Проблемы искусственного интеллекта. 2026. N 1 (40). С. 41-49
Problems of Artificial Intelligence. 2026;1(40):41-49.
Искусственный интеллект и машинное обучение
Научная статья

УДК 512.554.1
doi: 10.24412/2413-7383-2026-1-40-41-49

Д. И. Дзебоев
Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»
109028, Москва, Покровский бульвар, 11

ДЕЛЕНИЕ В ТЕНЗОРИАЛЬНОЙ АЛГЕБРЕ

D. I. Dzeboev
National Research University “Higher School of Economics”
109028, 11 Pokrovsky Boulevard, Moscow

DIVISION IN TENSORIAL ALGEBRA

В работе исследуется корректное определение операции деления в тензориальной алгебре — обобщённой структуре, где умножение задаётся тензором третьего ранга и может быть некоммутативным и неассоциативным. Показано, что классическое деление через обратный элемент применимо лишь в ассоциативных унитарных алгебрах, тогда как в неассоциативном случае деление формулируется как задача разрешимости уравнений левого и правого умножения и носит частичный, потенциально неединственный характер. Установлено, что в тензориальной алгебре эта задача естественно сводится к решению систем линейных уравнений при интерпретации тензориального числа как линейного оператора, что позволяет построить единую концептуальную схему деления, согласованную с ассоциативными и неассоциативными структурами.
Ключевые слова: тензориальная алгебра, деление, обратный элемент, ассоциативность, неассоциативные алгебры, правое и левое деление, линейный оператор.

The paper investigates a consistent definition of division in tensorial algebra, a generalized structure where multiplication is defined by a third-order tensor and may be noncommutative and nonassociative. It is shown that the classical definition via an inverse element applies only to associative unital algebras, whereas in the nonassociative case division must be formulated as the solvability of left and right multiplication equations and is therefore partial and potentially non-unique. In tensorial algebra, this problem naturally reduces to solving systems of linear equations arising from interpreting a tensorial element as a linear operator, leading to a unified conceptual framework of division compatible with both associative and nonassociative structures.
Key words: tensorial algebra, division, inverse element, associativity, nonassociative algebras, left and right division, linear operator.

Введение

Цель работы заключается в разработке строгого и универсального определения операции деления в тензориальной алгебре — обобщённой алгебраической структуре, в которой операция умножения задаётся тензором третьего ранга и может быть некоммутативной и неассоциативной. [1], [2].

Работа направлена на исследование условий существования правых и левых обратных элементов, анализ роли ассоциативности в их совпадении и построение согласованного подхода к определению деления как в ассоциативных, так и в неассоциативных тензориальных алгебрах.

Постановка задачи состоит в исследовании обратимости элементов и определении операции деления в тензориальной алгебре, заданной тензором структуры третьего ранга.

Пусть задана тензориальная алгебра конечной размерности с известным тензором умножения и единичным элементом. Требуется:

– исследовать условия существования правых и левых обратных элементов;
– представить действие тензориального числа как линейного оператора левого и правого умножения;
– свести задачи поиска обратных элементов к решению систем линейных уравнений;
– определить корректный способ задания операции деления как в ассоциативном, так и в неассоциативном случае.

В работе [3] и соответствующем патенте [4] была решена задача поиска правых и левых единичных элементов в тензориальной алгебре. Основным результатом стало представление действия тензориального числа как линейного оператора, что позволило свести поиск единицы к решению систем линейных уравнений. Было показано, что при существовании хотя бы одной правой и одной левой единицы они совпадают, образуя единственную двустороннюю (коммутативную) единицу, делающую алгебру унитарной. Дальнейшее развитие этого подхода было связано с анализом действия тензориального числа как линейного оператора левого и правого умножения [5].

Следующим естественным шагом является исследование обратимых элементов и операции деления в тензориальной алгебре. Однако в отличие от классических ассоциативных алгебр, в общем случае тензориальная алгебра может быть некоммутативной и неассоциативной. Это обстоятельство существенно усложняет само понятие деления и делает неприменимым прямое перенесение стандартных формул вида $b/a = ba^{-1}$, привычных для полей и ассоциативных колец.

Научная новизна работы заключается в следующем:

Предложен общий подход к определению операции деления в тензориальной алгебре, применимый как к ассоциативным, так и к неассоциативным структурам.

Показано, что задача поиска правых и левых обратных элементов естественно сводится к решению систем линейных уравнений при интерпретации тензориального числа как линейного оператора.

Установлено, что в неассоциативной тензориальной алгебре операция деления не может быть определена как универсальная бинарная операция через обратный элемент и должна рассматриваться как задача разрешимости уравнений умножения.

Построена единая концептуальная схема деления, согласованная с алгебраическими свойствами структуры и пригодная для алгоритмической реализации.

Определения и постановка задачи

Рассмотрим тензориальную алгебру A размерности n, заданную тензором алгебры третьего ранга $T_{ijk} \in \mathrm{R}^{n\times n\times n}$. Элементами алгебры являются векторы $A,B \in \mathrm{R}^{n}$, а операция умножения определяется билинейной формулой в виде эйнштейновой свёртки по тензору структуры.

Определение 1. Тензориальное умножение

Произведение двух элементов $A,B \in \mathrm{R}^{n}$ определяется, как вектор с:

$$c = a \text{☯} b, \quad c_k = \sum_{i,j} a_i b_j T_{ijk}$$

Определение 2. Единичный элемент тензориальной алгебры

Вектор $I \in \mathrm{R}^{n}$называется двусторонней единицей тензориальной алгебры, если для любого $A \in \mathrm{R}^{n}$ выполняются равенства:

$$A \text{☯} I = A$$

$$I \text{☯} A = A$$

В дальнейших рассуждениях предполагается, что единица существует и является единственной (коммутативной), что достигается при выполнении условий, полученных ранее в работах по поиску единиц в тензориальной алгебре.

Определение 3. Правый и левый обратные элементы

Пусть $A \in \mathrm{R}^{n}$ - фиксированный элемент тензориальной алгебры, для которой существует единица I.

Правым обратным элементом к A называется такой вектор $A^{-1_R} \in \mathrm{R}^{n}$, что:

$$A \text{☯} A^{-1_R} = I$$

Левым обратным элементом к A называется такой вектор $A^{-1_L} \in \mathrm{R}^{n}$, что:

$$A^{-1_L} \text{☯} A = I$$

В общем случае правый и левый обратные элементы могут не совпадать или существовать независимо друг от друга.

Определение 4. Левое и правое действие тензориального числа как линейного оператора

Для фиксированного элемента $A \in \mathrm{R}^{n}$ определим матрицы левого и правого действия, соответствующие умножению на A.

Матрица левого действия определяется формулой:

$$[M_L(A)]_{jk} = \sum_{i=1}^{n} A_i T_{ijk}$$

$$M_L(A) = einsum("i,ijk{-}{>}kj",A,T)$$

Такое определение обеспечивает эквивалентность:

$$M_L(A)\cdot B \Leftrightarrow A \text{☯} B$$

Матрица правого действия определяется формулой:

$$[M_R(A)]_{ik} = \sum_{j=1}^{n} A_j T_{ijk}$$

$$M_R(A) = einsum("j,ijk{-}{>}ik",A,T)$$

Такое определение обеспечивает эквивалентность:

$$B\cdot M_R(A) \Leftrightarrow B \text{☯} A$$

Постановка задачи: Пусть задана тензориальная алгебра с известными:

– тензором $T_{ijk} \in \mathrm{R}^{n\times n\times n}$,

– единичным элементом $I \in \mathrm{R}^{n}$,

– произвольным элементом $A \in \mathrm{R}^{n}$.

Требуется:

Найти правый обратный элемент $A^{-1_R}\in \mathrm{R}^n$, удовлетворяющий уравнению:

$$M_L(A)\cdot A^{-1_R}=I$$

Найти левый обратный элемент $A^{-1_L}\in \mathrm{R}^n$, удовлетворяющий уравнению:

$$A^{-1_L}\cdot M_R(A)=I$$

Здесь векторы A^{-1_L}, A^{-1_R}, I рассматриваются как элементы R^n, а $M_L(A)$, $M_R(A)$ - как матрицы линейных операторов.

Тем самым задача поиска обратных элементов в тензориальной алгебре сводится к решению систем линейных уравнений, что позволяет применять классические методы линейной алгебры для анализа существования, единственности и вычисления обратных элементов.

Поиск обратных элементов

Теорема 1.

Левые и правые обратные элементы от элемента A в алгебре T задаются формулами:

$$A^{-1_R}=M_L(A)^+\ I+[(I_n\text{-}M_L(A)^+M_L(A)]\,w_R,\quad w_R\in \mathrm{R}^n.$$

$$A^{-1_L}=([(M_R(A)^T]^+\ I^T+[I_n\text{-}[M_R(A)^T]^+M_R(A)^T]\,w_L)^T,\quad w_L\in \mathrm{R}^n.$$

Доказательство.

Шаг 1. Сведение тензориального уравнения к матричному.

По теореме о представлении тензориального числа как линейного оператора, умножение фиксированного A слева и справа эквивалентно матричному действию M_L(A) и M_R(A) соответственно. Поэтому:

условие правой обратимости

$$A ☯ X=I$$

Равносильно

$$M_L(A)\ X=I.$$

условие левой обратимости

$$Y ☯ A=I$$

Равносильно

$$Y M_R(A)=I,$$

а после транспонирования — системе для столбца Y^T:

$$M_R(A)^T\ Y^T=I^T.$$

Шаг 2. Общее решение линейной системы через псевдообратную.

Из теории обобщённых обратных и псевдообратной Мура–Пенроуза следует [6], [7]: если система

$$Ax=b$$

совместна, то все её решения описываются формулой

$$x=A^+b+(I\text{-}A^+A)\,w,\quad w\in \mathrm{R}^n,$$

а критерий совместности может быть записан как

$$AA^+b=b.$$

Шаг 3. Применение к правой обратимости.

Подставляя требуемые значения, получаем:

$$A^{-1_R}=M_L(A)^+I+(I_n\text{-}M_L(A)^+M_L(A))\,w_R,$$

а совместность равносильна:

$$M_L(A)\ M_L(A)^+I=I.$$

Шаг 4. Применение к левой обратимости.

По той же формуле

$$y=[M_R(A)^T]^+ I^T+[I_n-[M_R(A)^T]^+ M_R(A)^T]\,w_L,$$

и после обратного транспонирования

$$A^{-1L}=([(M_R(A)^T]^+ I^T+[I_n-[M_R(A)^T]^+ M_R(A)^T]\,w_L)^T,\quad w_L\in \mathrm{R}^n.$$

Совместность:

$$M_R(A)^T[M_R(A)^T]^+ I^T=I^T.$$

Определение деления в случае ассоциативной и неассоциативной тензориальной алгебры

Ассоциативный случай [11]

Предположим, что умножение в тензориальной алгебре ассоциативно, то есть для любых элементов A,B,C выполняется

$$(A \text{☯} B) \text{☯} C= A \text{☯} (B \text{☯} C)$$

Пусть для элемента A существуют правый и левый обратные элементы, удовлетворяющие условиям

$$A \text{☯} A^{-1R}=I$$
$$A^{-1L} \text{☯} A=I$$

Рассмотрим выражение

$$A^{-1L} \text{☯} A \text{☯} A^{-1R}$$

С одной стороны, по определению левого обратного элемента,

$$A^{-1L} \text{☯} A \text{☯} A^{-1R} = I \text{☯} A^{-1R} = A^{-1R}$$

С другой стороны, используя ассоциативность умножения,

$$A^{-1L} \text{☯} A \text{☯} A^{-1R} = A^{-1L} \text{☯} I = A^{-1L}$$

Следовательно,

$$A^{-1R} = A^{-1L}$$

В этом случае операция деления может быть корректно определена стандартным образом:

– правое деление $B/A=B \text{☯} A^{-1}$

– левое деление $A\backslash B=A^{-1} \text{☯} B$

Неассоциативный случай [12]

В неассоциативной алгебре:

– левый и правый обратные элементы могут существовать независимо;

– они, вообще говоря, не обязаны совпадать;

– может существовать только одно из делений либо ни одно из них.

По этой причине операция деления не может быть введена как универсальная бинарная операция через умножение на единый обратный элемент.

Вместо этого деление должно определяться непосредственно как задача решения уравнения:

– правое деление определяется как решение уравнения $X \text{☯} A=B$

– левое деление определяется как решение уравнения $A \text{☯} X=B$.

Каждое из этих уравнений рассматривается отдельно и может:

– не иметь решений,

– иметь единственное решение,

– иметь множество решений.

Программная реализация

Разработанная в данной работе логика определения деления в тензориальной алгебре реализована в программе для ЭВМ «Деление в тензориальной алгебре» (RU 2025681541) [8]. Программная реализация включает автоматическую проверку ассоциативности тензориального умножения, вычисление правых и левых обратных элементов на основе представления тензориального числа как линейного оператора, а также выбор корректного способа выполнения операции деления. В ассоциативном случае деление осуществляется конструктивно посредством умножения на единый двусторонний обратный элемент. В неассоциативном случае деление реализуется как решение соответствующего уравнения правого или левого умножения, что обеспечивает корректность операции даже при отсутствии универсального обратного элемента. Таким образом, программный модуль непосредственно отражает теоретическую схему, предложенную в работе, и позволяет автоматически различать ассоциативный и неассоциативный режимы деления в тензориальной алгебре.

Применение в практических системах

Предложенная в работе концепция деления в тензориальной алгебре ориентирована не только на теоретико-алгебраический анализ, но и на использование в прикладных вычислительных и моделирующих системах. В задачах математического моделирования физических процессов нередко возникают нелинейные и нестационарные уравнения, в которых операции взаимодействия параметров не сводятся к стандартным ассоциативным или коммутативным произведениям. В таких случаях тензориальная алгебра предоставляет универсальный аппарат для задания и анализа обобщённых операций умножения и, как следствие, корректного определения операций деления.

В частности, в работе Л. А. Лазебной [9] рассматриваются детерминированные математические модели гидродинамического воздействия на угольный пласт, основанные на уравнениях нелинейно-упругой фильтрации жидкости в сплошной среде. Подобные модели характеризуются сложными взаимосвязями параметров и высокой чувствительностью к структуре нелинейных членов. Использование тензориальной алгебры позволяет формализовать такие взаимодействия в виде билинейных операций с заданным тензором структуры, а корректное определение деления — обеспечить устойчивое вычисление обратных и нормирующих преобразований при анализе и имитации процессов увлажнения массива.

Аналогично, в работе Е. В. Перинской [10] исследуются математические модели и вычислительные алгоритмы для нестационарных термодинамических процессов в сплошной среде, основанные на краевых задачах уравнений математической физики и численных методах их решения. В подобных задачах операция деления часто возникает неявно — при восстановлении параметров, масштабировании решений или переходе к безразмерным формам. В рамках тензориальной алгебры деление в неассоциативном случае может быть корректно реализовано как решение уравнений правого или левого умножения, что согласуется с численными алгоритмами и обеспечивает математическую строгость вычислительных схем.

Таким образом, тензориальная алгебра с корректно определённой операцией деления может рассматриваться как универсальный вычислительный инструмент, объединяющий строгую алгебраическую формализацию и практическую применимость в задачах моделирования сложных физических и технологических процессов.

Заключение

В настоящей работе была рассмотрена задача определения операции деления в тензориальной алгебре — обобщённой алгебраической структуре, в которой операция умножения задаётся тензором третьего ранга и в общем случае может быть некоммутативной и неассоциативной. Показано, что прямое перенесение классических представлений о делении, основанных на умножении на обратный элемент, корректно лишь в ассоциативных унитарных алгебрах и не может быть применено без дополнительных условий в общем случае тензориальной алгебры.

Проанализированы правые и левые обратные элементы и показано, что в ассоциативных структурах их одновременное существование приводит к совпадению и образованию единственного двустороннего обратного элемента. В неассоциативных алгебрах такой вывод в общем случае неприменим из-за неоднозначности тройных произведений, что требует иного подхода к определению деления. В этой связи деление в тензориальной алгебре предложено рассматривать как задачу разрешимости уравнений правого и левого умножения, а не как универсальную бинарную операцию.

Ключевым результатом работы является построение согласованной концептуальной схемы деления, применимой как в ассоциативном, так и в неассоциативном случае. Показано, что благодаря представлению действия тензориального числа как линейного оператора задачи деления естественным образом сводятся к решению систем линейных уравнений. Это позволяет анализировать существование, единственность или многозначность деления с использованием стандартного аппарата линейной алгебры и обеспечивает вычислительную реализуемость предложенного подхода.

Предложенная логика реализована в программном обеспечении «Деление в тензориальной алгебре», где автоматически учитываются алгебраические свойства тензора умножения, выполняется проверка ассоциативности и выбирается корректный режим выполнения деления — либо через умножение на двусторонний обратный элемент в ассоциативном случае, либо через решение соответствующего уравнения в неассоциативном случае. Это подтверждает практическую применимость разработанной теории и её пригодность для использования в вычислительных и моделирующих системах.

Полученные результаты формируют строгую теоретическую и алгоритмическую основу для дальнейшего исследования обратимости и деления в тензориальных алгебрах. В перспективе данный подход может быть использован при построении обучаемых алгебраических структур, разработке численных методов для нелинейных физических моделей, а также при анализе и синтезе новых классов алгебр с заданными свойствами умножения и обратимости.

Список литературы

1. Дзебоев Д. И. Тензориальная алгебра // Проблемы искусственного интеллекта. 2025. № 3 (38). С. 11–18. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/tenzorialnaya-algebra (дата обращения: 10.02.2026).
2. Дзебоев Д. И. Тензориальная алгебра : свидетельство о регистрации программы для ЭВМ № 2025667782. Роспатент, 2025.
3. Дзебоев Д. И. Поиск единиц в тензориальной алгебре // Проблемы искусственного интеллекта. 2025. № 4 (39). С. 27–35. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/poisk-edinits-v-tenzorialnoy-algebre (дата обращения: 10.02.2026).
4. Дзебоев Д. И. Поиск правых и левых единиц в тензориальной алгебре : свидетельство о регистрации программы для ЭВМ № 2025681990. Роспатент, 2025.
5. Дзебоев Д. И. Действие тензориального числа в алгебре как линейного оператора : свидетельство о регистрации программы для ЭВМ № 2025681930. Роспатент, 2025.
6. Ben-Israel A., Greville T. N. E. Generalized inverses: theory and applications. 2nd ed. New York : Springer, 2003. 420 p.
7. Strang G. Introduction to linear algebra. 5th ed. Wellesley, MA : Wellesley–Cambridge Press, 2016. 569 p.
8. Дзебоев Д. И. Деление в тензориальной алгебре : свидетельство о регистрации программы для ЭВМ № 2025681541. Роспатент, 2025.

9. Лазебная Л. А. Математическое моделирование как способ имитации реакции угольного пласта на гидродинамическое воздействие // Проблемы искусственного интеллекта. 2024. № 4 (35). С. 55–64. DOI: 10.24412/2413-7383-2024-4-55-64.
10. Перинская Е. В. Математические модели и вычислительные алгоритмы исследования нестационарных термодинамических процессов в сплошной среде // Проблемы искусственного интеллекта. 2024. № 4 (35). С. 65–74. DOI: 10.24412/2413-7383-2024-4-65-74.
11. Казанова Г. Векторная алгебра. М.: Мир, 1979. 119 с.
12. Терехов С. В. Об использовании алгебры Клиффорда в физической теории // Вестник Новгородского государственного университета. 2004. № 26. С. 56–62.

References

1. Dzeboev D. I. Tensorial Algebra // Problems of Artificial Intelligence. 2025. No. 3 (38). P. 11–18. Available at: https://cyberleninka.ru/article/n/tenzorialnaya-algebra (accessed: 10.02.2026).
2. Dzeboev D. I. Tensorial Algebra. Computer Program Registration No. 2025667782. Rospatent, 2025.
3. Dzeboev D. I. Search of Units in Tensorial Algebra // Problems of Artificial Intelligence. 2025. No. 4 (39). P. 27–35. Available at: https://cyberleninka.ru/article/n/poisk-edinits-v-tenzorialnoy-algebre (accessed: 10.02.2026).
4. Dzeboev D. I. Search of Right and Left Units in Tensorial Algebra. Computer Program Registration No. 2025681990. Rospatent, 2025.
5. Dzeboev D. I. Action of a Tensorial Number in Algebra as a Linear Operator. Computer Program Registration No. 2025681930. Rospatent, 2025.
6. Ben-Israel A., Greville T. N. E. Generalized Inverses: Theory and Applications. 2nd ed. New York: Springer, 2003.
7. Strang G. Introduction to Linear Algebra. 5th ed. Wellesley, MA: Wellesley–Cambridge Press, 2016.
8. Dzeboev D. I. Division in Tensorial Algebra. Computer Program Registration No. 2025681541. Rospatent, 2025.
9. Lazebnaya L. A. Mathematical Modeling as a Method for Simulating the Response of a Coal Seam to Hydrodynamic Impact // Problems of Artificial Intelligence. 2024. No. 4 (35). P. 55–64. DOI: 10.24412/2413-7383-2024-4-55-64.
10. Perinskaya E. V. Mathematical Models and Computational Algorithms for Studying Non-Stationary Thermodynamic Processes in a Continuous Medium // Problems of Artificial Intelligence. 2024. No. 4 (35). P. 65–74. DOI: 10.24412/2413-7383-2024-4-65-74.
11. Kazanova G. Vector Algebra. Moscow: Mir, 1979. 119 p.
12. Terekhov S. V. On the Use of Clifford Algebra in Physical Theory // Bulletin of Novgorod State University. 2004. No. 26. P. 56–62.

RESUME

D. I. Dzeboev
Division in Tensorial Algebra

Tensorial algebra defines multiplication of algebra elements through a third-order structure tensor and provides a universal framework for constructing algebraic systems of arbitrary finite dimension. Unlike classical algebraic structures, tensorial algebra may be noncommutative and nonassociative, which makes the direct transfer of standard notions of invertibility and division nontrivial. In particular, division via multiplication by an inverse element is not guaranteed to be well-defined in the general case and requires careful analysis of the underlying algebraic properties.

The action of a tensorial element is represented as a linear operator corresponding to left and right multiplication. This representation allows the problems of finding left and right inverses, as well as right and left division, to be reduced to solving systems of linear equations. The role of associativity in the coincidence of left and right inverses is analyzed, and the limitations of defining division through inverse elements in nonassociative structures are explicitly identified.

It is shown that in associative unital algebras the existence of both left and right inverses implies their coincidence, yielding a unique two-sided inverse and allowing division to be defined constructively via multiplication by the inverse element. In the nonassociative case, such reasoning is no longer valid, and division must be formulated as the problem of solving left or right multiplication equations. In tensorial algebra, these equations are naturally expressed in linear form through the corresponding action matrices, making it possible to analyze the existence, uniqueness, or nonexistence of division using linear algebraic methods.

A unified conceptual framework for division in tensorial algebra is proposed, distinguishing clearly between associative and nonassociative cases. Division is shown to be a partial operation in the general setting and a constructive operation via inverse elements only under additional algebraic conditions. The presented approach provides a rigorous and computationally tractable foundation for studying division and invertibility in tensorial algebra.

РЕЗЮМЕ

Д. И. Дзебоев

Деление в тензориальной алгебре

Тензориальная алгебра задаёт умножение элементов через тензор алгебры третьего ранга и представляет собой универсальную модель алгебраических систем конечной размерности. В отличие от классических алгебр, тензориальная алгебра в общем случае может быть некоммутативной и неассоциативной, что делает стандартные представления об обратимости и делении неприменимыми без дополнительного анализа. В частности, деление через умножение на обратный элемент не является универсально корректной операцией.

Используется представление действия тензориального числа как линейного оператора левого и правого умножения. Это позволяет свести задачи поиска правых и левых обратных элементов, а также операции деления, к решению систем линейных уравнений. Отдельно анализируется роль ассоциативности в совпадении правого и левого обратных элементов и выявляются ограничения, возникающие в неассоциативных структурах.

Показано, что в ассоциативных унитарных алгебрах существование одновременно правого и левого обратного элемента приводит к их совпадению и образованию единственного двустороннего обратного, что позволяет корректно определить деление через умножение на обратный элемент. В неассоциативном случае такое определение оказывается некорректным, и деление должно рассматриваться как задача разрешимости уравнений правого и левого умножения. В рамках тензориальной алгебры эти уравнения естественным образом приводятся к линейным системам, что позволяет исследовать существование и структуру деления средствами линейной алгебры.

Предложена согласованная концепция деления в тензориальной алгебре, чётко разделяющая ассоциативный и неассоциативный случаи. В общем случае деление является частичной операцией, тогда как его конструктивное задание через обратный элемент возможно лишь при выполнении дополнительных алгебраических условий. Полученные результаты формируют строгую теоретическую и вычислительную основу для дальнейшего исследования обратимости и деления в тензориальных алгебрах.

Дзебоев Д. И. – стажёр-исследователь, НИУ ВШЭ, Факультет компьютерных наук, Лаборатория моделирования и управления сложными системами, студент 4 курса Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики», факультет бизнес-информатики, 109028, Москва, Покровский бульвар, 11, тел +7(965)199-29-44, dzeboev.daniil@gmail.com. *Область научных интересов*: Тензориальная алгебра, гиперкомплексные числа, неассоциативные структуры, искусственный интеллект, нейронные сети. Orcid 0009-0008-4004-8750

D. I. Dzeboev — Research Intern at the National Research University Higher School of Economics (HSE), Faculty of Computer Science, Laboratory for Modeling and Control of Complex Systems; fourth-year student of the Faculty of Business Informatics, National Research University Higher School of Economics. Address: 11 Pokrovsky Boulevard, Moscow, 109028, Russia. Phone: +7 (965) 199-29-44. E-mail: dzeboev.daniil@gmail.com. Research interests: tensorial algebra, hypercomplex numbers, nonassociative structures, artificial intelligence, neural networks. ORCID: 0009-0008-4004-8750.

Статья поступила в редакцию 10.02.2026