on the acceleration error.

РЕЗЮМЕ

В.М. Зуев

Погрешность прогнозирования положения следующего кадра съёмки

Прогнозирование следующего кадра съёмки позволяет использоваться в алгоритмах обнаружения и детекции объектов, в оптической одометрии, оптической навигации и других приложениях. Эффективность этих алгоритмов в значительной мере зависит от погрешности прогнозирования кадра съёмки. Большинство работ решает проблему точности подбором архитектуры нейросети, что не позволяет сделать обобщенные выводы.

Для оценки погрешностей применены методы классической механики, проективной геометрии и вариационного исчисления.

Получена формула, позволяющая находить погрешность прогнозирования следующего кадра съёмки. Она может использоваться в алгоритмах обнаружения и детекции объектов. Приведен численный пример расчета.

Из анализа полученных зависимостей можно сделать такие выводы для практики: чем ниже позиция камеры над поверхностью, тем больше погрешность в пикселях, погрешность увеличивается в квадрате со временем прогноза и линейно зависит от ошибки ускорения.

Зуев Владимир Михайлович - Научный сотрудник, отдел интеллектуальных робототехнических систем, Федеральное государственное бюджетное научное учреждение «Институт проблем искусственного интеллекта», г. Донецк, Российская Федерация.
Область научных интересов: интеллектуальные робототехнические системы.
эл. почта zvm.ipai@mail.ru, адрес: 283048, г. Донецк, ул. Артема, д. 118 б, РФ.
Телефон: +7949 4048702

Статья поступила в редакцию 12.09.2025.