М

Проблемы искусственного интеллекта. 2026. N 1 (40). С. 63-74
Problems of Artificial Intelligence. 2026;1(40):63-74.
Искусственный интеллект и машинное обучение
Научная статья

УДК 519.713.4
doi: 10.24412/2413-7383-2026-1-40-63-74

И. И. Максименко[1,2]
[1]ФГБНУ «Институт прикладной математики и механики»
283048, г. Донецк, ул. Розы Люксембург, 74
[2] ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»
283001, г. Донецк, ул. Университетская, 24

ИДЕНТИФИКАЦИЯ СПЕЦИАЛЬНЫХ АЛГЕБР В ТЕРМИНАХ БЭРОВСКИХ И Р-АДИЧЕСКИХ МЕТРИК*

I. I. Maksimenko[1,2]
[1]Federal State Budgetary Scientific Institution "Institute of Applied Mathematics and Mechanics"
283048, Donetsk, Rosa Luxemburg str., 74
[2]Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education "Donetsk State University"
283001, Donetsk, Universitetskaya str., 24

IDENTIFICATION OF SPECIAL ALGEBRAS IN TERMS OF BAERE AND P-ADIC METRICS

В статье исследуется процесс идентификации объектов потенциально бесконечного класса с эталоном для различных как автоматных (синхронные, асинхронные и обобщенные автоматы), так и не автоматных структур (неструктурированные множества и решетки) на основании обобщенного представления в терминах «бэровской» метрики специального вида. Показано, что аналогичные результаты справедливы и для р-адических метрик. Получены критерии существования представлений в терминах свойств предельных объектов класса. Данный критерий проводит параллели между процессом идентификации объекта с эталоном и свойствами предельных точек специальных метрических пространств.
Ключевые слова: автомат, решетка, идентификация, представление, метрика, фрагмент, кофграгмент, предельные объекты.

The article studies the process of identification of objects of a potentially infinite class with a standard for various automata (synchronous, asynchronous and generalized automata) and non-automata structures (unstructured sets and lattices) based on a generalized representation in terms of a special type of "Baire" metric. It is shown that similar results are valid for p-adic metrics. Criteria for the existence of representations in terms of the properties of limit objects of the class are obtained. This criterion draws parallels between the process of identification of an object with a standard and the properties of limit points of special metric spaces.
Key words: automaton, lattice, identification, representation, metric, fragment, cofgranment, limit objects.

---

* Результаты исследований получены в рамках государственного задания Минобрнауки России для ФГБНУ ИПММ (тема № FREM-2026-0006).

Введение

В теории дискретных управляющих систем центральной проблемой является задача идентификация объекта (автомата, размеченного графа, формального языка и т.д.) из потенциально бесконечного класса с помощью проведения различных видов экспериментов (контрольных, диагностических, распознающих и т.д.).

По теории экспериментов для классов конечных автоматов Мили получен целый ряд существенных результатов [1-8], для размеченных графов подобные исследования пока находятся в начальном состоянии [9-11].

Один из авторов монографии [4] И.С. Грунский впервые ввел в рассмотрение идентификаторы состояний, позволяющие восстанавливать внутренние состояния автомата на основе вход-выходных слов поведения автоматов. Грунский И.С. и его коллеги провели глубокое и фундаментальное изучение идентификаторов. Для этой цели было введено понятие фрагмента как такого частичного графа, который гомоморфно вкладывается в исследуемый автомат. Также было введено понятие кофрагмента как запрещенного поведения автомата. Пара «фрагмент-кофрагмент» является мощным инструментом исследования свойств классов автоматов. Идентификаторы оказались мощным инструментом исследования автоматов [3,4].

Далее было введено фундаментальное понятие представления автомата-эталона относительно априорного заданного потенциально бесконечного класса автоматов как такой пары «фрагмент-кофрагмент» автомата-эталона [4], которая является также парой «фрагмент-кофрагмент» другого автомата из априорного класса точно тогда, когда он эквивалентен автомату-эталону. Это понятие обобщает ряд частных понятий экспериментов в теории автоматов (контрольные, распознающие эксперименты, анкетные языки и т.д.). В работе [4] детально исследованы условия существования таких представлений, описана их структура, найдены точные условия того, что фрагмент является представлением эталона.

В работах [12-14] автором данной статьи был впервые введен и исследован подход к представлению контрольных экспериментов в классах автоматов Мили сходящимися конструктивными окрестностями в специальных метрических пространствах. Для этого введена «бэровская» метрика, отражающей близость автоматов по поведению и получены метрические критерии существования контрольных экспериментов. В общем случае эти критерии не конструктивны, но для целого ряда естественно введенных финитно-определенных потенциально бесконечных классов автоматов они носят конструктивный характер. Данная работа посвящена исследованию представлений широкого класса объектов как автоматной (синхронные, асинхронные и обобщенные автоматы), так и не автоматной (неструктурированные множества и решетки) природы.

Целью работы является получение критериев на основе специальных метрик, обобщающих критерии существования контрольных экспериментам с автоматами Мили.

Данное исследование позволяет обнаружить глубокие связи между идентификацией объектов автоматной и не автоматной природы и топологическими свойствами класса исследуемых объектов. Следует также отметить, что исследования представлений могут быть переведены на язык интервальной математики [15], [16].

Актуальность данной работы состоит в теоретической возможности применения ее результаты в интенсивно развивающемся в последнее время направлении исследований «формальные методы синтеза компьютерных систем», которое объединяет задачи контроля на этапах проектирования (model checking), кодирования и эксплуатации компьютерных систем [5].

Основные понятия

Приведем основные понятия и обозначения из теории множеств, теории графов, теории автоматов и теории решеток [4].

Автоматом Мили называется систему вида $A = (S, X, Y, \delta, \lambda, s_0)$, где S, X, Y – конечные алфавиты состояний, входов и выходов соответственно, $\delta \subseteq S \times X \times S$ – функция переходов, а $\lambda \subseteq S \times X \times Y$ – функция выходов, $s_0 \in S$ -инициальное состояние.

Пусть далее $A\,(U)$ обозначает класс всех конечных синхронных всюду определенных, инициально связных, детерминированных автоматов Мили над внешним алфавитом $U = X \times Y$ [4].

Под асинхронным автоматом Мили будем понимать систему вида $A =$ $= (S, X, Y, \delta, \lambda, s_0)$, где S, X – конечные алфавиты состояний и входов соответственно, Y - счетный алфавит выходов, $\delta \subseteq S \times X \times S$ – функция переходов, а $\lambda \subseteq S \times X \times Y$ – функция выходов, $s_0 \in S$ - -инициальное состояние. Данное понятие обобщает классическое понятие асинхронного автомата [4], в котором на входной символ автоматом может реагировать словом из выходного алфавита.

Частичную функцию переходов можно дополнить до всюду определенной функции с помощью добавления фиктивной вершины [4], в которую осуществляется переход по недостающим входным символам из всех других вершин автомата. Недетерминированный автомат $A = (S, X, Y, \delta, \lambda, s_0)$ можно преобразовать в детерминированный автомат с тем же поведением, используя процедуру детерминизации [4]. Поэтому будем полагать автомат $A = (S, X, Y, \delta, \lambda, s_0)$ инициально связным, всюду определенным, детерминированным автоматом Мили [4].

Обозначим через $A_a(U)$ класс всех асинхронных всюду определенных, инициально связных, детерминированных автоматов Мили над внешним алфавитом $U = X \times Y$.

Введем в рассмотрение динамический класс автоматов Мили $\mathrm{D}(U, A_0)$, конструктивно порождаемый специальным деревом, в вершине которого стоит фиксированный «эталонный» автомат A_0 , а дуги дерева помечены элементарной операцией, выбираемой из конечного множества операций (например, смена отметки дуги, перебрасывание дуги на другую вершину, стирание дуги и т.д.). При этом будем считать, что операция не увеличивает число состояний «эталонного» автомата.

Класс $\mathrm{D}(U, A_0)$ содержит все автоматы, стоящие в вершинах вышеописанного дерева, причем данный класс может быть потенциально бесконечным из-за счетности выходного алфавита Y . Объединение классов синхронных и асинхронных автоматов будем обозначим как $A(U)$.

Контрольным экспериментом относительно априорно заданного потенциально бесконечного класса $F \subseteq A(U)$ и автомата-эталона $A \in A(U)$ назовем такой алгоритм-экспериментатор, который для каждого «черного ящика» из класса выдает ответ на вопрос, изоморфен «черный ящик» автомату-эталону или нет.

В работе [4] показано, что под контрольным экспериментом относительно априорно заданного класса $F \subseteq A(U)$ и автомата-эталона $A \in A(U)$ можно понимать такое множество вход-выходных слов $W \subseteq L_A$, что из включения $W \subseteq L_B$ для некоторого $B \in F$, вытекает $A = B$.

Через L_A^k обозначим сужение множества всех вход-выходных слов автомата A на слова длины не выше k.

Далее в классе автоматов $A(U)$ введем специальные метрики - «бэровскую» метрику β [4], полагая, что $\beta(A,B)=0$,если $A=B$ и $\beta(A,B)=\dfrac{1}{k}$, где $L_A^k \neq L_B^k$ и $L_A^{k-1}=L_B^{k-1}$ и семейство p-адических метрик β_p , для которых что $\beta_p(A,B)=0$, если $A=B$ и $\beta_p(A,B)=\dfrac{1}{p^k}$, где $L_A^k \neq L_B^k$ и $L_A^{k-1}=L_B^{k-1}$, где p - произвольное простое число, превышающее мощность множества X . В дальнейшем класс этих специальных метрик обозначим α .

Под окрестностью с центром $A \in (A(U),\alpha)$ и радиусом $r \in R^+$ понимаем множество автоматов вида $O_r(A)=\{B \mid \alpha(A,B)<r\}$.

Автомат $A \in (A(U),\alpha)$ считаем предельным автоматом для класса $F \subseteq A(U)$ точно тогда, когда для произвольного $r>0$ класс автоматов $O_r(A)\cap(F-\{A\})$ не пуст.

Класс $F \subseteq A(U)$ открыт в пространстве $(A(U),\alpha)$, если он не содержит предельных автоматов.

Далее обобщенным автоматом Мили станем считать систему $A=(S,X,Y,\delta,\lambda,\mathrm{s}_0,\mathrm{F})$, где S,X,Y – счетные алфавиты состояний, входов и выходов соответственно, $\delta \subseteq S\times X\times S$ – функция переходов, а $\lambda \subseteq S\times X\times Y$ – функция выходов, $\mathrm{s}_0 \in S$ -инициальное состояние, а $F \subseteq S$ - множество финальных состояний. Алфавиты S,X,Y могут быть конечными и функция переходов в общем случае частична. Частичная функция переходов продолжается до всюду определенной введением фиктивной вершины способом, описанным в [4].

Класс всех обобщенных всюду определенных, инициально связных, детерминированных автоматов Мили над внешним алфавитом $U=X\times Y$ обозначим далее $A_g(U)$.

Процесс-экспериментатор (в общем случае являющийся алгоритмом с оракулом «останова») назовем контрольным процессом относительно априорного класса $F \subseteq A_g(U)$ и автомата-эталона $A \in A_g(U)$ в точности тогда, когда этот процесс для любого «черного ящика» из класса определяет, изоморфен «черный ящик» эталону или нет.

По аналогии с контрольным экспериментом можно называть контрольным процессом относительно класса $F \subseteq A_g(U)$ и автомата-эталона $A \in A_g(U)$ такое рекурсивно перечислимое множество вход-выходных слов $W \subseteq L_A$, для которого из включения $W \subseteq L_B$ для некоторого $B \in F$ вытекает изоморфизм $A = B$.

В отличие от случая конечных автоматов множество L_A^k может быть и бесконечным.

Контрольный процесс $W \subseteq L_A$ будем считать финитным, если существует некоторое натуральное число k, для которого выполнено включение $W \subseteq L_A^k$. Нетрудно заметить, что контрольный эксперимент финитен, обратное утверждение не верно.

Рассмотрим далее системы неструктурированных объектов вида $<O,A,\rho>$, где O – произвольное множество описателей, A – множество объектов, а $\rho \subseteq A\times O$

априорно заданное отношение дескрипции [17]. Каждому объекту $a \in A$ в этом случае соответствует дескриптор вида $O_a = \rho(a)$. Зададим некоторую функцию сложности описателя вида $n: O \to N^+$, при этом для множества описателей $U \subseteq O$ функция сложности равна $n(U) = \sup\{n(o) \mid o \in U\}$ и $n(a) = n(O_a)$. Множество финитно, если его сложность конечна, и инфинитно в противном случае.

На множестве объектов A вводится следующее отношение предпорядка, полагая $u \le w$ тогда и только тогда, когда $O_u \subseteq O_w$. Естественным образом вводим отношение эквивалентности, полагая, что $u \cong w$ точно тогда, когда $O_u = O_w$. Класс эквивалентности определим $\cong u = \{w \mid w \cong u\}$.

Множества фрагментов $Fr(a)$ и кофрагментов $CoFr(a)$ объекта $a \in A$ определим как подмножеств 2^{O_a} и $2^{\bar{O}_a}$ соответственно.

На множестве объектов A зададим специальную «бэровскую» метрику β, полагая $\beta(a,b) = 0$, если $a \cong b$ и $\beta(a,b) = \dfrac{1}{k}$, если $k = \inf\{n(o) \mid o \in O_a \oplus O_b\}$. Для произвольного объекта $a \in A$ и класса объектов $F \subseteq A$ полагаем $\beta(a,F) = \inf\{\beta(a,o) \mid o \in F\}$.

Для класса $F \subseteq A$ вводится предельное множество $\lim F \subseteq A$, следующим образом $\lim F = \{o \in A \mid \beta(o, F - \cong o) = 0\}$.

Пара объектов $(P,Q) \in Fr(a_0) \times CoFr(a_0)$ является представлением для любых $a_0 \in A$ и $F \subseteq A$, точно тогда, когда для любого $o \in A$ из включения $(P,Q) \in Fr(o) \times CoFr(o)$ вытекает $a_0 \cong o$. Представление (P,Q) финитно, если финитны составляющие P и Q.

Определим решетку со сложностью [18] как алгебраическую систему вида $< A, \vee, \wedge, n >$, где A – счетное множество объектов произвольной природы, $\vee, \wedge$ – решеточные операции, $n: A \to N^+ \cup \infty$ – такая невозрастающая функция сложности, что для любых объектов a, b и некоторого фиксированного натурального числа K выполнено неравенство $n(a \vee b) \le \max(n(a), n(b)) + K$.

Частичный порядок на множестве объектов A задается решеточным порядком. Объект решетки o индуцирует множества фрагментов $Fr(o) = \{b \in A \mid b \le o\}$, кофрагментов $CoFr(o) = \{b \in A \mid o \le b\}$ и контрфрагментов $CtFr(o) = \{b \in A \mid \neg(b \le o), \neg(o \le b)\}$.

Объект o назовем разделяющим объектом для a и b ($o \in S(a,b)$), если выполнено ровно одно из условий $o \le a, \neg(o \le b)$ или $o \le b, \neg(o \le a)$. Решетка является финитно разделимой, если различные объекты разделимы некоторым финитным объектом.

На финитно разделимой решетке A введем «бэровскую» метрику β, полагая $\beta(a,b) = 0$, если $a = b$ и $\beta(a,b) = \dfrac{1}{k}$, если $k = \inf\{n(o) \mid o \in S(a,b)\}$.

Через $\lim F \subseteq A$ обозначим предельное множество $\lim F = \{o \in A \mid \beta(o, F - \{o\}) = 0\}$

Пара $(P,Q) \in Fr(a_0) \times CtFr(a_0)$ является представлением для произвольных $a_0 \in A$ и $F \subseteq A$, Точно тогда, когда для любого $o \in A$ из включения $(P,Q) \in Fr(o) \times CtFr(o)$ вытекает $a_0 \cong o$.

Контрольные эксперименты с синхронными автоматами

Для метрического пространства автоматов Мили $(A(U),\beta)$ выполнен критерий существования контрольного эксперимента -

Теорема 1. *Конечное множество вход-выходных слов L_A^k для некоторого натурального числа k является контрольным экспериментом относительно класса $F \subseteq A(U)$ и автомата-эталона $A \in A(U)$ точно тогда, когда автомат A не предельная точка класса F в «бэровском» метрическом пространстве $(A(U),\beta)$.*

Данную теорему иногда удобно использовать в форме следующего утверждения:

Утверждение 2.

Множество вход-выходных слов L_A^k для некоторого натурального числа k является контрольным экспериментом относительно класса $F \subseteq A(U)$ и автомата-эталона $A \in A(U)$ тогда и только тогда, когда выполнено включение $O_{\frac{1}{k}}(A) \cap F \subseteq \{A\}$ в «бэровском» метрическом пространстве $(A(U),\beta)$.

Справедливо топологическое следствие:

Следствие 3. *Всегда существует контрольный эксперимент для открытого класса автоматов $F \subseteq A(U)$ и автомата-эталона $A \in A(U)$ в метрическом пространстве автоматов $(A(U),\beta)$.*

В общем случае открытый класс задается не конструктивным образом, но автором в работе [14] был описан ряд финитно-определенных потенциально бесконечных классов с конструктивными контрольными экспериментами.

Финитные представления асинхронных автоматов

Для класса асинхронных автоматов Мили справедливо утверждение-

Утверждение 4.

Не существует контрольный эксперимент для класса $A_a(U)$ и произвольного автомата-эталона $A \in A_a(U)$ в общем случае.

Для динамического класса $\mathrm{D}(U, A_0)$ имеет место противоположное утверждение -

Утверждение 5.

Для произвольных класса $\mathrm{D}(U, A_0)$ и любого автомата-эталона $A \in A_a(U)$ всегда существует контрольный эксперимент.

Для «бэровской» метрики в классе асинхронных автоматов Мили $(A_a(U),\beta)$ выполнен критерий существования контрольного эксперимента -

Теорема 6.

Множество вход-выходных слов L_A^k для некоторого натурального числа k является контрольным экспериментом относительно класса $F \subseteq A_a(U)$ и автомата-эталона $A \in A_a(U)$ точно тогда, когда выполнено включение $O_{\frac{1}{k}}(A) \cap F \subseteq \{A\}$ в метрическом пространстве $(A_a(U),\beta)$.

Для асинхронных автоматов Мили справедливо утверждение об «адельной» демократии контрольных экспериментов-

Утверждение 7.

Для любого класса $F \subseteq A_a(U)$ *и автомата-эталона* $A \in A_a(U)$ *существует контрольный эксперимент в «бэровском» метрическом пространстве* $(A_a(U), \beta)$ *тогда и только тогда, когда существует некоторый другой контрольный эксперимент в p-адическом пространстве* $(A_a(U), \beta_p)$ *для простого числа p , превышающего мощность множества* X .

Финитные представления обобщенных автоматов

Для обобщенных автоматов Мили имеет место следующее утверждение, которое не всегда выполнено для классов синхронных и асинхронных автоматов Мили-

Утверждение 8.

Для произвольного класса $F \subseteq A_g(U)$ *и автомата-эталона* $A \in A_g(U)$ *всегда существует не всегда финитный контрольный процесс.*

Это утверждение характеризует существенное отличие финитных и конечных контрольных экспериментов.

Для «бэровской» метрики в классе автоматов Мили $(A_g(U), \beta)$ справедлив критерий существования финитного контрольного процесса -

Теорема 9.

Множество вход-выходных слов L_A^k *для некоторого натурального числа k является контрольным процессом относительно класса* $F \subseteq A_g(U)$ *и автомата-эталона* $A \in A_g(U)$ *тогда и только тогда, когда A не является предельной точкой F в метрическом пространстве* $(A_g(U), \beta)$.

Для обобщенных автоматов Мили также справедливо утверждение об «адельной» демократии контрольных процессов-

Утверждение 10.

Для любого потенциально бесконечного класса $F \subseteq A_g(U)$ *и автомата-эталона* $A \in A_g(U)$ *существует контрольный процесс в «бэровском» метрическом пространстве* $(A_g(U), \beta)$ *точно тогда, когда существует некоторый другой контрольный процесс в p-адическом пространстве* $(A_g(U), \beta_p)$ *для произвольного простого числа p* .

Контрольные эксперименты имеют решеточную структуру [22] -

Утверждение 11.

Для произвольного потенциально бесконечного класса $F \subseteq A_g(U)$ *и автомата-эталона* $A \in A_g(U)$ *множество всех контрольных процессов является верхней полной полурешеткой относительно операции объединения.*

Отметим тот факт, что полурешетка финитных контрольных экспериментов не полна.

Финитные представления неструктурированных объектов

Для системы неструктурированных объектов вида $< O, A, \rho >$ справедлива следующая [17]

Теорема 12. *Финитное представление для произвольных* $a_0 \in A$ *и* $F \subseteq A$ *существует точно тогда, когда выполнено* $a_0 \notin \lim F$.

Из теоремы вытекает следствие

Следствие 13.

Для финитных $a_0 \in A$ *и класса* $F \subseteq A$ *всегда есть финитное представление.*

Эти результаты переносят вышеприведенные критерии существования контрольных экспериментов для классов автоматов на неструктурированные множества произвольных объектов [4] в терминах метрических свойств классов объектов. Отметим, что для классов автоматов Мили данный критерий имеет конструктивный характер на конечных множествах слов, в то время как для неструктурированных множеств рассматриваются финитные, но не всегда конечные, представления.

Финитные представления полных решеток

Пусть дана решетка со сложностью $< A, \vee, \wedge, n >$.

Тогда справедлива следующая

Теорема 14.

Для любого $a_0 \in A$ *и произвольного класса* $F \subseteq A$ *существует инфинитное представление.*

Имеет место метрический критерий представимости для полных решеток-

Теорема 15. *В финитно разделимой полной решетке существует финитное представление для произвольных* $a_0 \in A$ *и* $F \subseteq A$ *точно тогда, когда выполнено* $a_0 \notin \lim F$.

Вышеприведенные результаты указывают в пользу того, что теория представлений на абстрактных структурах может быть сформулирована в терминах специальных «бэровских» метрических пространств. Особенно отметим, что исследование идентификации как автоматных, так и не автоматных структур инвариантно относительно как «бэровских», так и р-адических метрик.

Результаты данной работы дают обобщение понятия представимости классов с эталоном в терминах топологических свойств «специализированных» пространства объектов для целого ряда алгебраических структур – синхронных, асинхронных и обобщенных автоматов, неструктурированных множеств и решеток специального вида.

Выводы

В работе исследован новый метод идентификации объектов, применимый для широкого класса алгебраических структур как автоматной (синхронным, асинхронным и обобщенным автоматам), так и не автоматной природы (к неструктурированным объектам и решеткам специального вида). Этот подход обобщает ранее введенные автором критерии существования контрольных экспериментов для классов конечных автоматов Мили.

Стоит отметить, что критерии сформулированы в терминах «бэровской» и р-адической метрик. Приведен ряд конструктивных утверждений для потенциально бесконечных систем автоматной и не автоматной природы, выходящие за пределы теории представлений с конечными автоматами Мили [27,28].

Исследования автора показывают, что перенесение полученных результатов на системы искусственного интеллекта, в частности на нейросети, требует проведения дальнейших глубоких экспериментов [29], [30].

Список литературы

1. Трахтенброт Б.А., Барздинь Я.М. *Конечные автоматы (поведение и синтез)*. М.: 1970. 400 с.
2. Кудрявцев А.Б., Алешин С.В., Подколзин А.С. *Введение в теорию автоматов*. М.: Наука,1985. 320 с.
3. Грунский И.С., Козловский В.А., Пономаренко Г.Г. *Представления конечных автоматов фрагментами поведения*. Киев: Наук. думка, 1990. 232 с.
4. Грунский И. С., Козловский В. А. *Синтез и идентификация автоматов*. Киев: Наукова думка, 2004. 246 с.
5. Грунский И.С., Козловский В.А., Копытова О.М. Представления автоматов и анализ атак на криптосистемы /. *Искусственный интеллект*. 2004. № 4. С. 764–775.
6. Сперанский Д. В. Тестирование нечетких линейных автоматов. *Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер.: Математика. Механика. Информатика*. 2019. № **19**(2), С. 233–240.
7. Сперанский Д. В. Эксперименты с нестационарными билинейными автоматами. *Автоматика и телемеханика.* 2015. № 9. С.161–174.
8. Грунский И. С., Сенченко А. С. Свойства систем определяющих соотношений для автоматов. *Дискретная математика.* 2004. № **16**(4). С. 79–87.
9. Сапунов С.В. Контроль детерминированных графов. *Труды ИПММ НАНУ*. 2003. т. 8. С. 106−110.
10. Курганский А.Н. Об одной алгоритмической модели относительности. *Проблемы искусственного интеллекта*. 2018. № 4(11). С. 16-27.
11. Курганский А. Н. , Сапунов С. В. О направленном перемещении коллектива автоматов без компаса на одномерной целочисленной решетке. *Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер.: Математика. Механика. Информатика*. 2016. № **16**(3). С. 356–365
12. Максименко И.И. Эксперименты в классе реализаций недетерминированных автоматов. *Доклады НАН Украины*. 1999. № 7. С.95–99.
13. Грунский И.С., Максименко И.И. Об экспериментах с автоматами при отсутствии верхней оценки числа состояний. *Кибернетика и системный анализ*. 1999. № 4. С. 59–71.
14. Максименко И.И. *Эксперименты в финитно-определенных метрических пространствах автоматов*: Автореферат канд. физ.-мат. наук; 01.01.09 /СГУ. Саратов, 2000. 16 с.
15. Левин В. И. Полиинтервалы и их применение в моделировании систем. *Проблемы искусственного интеллекта*. 2016. № 2 (3). С. 39–47.
16. Левин В. И., Немкова Е. А. Интервальные уравнения и их решения. *Проблемы искусственного интеллекта*. 2017. № 3 (6). С.12-21.
17. Максименко И.И. Финитные представления неструктурированных объектов. *Труды института прикладной математики и механики*. 2009. № 19. С.162—167.
18. Грунский И.С., Максименко И.И. Финитные представления в алгебраических системах. *Труды института прикладной математики и механики*. 2011. № 21. С.80—91.
19. Максименко И. И., Котенко В. Н. Распознавание в алгебрах Клини на идемпотентных полукольцах. *Вестник Донецкого национального университета. Серия Г: Технические науки.* 2023. № 3. С. 24-32.
20. Курганский А.Н., Максименко И.И.. Коалгебраические элементы теории экспериментов с автоматами. *Донецкие чтения 2016. Образование, наука и вызовы современности: Материалы I Международной научной конференции* (Донецк, 16-18 мая 2016 г.) Том 1.Ростов-на-Дону : Издательство Южного федерального университета, 2016. С.240—243.
21. Максименко И. И. Идентификация алгебраических объектов с эталоном на основании бэровской метризации класса объектов. *Проблемы искусственного интеллекта*. 2023. № 3 (30). С. 66–75. EDN PSIPSO.
22. Максименко И. И. Алгебраическая и топологическая представимость решеток / И. И. Максименко. *Вестник Донецкого национального университета. Серия Г: Технические науки*. 2024. № 2. с. 44-50. EDN RRMOKS.
23. Третьяков И.А. Функции сложности для выделения и распознавания характерных участков экспериментальных кривых / И.А. Третьяков, В.В. Данилов // *Вестник Донецкого национального университета. Серия А: Естественные науки.* 2017. № 2.С. 101-107.
24. Третьяков И. А. Рекомендации по выбору критериев оптимальности и эквивалентности скрытых марковских моделей для АСНИ радиосигналов / И. А. Третьяков // *Вестник Донецкого национального университета. Серия Г: Технические науки.* 2023. № 4. С. 41-46. – EDN UWZMCR.
25. Третьяков, И. А. Прохождение CAPTCHA посредством машинного обучения / И. А. Третьяков, М. В. Бабичева, К. Е. Лебедев // Искусственный интеллект: теоретические аспекты и практическое применение : материалы Донецкого международного научного круглого стола (Донецк, 30 мая 2024 г.). Донецк: ФГБНУ «Институт проблем искусственного интеллекта», 2024. С. 254-260.

26. Ермоленко, Т. В. Фильтрация спама методами глубокого обучения / Т. В. Ермоленко, Н. А. Шалун // Вестник Донецкого национального университета. Серия Г: Технические науки. 2024. № 4. С. 165-174. DOI 10.5281/zenodo.14514835. – EDN ECVVBZ.
27. Максименко, И. И. Идентификация обобщенных автоматов мили в терминах бэровских и р-адических метрик / И. И. Максименко // Искусственный интеллект: теоретические аспекты, практическое применение : материалы Донецкого международного научного круглого стола, Донецк, 28 мая 2025 года. Донецк: Федеральное государственное бюджетное научное учреждение "Институт проблем искусственного интеллекта", 2025. С. 127-132. EDN IPDBTV.
28. Максименко И. И. Представимость классов автоматов Мили в терминах бэровских и р-адических метрик / И. И. Максименко. *Вестник Донецкого национального университета. Серия Г: Технические науки*. 2025. № 2. с. 118-124. EDN BMIUQR.
29. Криворучко, К. А. Применение методов машинного обучения для детекции фейкового контента: архитектура и эффективность / К. А. Криворучко, И. И. Максименко // Математические методы в технологиях и технике. 2025. № 7. С. 82-88. EDN UOSPTO.
30. Лямцев О.В., Максименко И.И. Обзор и проблемы использования глубокого обучения для трехмерной оценки позы человека по одному изображению / «Проблемы искусственного интеллекта», №4’2025. -DOI: 10.24412/2413-7383-2025-4-39-49-59.

References

1. Trakhtenbrot B.A., Barzdin Ya.M. Finite state machines (behavior and synthesis). M.: 1970. 400 p.
2. Kudryavtsev A.B., Aleshin S.V., Podkolzin A.S. Introduction to automata theory. M.: Nauka, 1985. 320 s.
3. Grunsky I.S., Kozlovsky V.A., Ponomarenko G.G. Representations of finite state machines by fragments of behavior. Kyiv: Nauk. Dumka, 1990. 232 p.
4. Grunsky I. S., Kozlovsky V. A. Synthesis and identification of automata. Kyiv: Naukova Dumka, 2004. 246 p.
5. Representations of automata and analysis of attacks on cryptosystems [Text]/I.S. Grunsky, V.A. Kozlovsky, O.M. Kopytova // Artificial intelligence. 2004. No. 4. P. 764–775.
6. Testing of fuzzy linear automata/D. V. Speransky//Izv. Sarat. un-ta. New ser. Ser.: Mathematics. Mechanics. Informatics.-2019.-No. 19(2), pp. 233–240.
7. Experiments with non-stationary bilinear automata /D. V. Speransky // Automation and telemechanics. - 2015. - No. 9. – P.161–174.
8. Properties of systems of defining relations for automata /I. S. Grunsky, A. S. Senchenko // Discrete Mathematics.-2004.-No. 16(4). -WITH. 79–87.
9. Control of deterministic graphs / S.V. Sapunov // Proceedings of IPMM NASU.-2003. t. 8. P. 106−110.
10. About one algorithmic model of relativity/ A.N. Kurgansky// Problems of artificial intelligence. 2018. No. 4(11). P. 16-27.
11. On the directed movement of a group of automata without a compass on a one-dimensional integer lattice / A. N. Kurgansky, S. V. Sapunov // Izv. Sarat. un-ta. New ser. Ser.: Mathematics. Mechanics. Informatics. 2016. No. 16(3). pp. 356–365
12. Experiments in the class of implementations of non-deterministic automata/I.I. Maksimenko//Reports of the National Academy of Sciences of Ukraine. 1999. No. 7. P.95–99.
13. Maksimenko I.I. On experiments with automata in the absence of an upper bound for the number of states [Text] / I.S. Grunsky, I.I. Maksimenko//Cybernetics and systems analysis. 1999. No. 4. P. 59–71.
14. Maksimenko I.I. Experiments in finitely defined metric spaces of automata: Abstract of Ph.D. physics and mathematics sciences; 01.01.09 / SSU - Saratov, 2000. - 16 p.
15. Polyintervals and their application in modeling systems / V. I. Levin // Problems of artificial intelligence. 2016. No. 2 (3). pp. 39–47.
16. Interval equations and their solutions / V. I. Levin, E. A. Nemkova // Problems of artificial intelligence. 2017. No. 3 (6). P.12-21.
17. Maksimenko I.I. Finite representations of unstructured objects / I.I. Maksimenko // Proceedings of the Institute of Applied Mathematics and Mechanics. 2009. No. 19.-P.162—167.
18. Maksimenko I.I. Finite representations in algebraic systems / I.S. Grunsky, I.I. Maksimenko // Proceedings of the Institute of Applied Mathematics and Mechanics. 2011. No. 21.P.80-91.
19. Maksimenko I. I. Recognition in Kleene algebras on idempotent semirings / I. I. Maksimenko, V. N. Kotenko // Bulletin of the Donetsk National University. Series G: Technical Sciences. 2023. No. 3. P. 24-32.
20. Maksimenko I.I. Coalgebraic elements of the theory of experiments with automata / A.N. Kurgansky, I.I. Maksimenko // Donetsk readings 2016. Education, science and challenges of our time: Proceedings of the I International Scientific Conference (Donetsk, May 16-18, 2016) - Volume 1 .- Rostov-on-Don: Southern Federal University Publishing House, 2016. P.240-243.
21. Maksimenko I. I. Identification of algebraic objects with a standard based on the Baire metrization of the class of objects. Problems of Artificial Intelligence. 2023. No. 3 (30). P. 66–75. - EDN PSIPSO.

22. Maksimenko I. I. Algebraic and topological representability of lattices / I. I. Maksimenko. Bulletin of Donetsk National University. Series G: Technical sciences. - 2024. - No. 2. - pp. 44–50. - EDN RRMOKS.
23. Tretyakov I. A. Complexity functions for identifying and recognizing characteristic sections of experimental curves / I. A. Tretyakov, V. V. Danilov // Bulletin of Donetsk National University. Series A: Natural sciences. - 2017. - No. 2. - P. 101–107.
24. Tretyakov, I. A. Recommendations for Selecting Optimality and Equivalence Criteria for Hidden Markov Models for Automated Signal Analysis of Radio Signals / I. A. Tretyakov // Bulletin of Donetsk National University. Series G: Technical Sciences. – 2023. – No. 4. – Pp. 41-46. – EDN UWZMCR.
25. Tretyakov, I. A. Passing CAPTCHA Using Machine Learning / I. A. Tretyakov, M. V. Babicheva, K. E. Lebedev // Artificial Intelligence: Theoretical Aspects and Practical Application: Proceedings of the Donetsk International Scientific Round Table (Donetsk, May 30, 2024). – Donetsk: Federal State Budgetary Scientific Institution “Institute of Artificial Intelligence Problems”, 2024. – Pp. 254-260.
26. Ermoolenko, TV Spam Filtering Using Deep Learning Methods / TV Ermoolenko, NA Shalun // Bulletin of Donetsk National University. Series G: Technical Sciences. - 2024. - No. 4. - P. 165-174. - DOI 10.5281/zenodo.14514835. - EDN ECVVBZ.
27. Maksimenko, I. I. Identification of Generalized Mealy Automata in Terms of Baire and p-Adic Metrics / I. I. Maksimenko // Artificial Intelligence: Theoretical Aspects, Practical Application : Proceedings of the Donetsk International Scientific Roundtable, Donetsk, May 28, 2025. – Donetsk: Federal State Budgetary Scientific Institution "Institute for Artificial Intelligence Problems", 2025. – Pp. 127-132. – EDN IPDBTV.
28. Maksimenko, I. I. Representability of Classes of Mealy Automata in Terms of Baire and p-Adic Metrics / I. I. Maksimenko. Bulletin of Donetsk National University. Series G: Technical Sciences. – 2025. – No. 2. – Pp. 118-124. – EDN BMIUQR.
29. Krivoruchko, K. A. Application of Machine Learning Methods for Fake Content Detection: Architecture and Efficiency / K. A. Krivoruchko, I. I. Maksimenko // Mathematical Methods in Technology and Engineering. – 2025. – No. 7. – Pp. 82-88. – EDN UOSPTO.
30. Lyamtsev, O. V., Maksimenko, I. I. Review and Challenges of Using Deep Learning for 3D Human Pose Estimation from a Single Image / "Artificial Intelligence Problems", No. 4, 2025. -DOI: 10.24412/2413-7383-2025-4-39-49-59.

RESUME

I. I. Maksimenko

Identification of special algebras in terms of Baire and p-adic metricsof algebraic objects with a standard based on Baire metrization of a class of objects

In the field of discrete control systems, the theory of experiments with automata has been studied in considerable depth. I.S. Grunsky and his colleagues conducted a profound and fundamental study of identifiers as a basic tool in the theory of experiments with automata.

In this article, the methods and concepts of this theory are generalized to various algebraic systems, both automata-based and non-automata-based. This approach allows for the application of both the results of the theory of experiments with automata and elements of the theory of metric spaces.

Based on this approach, a number of universal mathematical models have been proposed that allow for the study of the representability of objects more complex than finite automata, using special "Baire" and p-adic metric spaces.

The central idea of the work is to draw analogies between elements of classical representation theory and the metric characteristics of classes of objects.

In future research, the author plans to use the developed approaches to analyze identification problems in artificial intelligence systems.

РЕЗЮМЕ

И. И. Максименко

Идентификация специальных алгебр в терминах бэровских и р-адических метрик

В области дискретных управляющих систем теория экспериментов с автоматами исследована достаточно глубоко. Грунский И.С. и его коллеги провели глубокое и фундаментальное изучение идентификаторов как базового инструмента теории экспериментов с автоматами.

В настоящей статье методы и концепции этой теории обобщены на различные алгебраические системы, как автоматной, так и не автоматной природы. Такой подход позволяет применять как результаты теории экспериментов с автоматами, так и элементы теории метрических пространств.

На основе данного подхода предложен ряд универсальных математических моделей, позволяющих изучать представимость более сложных объектов, чем конечные автоматы, используя специальные «бэровские» и р-адические метрические пространства.

Центральной идеей работы является проведение аналогий между элементами классической теории представлений и метрическими характеристиками классов объектов.

В будущих исследованиях автор планирует использовать разработанные подходы для анализа задач идентификации систем искусственного интеллекта.

Максименко Игорь Иванович – заведующий отделом теории управляющих систем ФГБНУ "Институт прикладной математики и механики", ул. Розы Люксембург, 74, Донецк, 283048, Россия, доцент кафедры компьютерных технологий физико-технического факультета ФГБОУ ВО «ДонГУ», ул. Университетская, 24, Донецк, 283001, Россия, телефон: +7(949) 637-27-18, email: igor.maksimenko_1967@mail.ru. *Область научных интересов*: теория автоматов, теория графов, системы искусственного интеллекта. ORCID: 0009-0006-7269-5878.

Maksimenko Igor Ivanovich – Head of the Control Systems Theory Department, Institute of Applied Mathematics and Mechanics, 74 Rozy Luksemburg St., Donetsk, 283048, Russia; Associate Professor, Department of Computer Technologies, Faculty of Physics and Engineering, DonSU, 24 Universitetskaya St., Donetsk, 283001, Russia; Phone: +7(949) 637-27-18, email: igor.maksimenko_1967@mail.ru. *Research interests*: automata theory, graph theory, artificial intelligence systems. ORCID: 0009-0006-7269-5878.

Статья поступила в редакцию 09.02.2026