

Проблемы искусственного интеллекта. 2026. N 1 (40). С. 180-189

Problems of Artificial Intelligence. 2026;1(40):180-189.

Системный анализ, управление и обработка информации, статистика

Научная статья

УДК 533.65.622+004.8

doi: 10.24412/2413-7383-2026-1-40-180-189

Д. Л. Остапущенко, В. В. Черных, М. О. Петренко, Е. Ю. Чалая
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
образования «Луганский государственный университет имени Владимира Даля»
291034, Луганская Народная Республика, город Луганск, квартал Молодежный, дом 20А

РАЗРАБОТКА ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ БЕСПИЛОТНЫМИ ЛЕТАТЕЛЬНЫМИ АППАРАТАМИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НЕЙРОСЕТЕВОГО ПРИНЦИПА МАКСИМУМА ПОНТРЯГИНА

D. L. Ostapushchenko, V. V. Chernykh, M. O. Petrenko, E. Y. Chalaya
Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education
«Lugansk Vladimir Dahl State University»
291034, Lugansk People's Republic, Lugansk, Molodezhny District, 20A

DEVELOPMENT OF INTELLIGENT CONTROL SYSTEMS FOR UNMANNED AERIAL VEHICLES USING THE PONTREGIN MAXIMUM NEURAL NETWORK PRINCIPLE

Работа посвящена вопросам создания интеллектуальных систем управления беспилотными летательными аппаратами с использованием нейросетевого принципа максимума Понтрягина. Решается задача построения нейросетевого аппроксиматора синтезирующей функции управления, обеспечивающей движение беспилотного летательного аппарата по оптимальной согласно заданным критериям траектории.

Ключевые слова: беспилотный летательный аппарат, интеллектуальные системы управления, принцип максимума Понтрягина, искусственные нейронные сети

The work is devoted to the creation of intelligent control systems for unmanned aerial vehicles using the Pontryagin maximum neural network principle. The problem of constructing a neural network approximator of a synthetic control function that ensures the movement of an unmanned aerial vehicle along an optimal trajectory according to given criteria is solved.

Keywords: unmanned aerial vehicle, intelligent control systems, Pontryagin maximum principle, artificial neural networks

Введение

Создание современных беспилотных летательных аппаратов (БПЛА) требует дальнейшего совершенствования систем управления. Наиболее актуальным в настоящее время является создание автономных систем управления, позволяющих минимизировать участие человека в процессах управления в сложных условиях [1].

В настоящее время широкое распространение при решении различных задач приобретают методы поведенческого искусственного интеллекта, относящиеся к классу алгоритмов, называемых обучением с подкреплением (*Reinforcement Learning, RL*) [2]. Подавляющее большинство алгоритмов данного класса основываются на методе динамического программирования Беллмана (*Value-based methods*) и на методе градиента стратегии (*Policy Gradient*), а также на методах, эффективно объединяющих в себе идеи обоих этих подклассов (например, метод Actor-Critic) [3-6]. Наиболее существенных результатов удастся достичь с применением нейросетевых модификаций данных методов [7]. Представляет интерес исследование вопроса построения нейросетевых модификаций принципа максимума Понтрягина, от которых следует ожидать обеспечения возможности эффективного синтеза оптимальных программ управления детерминированными объектами.

Целью работы является построение эффективной процедуры синтеза законов управления БПЛА с использованием нейросетевого принципа максимума Понтрягина в задачах разработки интеллектуальных систем управления.

Постановка задачи исследования

Положение БПЛА в пространстве в каждый момент времени $t \in [t_0, T]$ описывается вектором значений фазовых координат [8]

$$\mathbf{X}(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t))^T, \quad (1)$$

где t_0 и T соответственно моменты начала и окончания движения.

Программа управления полетом задается соответствующим набором значений управляющих параметров

$$\mathbf{U}(t) = (u_1(t), u_2(t), \dots, u_m(t))^T. \quad (2)$$

Будем считать, что каждый из управляющих параметров может принимать значение в определенном диапазоне $u_i \in [a_i, b_i]$, не зависящем от момента времени. Следовательно, область допустимых значений управляющих параметров имеет вид

$$D(\mathbf{U}) = [a_1, b_1] \times [a_2, b_2] \times \dots \times [a_m, b_m]. \quad (3)$$

При заданной программе управления $\mathbf{U}(t)$ движение БПЛА определяется дифференциальным уравнением

$$\frac{d\mathbf{X}}{dt} = \mathbf{F}(t, \mathbf{X}(t); \mathbf{U}(t)) \quad (4)$$

с начальным условием

$$\mathbf{X}(t_0) = \mathbf{X}_0. \quad (5)$$

Управление БПЛА осуществляется для обеспечения заранее поставленных целей, что можно записать в терминах минимизации функционала, значение которого зависит от траектории движения и выбранной программы управления

$$J[\mathbf{U}] = \int_{t_0}^T L(t, \mathbf{X}(t); \mathbf{U}(t)) dt + S(\mathbf{X}(T), T), \quad (6)$$

где L – функция Лагранжа, позволяющая оценить движение на всем отрезке времени $[t_0, T]$; S – функция, позволяющая оценить степень достижения цели в момент T окончания движения.

В теории оптимального управления ставится задача определения программы управления $\mathbf{U}(t)$, при которой функционал (6) принимает минимальное значение. Допустимыми считаются управления $\mathbf{U}(t)$, представляющие собой кусочно-непрерывные функции для любого $t \in [t_0, T]$ принимающие значения из $D(\mathbf{U})$.

В частных случаях отдельно можно выделить задачу Майера $L \equiv 0$ и задачу Лагранжа $S \equiv 0$, в общем случае задача минимизации функционала [6] представляет собой задачу Больца. Любая из этих задач может быть преобразована в другую путем изменения числа фазовых координат.

Методы решения задачи исследования

Важнейшим результатом теории оптимального управления является принцип максимума Понтрягина, представляющий собой необходимое условие оптимальности [9-11].

Вводя сопряженные переменные

$$\Psi(t) = (\psi_1(t), \psi_2(t), \dots, \psi_n(t))^T, \quad (7)$$

которые являются функциями времени, можно записать функцию Гамильтона

$$H(t, \mathbf{X}, \Psi; \mathbf{U}) = \Psi \cdot \mathbf{F}(t, \mathbf{X}; \mathbf{U}) - L(t, \mathbf{X}; \mathbf{U}) \quad (8)$$

Согласно принципу максимума Понтрягина для оптимальности управления $\mathbf{U}(t)$ и траектории $\mathbf{X}(t)$ необходимо существование непрерывной функции $\Psi(t) \neq \mathbf{0}$ такой, что $\mathbf{X}(t)$ и $\Psi(t)$ удовлетворяют каноническим уравнениям

$$\frac{d\mathbf{X}}{dt} = \frac{\partial H}{\partial \Psi}(t, \mathbf{X}, \Psi; \mathbf{U}), \quad \frac{d\Psi}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial \mathbf{X}}(t, \mathbf{X}, \Psi; \mathbf{U}). \quad (9)$$

Заметим, что согласно (8) для функции Гамильтона выполняется тождество

$$\frac{\partial H}{\partial \Psi} = \mathbf{F}(t, \mathbf{X}; \mathbf{U}), \quad (10)$$

т.е. $\mathbf{X}(t)$ является решением уравнения (4). В тоже время

$$\frac{\partial H}{\partial \mathbf{X}} = \left[\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{X}} \right]^T \cdot \Psi - \frac{\partial L}{\partial \mathbf{X}}. \quad (11)$$

Для каждого $t \in [t_0, T]$ значения компонент вектора управления определяется из условия

$$H(t, \mathbf{X}(t), \Psi(t); \mathbf{U}(t)) = \max_{\mathbf{U} \in D(\mathbf{U})} H(t, \mathbf{X}(t), \Psi(t); \mathbf{U}). \quad (12)$$

При этом граничными условиями на отрезке времени $[t_0, T]$ для канонических уравнений (9) служат начальное условие для фазовой траектории и условие трансверсальности:

$$\mathbf{X}(t_0) = \mathbf{X}_0, \quad \Psi(T) = -\frac{\partial S}{\partial \mathbf{X}}(\mathbf{X}(T), T), \quad (13)$$

заданные соответственно в момент начала и окончания движения.

В случае, когда время остановки движения не задано заранее, должно выполняться дополнительное условие

$$H(T, \mathbf{X}(T), \Psi(T); \mathbf{U}(T)) = \frac{\partial S}{\partial t}(\mathbf{X}(T), T). \quad (14)$$

На практике применение принципа максимума Понтрягина приводит к ряду сложностей:

1. Функция $\mathbf{F}(t, \mathbf{X}; \mathbf{U})$ реальной динамической системы может иметь достаточно сложную структуру, а ее значения могут задаваться алгоритмически. Например, в задачах расчета траектории движения БПЛА для определения действующих силовых факторов требуется выполнение трудоемкого процесса решения задачи аэродинамики [12].

2. Сложная структура функций $\mathbf{F}(t, \mathbf{X}; \mathbf{U})$ и $L(t, \mathbf{X}; \mathbf{U})$ приводит к трудностям при попытках явного или численного нахождения производных в выражении (11).

3. Решение канонических уравнений (9) с граничными условиями (13) может представлять собой нетривиальную задачу, требующую значительного числа вычислительных ресурсов;

4. Нахождение $U(t)$ из условия (12) требует решения трудоемкой оптимизационной задачи.

В предположении однозначной разрешимости задачи (12) ее решение может быть представлено в виде синтезирующей функции

$$U(t) = G(t, X(t), \Psi(t)) = \arg \max_{U \in D(U)} H(t, X(t), \Psi(t); U). \quad (15)$$

С введением синтезирующей функции канонические уравнения будут иметь следующую структуру

$$\frac{dX}{dt} = F(t, X, \Psi; G(t, X, \Psi)), \quad \frac{d\Psi}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial X}(t, X, \Psi; G(t, X, \Psi)). \quad (16)$$

При постановке краевой задачи в форме метода стрельб граничные условия могут быть заменены начальными условиями

$$X(t_0) = X_0, \Psi(t_0) = \Psi_0. \quad (17)$$

а условие трансверсальности переписано в оптимизационной постановке

$$\left\| \Psi(T) + \frac{\partial S}{\partial X}(X(T), T) \right\|_2^2 \rightarrow \min_{\psi_0}. \quad (18)$$

При нейросетевой постановке участвующие в вычислениях функции приближенно заменяются своими нейросетевыми аналогами. Так правая часть уравнения (4) приближенно представляется в виде

$$F(t, X; U) \approx F_{ANN}(t, X; U; W_F), \quad (19)$$

где W_F – набор значений весовых коэффициентов. Нейронная сеть (19) должна быть предварительно предобучена и отвалидирована на основании точной модели динамики на этапе выполнения пробных полетов, например, в ручном режиме.

С использованием (19) можно записать нейросетевую аппроксимацию функции Гамильтона

$$H(t, X, \Psi; U) \approx H_{ANN}(t, X, \Psi; U) = \Psi \cdot F_{ANN}(t, X; U) - L(t, X; U). \quad (20)$$

Трудоемкая для вычисления при использовании точной модели матрица Якоби заменяется в формуле (11) на матрицу Якоби полученного нейросетевого аппроксиматора

$$\frac{\partial H}{\partial X} \approx \left[\frac{\partial F_{ANN}}{\partial X} \right]^T \cdot \Psi - \frac{\partial L}{\partial X}. \quad (21)$$

С использованием нейросетевой аппроксимации также приближенно вычисляется

$$\frac{\partial H}{\partial U} \approx \left[\frac{\partial F_{ANN}}{\partial U} \right]^T \cdot \Psi - \frac{\partial L}{\partial U}. \quad (22)$$

Синтезирующая функция ищется в виде нейросетевой аппроксимации

$$G(t, X, \Psi) \approx G_{ANN}(t, X, \Psi; W_G) \quad (23)$$

с набором весовых коэффициентов W_G .

В качестве функции потерь для нейронной сети (23) можно выбрать взятую с противоположным знаком нейросетевую аппроксимацию функции Гамильтона

$$\Lambda(U) = -H_{ANN}(t, X, \Psi; U) \rightarrow \min, \quad (24)$$

тогда ошибка E на выходном слое представляется в виде

$$E = \frac{\partial \Lambda}{\partial U} = -\frac{\partial H_{ANN}}{\partial U}, \quad (25)$$

и вычисляется на основании формулы (22).

Теперь значения весов нейросети (23), исходя из условия минимизации функции потерь (24), могут корректироваться согласно методу обратного распространения ошибки со скоростью обучения λ на основании формул

$$\frac{\partial \Lambda}{\partial W_G} = \frac{\partial U}{\partial W_G} \frac{\partial \Lambda}{\partial U} = \frac{\partial U}{\partial W_G} E, \quad W_G \leftarrow W_G - \lambda \frac{\partial U}{\partial W_G} E. \quad (26)$$

Следует обратить внимание на то, что в ходе данной процедуры нейронная сеть (23) учится максимизировать нейросетевую аппроксимацию функции Гамильтона по \mathbf{U} для фиксированных значений t , \mathbf{X} и Ψ , что представляет собой ключевую идею нейросетевого принципа максимума Понтрягина.

При этом, в отличие от того, как это было бы при решении классической вариационной задачи, при использовании принципа максимума Понтрягина необходимо принять дополнительные меры для того, чтоб значения управляющих параметров оставались в области допустимых значений $D(\mathbf{U})$. Это можно обеспечить, в том числе, путем выбора подходящих функций активации выходного слоя нейросети (23). В качестве одного из примеров при ограничениях (3) функция активации может быть выбрана в виде

$$U_i = \sigma_i(Y_i) = \begin{cases} a_i, & Y_i < -1; \\ \frac{b_i - a_i}{2}(Y_i + 1) + a_i, & -1 \leq Y_i \leq 1; \\ b_i, & Y_i > 1, \end{cases} \quad (27)$$

где Y_i – значения на выходном слое нейронной сети до применения функции активации, $i = \overline{1, m}$. Во втором примере функция активации

$$U_i = \sigma_i(Y_i) = \frac{b_i - a_i}{2}(th Y_i + 1) + a_i \quad (28)$$

имеет непрерывные по Y_i производные.

При практическом решении задачи отрезок времени $[t_0, T]$ разбивается на N равных отрезков с шагом $\Delta t = (T - t_0)/N$, $t_k = t_0 + k \Delta t$, $k = \overline{0, N}$. Выбираются начальные значения параметров \mathbf{W}_G нейронной сети (23). Выбирается начальное приближение $\Psi_{0,0}$, а также еще $2n$ точек $\Psi_{r,0}$, отстающих от $\Psi_{0,0}$ вдоль каждой из осей в положительную и отрицательную сторону на равные расстояния $\Delta\psi$. К задаче Коши (15) с соответствующими начальными условиями $2n + 1$ раз применяется численный метод (для простоты можно говорить о методе Эйлера), что позволяет получить временные ряды

$$\begin{pmatrix} t_0 \\ \mathbf{X}_0 \\ \Psi_{r,0} \\ \mathbf{U}_{r,0} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} t_1 \\ \mathbf{X}_{r,1} \\ \Psi_{r,1} \\ \mathbf{U}_{r,1} \end{pmatrix}, \dots, \begin{pmatrix} t_k \\ \mathbf{X}_{r,k} \\ \Psi_{r,k} \\ \mathbf{U}_{r,k} \end{pmatrix}, \dots, \begin{pmatrix} t_N = T \\ \mathbf{X}_{r,N} \\ \Psi_{r,N} \\ \mathbf{U}_{r,N} \end{pmatrix}, r = \overline{0, 2n}. \quad (29)$$

Рандомизированные подвыборки элементов из временных рядов (29) используются как обучающие выборки для нейросети (23) при ее обучении с использованием процедуры (26).

Для каждого из $2n + 1$ начальных условий для функции $\Psi(t)$ на основании формулы (18) вычисляется оценка расстояния до граничного условия в момент времени T

$$\rho_r = \left\| \Psi_{r,N} + \frac{\partial S}{\partial \mathbf{X}}(\mathbf{X}_{r,N}, T) \right\|_2^2, \quad (30)$$

что позволяет с использованием центральных разностных схем осуществить приближенное вычисление первых и вторых частных производных

$$g_i = \frac{\partial \rho}{\partial \psi_i} \approx \frac{\rho|\psi_i + \Delta\psi - \rho|\psi_i - \Delta\psi}{2\Delta\psi} \text{ и} \quad (31)$$

$$h_i = \frac{\partial^2 \rho}{\partial \psi_i^2} \approx \frac{\rho|\psi_i + \Delta\psi + 2\rho|\psi_i - \rho|\psi_i - \Delta\psi}{\Delta\psi^2}, i = \overline{1, n}.$$

Компоненты вектора начальных приближений $\Psi_{0,0}$ корректируются для использования в следующем туре вычислений с применением диагонального метода Ньютона с регуляризацией

$$\psi_i \leftarrow \psi_i - \mu \frac{g_i}{h_i + \varepsilon}, \quad (32)$$

где μ и ε – параметры, введение которых обеспечивает устойчивость вычислительного процесса.

Описанная процедура повторяется необходимое число раз до получения приемлемого результата для дальнейшего использования субоптимального решения.

Полученные результаты исследования

Результатом вычислений является обученная нейросетевая аппроксимация синтезирующей функции (23). В ходе вычислительного процесса используется предварительно обученная нейросетевая аппроксимация правой части уравнения динамики (4), позволяющая осуществлять быстрое приближенное прогнозирование траектории БПЛА численными методами. Использование данных нейросетевых аппроксиматоров совместно с расширенным фильтром Калмана (ЕКФ) или сигма-точечным фильтром (UKF) составляет алгоритмическую основу для выполнения сложного маневрирования БПЛА с интеллектуальными системами управления.

Заключение

В настоящей работе получили дальнейшее развитие методы синтеза интеллектуальных управляющих программ БПЛА за счет построения эффективной процедуры синтеза законов управления с использованием нейросетевого принципа максимума Понтрягина.

1. Построена эффективная процедура синтеза законов управления с использованием нейросетевого принципа максимума Понтрягина в задачах создания интеллектуальных систем управления БПЛА;

2. На внутреннем цикле численного алгоритма прогнозирования фазовой траектории БПЛА используется нейросетевая аппроксимация правой части уравнения динамики, что также позволяет снизить вычислительные затраты на определение значений функции Гамильтона и ее производных;

3. Результатом применения построенной процедуры вычислений является обученная нейросетевая аппроксимация синтезирующей функции, являющейся основой создания управляющего элемента БПЛА;

4. Полученные нейросетевые аппроксиматоры предназначены для совместного использования с алгоритмами калмоновской фильтрации при планировании сложных маневров БПЛА с интеллектуальными системами управления.

Список литературы

1. Остапущенко Д.Л. Исследование принципов и разработка средств обеспечения автономного полета беспилотных воздушных судов с использованием методов искусственного интеллекта // Искусственный интеллект: теоретические аспекты, практическое применение: материалы Донецкого международного научного круглого стола. Донецк: ФГБНУ «ИПИИ», 2024. С. 167-171.
2. Саттон Р.С. Обучение с подкреплением / Р.С. Саттон, Э.Г. Барто: пер. с англ. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2017. 399 с.
3. Лапань М. Глубокое обучение с подкреплением. AlphaGo и другие технологии. СПб.: Питер, 2020. 496 с.
4. Уиндер Ф. Обучение с подкреплением для реальных задач: пер. с англ. СПб.: БХВ-Петербург, 2023. 400 с.

5. Моралес М. Грокаем Глубокое обучение с подкреплением. М. Моралес. СПб.: Питер, 2023. 464с.
6. Алфимцев А.Н. Мультиагентное обучение с подкреплением. М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2021. 222 с.
7. Silver D., Huang A., Maddison C.J., Guez A., Sifre L., van den Driessche G., Schrittwieser J., Antonoglou I., Panneershelvam V., Lanctot M., Dieleman S., Grewe D., Nham J., Kalchbrenner N., Sutskever I., Lillicrap T., Leach M., Kavukcuoglu K., Graepel T. & Hassabis D. Mastering the game of Go with deep neural networks and tree search // Nature. 2016. 28 January (vol. 529, iss. 7587). P. 484-489.
8. Остапущенко Д.Л. Численное решение динамических уравнений движения летательного аппарата в задачах разработки интеллектуальных систем управления полетом / Д.Л. Остапущенко, А.Э. Воронов, М.О. Петренко, В.В. Черных // Вестник Луганского государственного университета имени Владимира Даля. 2024. № 8(86). С. 35-42.
9. Понтрягин Л.С. Математическая теория оптимальных процессов / Л.С. Понтрягин, В.Г. Болтянский, Р.В. Гамкрелидзе, Е.Ф. Мищенко. М.: Наука, 1976. 392 с.
10. Болтянский В.Г. Математические методы оптимального управления. М: Наука, 1968. 408 с.
11. Афанасьев В.Н. Математическая теория конструирования систем управления / В.Н. Афанасьев. – М: Высш. шк., 1989. – 447 с.
12. Остапущенко Д.Л. Численное решение задачи аэродинамики при моделировании полета беспилотных летательных аппаратов с интеллектуальными системами управления / Д.Л. Остапущенко, А.Э. Воронов, В.В. Черных, М.О. Петренко // Проблемы искусственного интеллекта. 2025. № 4(39).
13. Остапущенко Д.Л. Численное решение задачи аэробаллистики при компьютерном моделировании динамики полета беспилотных летательных аппаратов с интеллектуальными системами управления / Д.Л. Остапущенко, А.Э. Воронов, М.О. Петренко В.В. Черных // Актуальные вопросы механики текущих сред: сборник тезисов докладов VIII научно-технической конференции 9-14 декабря 2024г. – Луганск: Изд-во ЛГУ им. В. Даля, 2024. С. 27-28.
14. Сугак Д. В., Принцип максимума Понтрягина в задаче оптимального управления уравнением теплопроводности при наличии смешанных ограничений. МНИЖ. 2023. № 2 (128). URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/printsip-maksimuma-pontryagina-v-zadache-optimalnogo-upravleniya-uravneniem-teploprovodnosti-pri-nalichii-smeshannyh-ogranicheniy> (дата обращения: 06.02.2026).
15. Царькова Е. Г., Математическая модель искусственной нейронной сети для управления робототехническим комплексом в экстремальных условиях // ИВД. 2022. №11 (95). URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/matematiceskaya-model-iskusstvennoy-neyronnoy-seti-dlya-upravleniya-robototekhnicheskim-kompleksom-v-ekstremalnyh-usloviyah> (дата обращения: 06.02.2026).
16. Норинская И. В., Имитационное моделирование рулевого привода в составе адаптивной системы стабилизации беспилотного летательного аппарата / И. В. Норинская, А. А. Спирин, А. А. Шабашов Известия ТулГУ. Технические науки. 2021. №10. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/imitatsionnoe-modelirovanie-rulevogo-privoda-v-sostave-adaptivnoy-sistemy-stabilizatsii-bespilotnogo-letatel'nogo-apparata> (дата обращения: 06.02.2026).
17. Старицын М. В. Принцип максимума Понтрягина и непрямой метод спуска в задаче оптимального импульсного управления нелокальным уравнением переноса / М. В. Старицын, Н. И. Погодаев, Е. В. Гончарова // Известия Иркутского государственного университета. Серия: Математика. 2023. №. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/printsip-maksimuma-pontryagina-i-nepriamoy-metod-spuska-v-zadache-optimalnogo-impulsnogo-upravleniya-nelokalnym-uravneniem-perenosa> (дата обращения: 06.02.2026).
18. Феофилов Д. С., Применение нейроимитаторов в задаче отыскания квазиоптимального управления нелинейным объектом // Известия ТулГУ. Технические науки. 2025. №1. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/primenenie-neuroimitatorov-v-zadache-otyskaniya-kvazioptimalnogo-upravleniya-nelineynym-obektom> (дата обращения: 06.02.2026).
19. Паинг Сое Ту У., Оптимизация схемы выведения геостационарного космического аппарата с электроракетной двигательной установкой с использованием ракеты-носителя FALCON-9 // Космические аппараты и технологии. 2023. №1. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/optimizatsiya-shemy-vyvedeniya-geostatsionarnogo-kosmicheskogo-apparata-s-elektro-raketnoy-dvigatel'noy-ustanovkoj-s-ispolzovaniem> (дата обращения: 06.02.2026).
20. Охотников А.Л., Интегрированная интеллектуальная система управления беспилотным транспортом // Известия ЮФУ. Технические науки. 2025. №1 (243). URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/integrirovannaya-intellektual'naya-sistema-upravleniya-bespilotnym-transportom> (дата обращения: 06.02.2026).
21. Иванец В. М., Особенности управления беспилотными летательными аппаратами в составе беспилотной интеллектуальной авиационной системы на основе технологий искусственного интеллекта / В. М. Иванец, В. Н. Лукьянчик, В. Н. Мельник // Военная мысль. 2022. №9. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/osobennosti-upravleniya-bespilotnymi-letatel'nymi-apparatami-v-sostave-bespilotnoy-intellektual'noy-aviatsionnoy-sistemy-na-osnove> (дата обращения: 06.02.2026).

References

1. Ostapushchenko D.L. Research of principles and development of means to ensure autonomous flight of unmanned aerial vehicles using artificial intelligence methods / D.L. Ostapushchenko // *Artificial Intelligence: Theoretical Aspects, Practical Application: Proceedings of the Donetsk International Scientific Round Table*. – Donetsk: FGBNU "IPII", 2024. – Pp. 167-171.
2. Sutton R.S. Reinforcement Learning / R.S. Sutton, E.G. Barto: trans. from English. – Moscow: BINOM. Knowledge Laboratory, 2017. – 399 p.
3. Lapan' M. Deep Reinforcement Learning. AlphaGo and Other Technologies / M. Lapan'. – St. Petersburg: Piter, 2020. – 496 p.
4. Winder F. Reinforcement Learning for Real-World Problems /F. Winder: trans. from English. – St. Petersburg: BHV-Petersburg, 2023. – 400 p.
5. Morales M. Grokaem Deep Reinforcement Learning / M. Morales. – St. Petersburg: Piter, 2023. – 464 p.
6. Alfimtsev A.N. Multi-Agent Reinforcement Learning / A.N. Alfimtsev. – Moscow: Bauman Moscow State Technical University Publishing House, 2021. – 222 p.
7. Silver D., Huang A., Maddison C.J., Guez A., Sifre L., van den Driessche G., Schrittwieser J., Antonoglou I., Panneershelvam V., Lanctot M., Dieleman S., Grewe D., Nham J., Kalchbrenner N., Sutskever I., Lillicrap T., Leach M., Kavukcuoglu K., Graepel T. & Hassabis D. Mastering the game of Go with deep neural networks and tree search // *Nature*. – 2016. – 28 January (vol. 529, iss. 7587). – P. 484-489.
8. Ostapushchenko D.L. Numerical solution of dynamic equations of aircraft motion in problems of developing intelligent flight control systems / D.L. Ostapushchenko, A.E. Voronov, M.O. Petrenko, V.V. Chernykh // *Bulletin of Vladimir Dahl Lugansk State University*. – 2024. – No. 8 (86). – P. 35-42.
9. Pontryagin L.S. Mathematical theory of optimal processes / L.S. Pontryagin, V.G. Boltyansky, R.V. Gamkrelidze, E.F. Mishchenko. – Moscow: Nauka, 1976. – 392 p.
10. Boltyansky V.G. Mathematical methods of optimal control / V.G. Boltyansky. – Moscow: Nauka, 1968. – 408 p.
11. Afanasyev V.N. Mathematical theory of control systems design / V.N. Afanasyev. – Moscow: Higher. school, 1989. – 447 p.
12. Ostapushchenko D.L. Numerical solution of the aerodynamics problem in modeling the flight of unmanned aerial vehicles with intelligent control systems / D.L. Ostapushchenko, A.E. Voronov, V.V. Chernykh, M.O. Petrenko // *Problems of Artificial Intelligence*. – 2025. – No. 4 (39).
13. Ostapushchenko D.L. Numerical solution of the aeroballistics problem in computer modeling of the flight dynamics of unmanned aerial vehicles with intelligent control systems / D.L. Ostapushchenko, A.E. Voronov, M.O. Petrenko V.V. Chernykh // *Actual issues of fluid mechanics: collection of abstracts of reports of the VIII scientific and technical conference, December 9 - 14, 2024 - Lugansk: Publishing house of Leningrad State University named after V. Dahl, 2024*. – P. 27-28.
14. Sugak D. V., Pontryagin's Maximum Principle in the Optimal Control Problem for the Heat Conduction Equation under Mixed Constraints / D. V. Sugak - MNIZH. 2023. No. 2 (128). URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/printsip-maksimuma-pontryagina-v-zadache-optimalnogo-upravleniya-uravneniem-teploprovodnosti-pri-nalichii-smeshannyh-ogranicheniy> (date of access: 06.02.2026).
15. Tsarkova E. G., Mathematical Model of an Artificial Neural Network for Controlling a Robotic Complex under Extreme Conditions / E. G. Tsarkova - IVD. 2022. No. 11 (95). URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/matematiceskaya-model-iskusstvennoy-neyronnoy-seti-dlya-upravleniya-robototekhnicheskim-kompleksom-v-ekstremalnyh-usloviyah> (Accessed: 06.02.2026).
16. Norinskaya I. V., Simulation modeling of a steering drive as part of an adaptive stabilization system of an unmanned aerial vehicle / I. V. Norinskaya, A. A. Spirin, A. A. Shabashov - Bulletin of Tula State University. Technical Sciences. 2021. No. 10. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/imitatsionnoe-modelirovanie-rulevogo-privoda-v-sostave-adaptivnoy-sistemy-stabilizatsii-bespilotnogo-letatel'nogo-apparata> (Accessed: 06.02.2026).
17. Staritsyn, M. V., Pontryagin's Maximum Principle and an Indirect Descent Method in the Optimal Impulse Control Problem for a Nonlocal Transport Equation / M. V. Staritsyn, N. I. Pogodaev, E. V. Goncharova - Bulletin of Irkutsk State University. Series: Mathematics. 2023. No. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/printsip-maksimuma-pontryagina-i-nepryamoy-metod-spuska-v-zadache-optimalnogo-impulsnogo-upravleniya-nelokalnym-uravneniem-perenosa> (accessed: 06.02.2026).
18. Feofilov D.S., Application of Neurosimulators in the Problem of Finding Quasi-Optimal Control of a Nonlinear Object / D.S. Feofilov – Tula State University Bulletin. Technical Sciences. 2025. No. 1. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/primenenie-neyroimitatorov-v-zadache-otyskaniya-kvazioptimalnogo-upravleniya-nelineynym-obektom> (Accessed: 06.02.2026).
19. Paing Soe Tu W., Optimization of the Geostationary Spacecraft Launch Scheme with an Electric Propulsion System Using the FALCON-9 Launch Vehicle / Paing Soe Tu W. – *Spacecraft and Technologies*. 2023. No.1. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/optimizatsiya-shemy-vyvedeniya-geostatsionarnogo-kosmicheskogo-apparata-s-elektroraketnoy-dvigatelnoy-ustanovkoy-s-ispolzovaniem> (date of access: 06.02.2026).
20. Okhotnikov A. L., Integrated intelligent control system for unmanned transport / A. L. Okhotnikov - Bulletin of SFedU. Technical sciences. 2025. No. 1 (243). URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/integrirrovannaya-intellektualnaya-sistema-upravleniya-bespilotnym-transportom> (date of access: 06.02.2026).
21. Ivanets V. M., Features of Control of Unmanned Aerial Vehicles as Part of an Unmanned Intelligent Aviation System Based on Artificial Intelligence Technologies / V. M. Ivanets, V. N. Lukyanchik, V. N. Melnik - *Military Thought*. 2022. No. 9. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/osobennosti-upravleniya-bespilotnymi-letatel'nymi-apparatami-v-sostave-bespilotnoy-intellektualnoy-aviatsionnoy-sistemy-na-osnove> (date of access: 06.02.2026).

RESUME

*D. L. Ostapushchenko, V. V. Chernykh, M. O. Petrenko, E. Y. Chalaya
Development of intelligent control systems for unmanned aerial vehicles using the
Pontryagin neural network maximum principle*

The development of modern unmanned aerial vehicles (UAVs) requires improved autonomous control systems capable of operating in challenging conditions with minimal human intervention. UAV trajectories must meet quality and optimality criteria, necessitating the use of machine learning and artificial intelligence.

The research problem is formulated as a functional minimization problem (the Bolza problem) that determines the trajectory of motion through differential equations of dynamics. The method is based on the Pontryagin maximum principle, which utilizes the Hamiltonian function and adjoint variables.

To implement the neural network approach, the right-hand side of the dynamics equation, the Hamiltonian function, and the synthesizing control function are replaced by their neural network approximators. The neural network is trained using backpropagation to maximize the approximation of the Hamiltonian function. The developed procedure for synthesizing control laws based on Pontryagin's neural network maximum principle makes a significant contribution to the development of methods for creating intelligent control programs. The resulting neural network approximators are designed for use with extended or sigma-point Kalman filters (EKF/UKF), providing the algorithmic basis for performing complex maneuvers in UAVs.

РЕЗЮМЕ

*Д. Л. Остапущенко, В. В. Черных, М. О. Петренко, Е. Ю. Чалая
Разработка интеллектуальных систем управления беспилотными
летательными аппаратами с использованием нейросетевого принципа
максимума Понтрягина*

Создание современных беспилотных летательных аппаратов (БПЛА) требует совершенствования автономных систем управления, способных работать в сложных условиях с минимальным участием человека. Траектории движения БПЛА должны удовлетворять критериям качества и оптимальности, что делает актуальным применение методов машинного обучения и искусственного интеллекта.

Задача исследования сформулирована как задача минимизации функционала (задача Больца), определяющего траекторию движения через дифференциальные уравнения динамики. В основу метода положен принцип максимума Понтрягина, использующий функцию Гамильтона и сопряженные переменные.

Для реализации нейросетевого подхода правая часть уравнения динамики, функция Гамильтона и синтезирующая функция управления заменяются их нейросетевыми аппроксиматорами. Обучение нейросети управления осуществляется методом обратного распространения ошибки с целью максимизации аппроксимации функции Гамильтона.

Разработанная процедура синтеза законов управления на основе нейросетевого принципа максимума Понтрягина вносит достаточный вклад в развитие методов создания интеллектуальных управляющих программ. Полученные нейросетевые аппроксиматоры предназначены для совместного использования с расширенным или сигма-точечным фильтрами Калмана (EKF/UKF), что составляет алгоритмическую базу для выполнения БПЛА сложных маневров.

Остапушенко Дмитрий Леонидович – кандидат технических наук, доцент кафедры прикладной математики, заведующий МНИЛ «Лаборатория интеллектуальных систем управления», ФГБОУ ВО «Луганский государственный университет имени Владимира Даля», 291034, г. Луганск, квартал Молодежный, дом 20А, телефон +7(959)560-35-93, ostapuschenko_dmitriy@mail.ru. *Область научных интересов:* математическое моделирование, неразрушающий контроль, численные методы решения задач электродинамики и аэродинамики, эвристические и мультиагентные алгоритмы, поведенческий искусственный интеллект и обучение с подкреплением

Черных Виктория Валерьевна – кандидат технических наук, доцент кафедры информационных и управляющих систем, ведущий научный сотрудник МНИЛ «Лаборатория интеллектуальных систем управления», ФГБОУ ВО «Луганский государственный университет имени Владимира Даля», 291034, г. Луганск, квартал Молодежный, дом 20А, телефон +7(959)138-33-19, viktoria.chernykh@mail.ru. *Область научных интересов:* искусственный интеллект, информационные системы и технологии в различных сферах деятельности, интеллектуальные системы машинного обучения

Петренко Максим Олегович – младший научный сотрудник МНИЛ «Лаборатория интеллектуальных систем управления», ФГБОУ ВО «Луганский государственный университет имени Владимира Даля», 291034, г. Луганск, квартал Молодежный, дом 20А, телефон +7(959)130-31-47, max_petrenko_2002@mail.ru. *Область научных интересов:* бортовые системы беспилотных летательных аппаратов, искусственные нейронные сети, системы визуальной и инерциальной навигации

Чалая Елена Юрьевна – кандидат технических наук, доцент кафедры прикладной математики, ФГБОУ ВО «Луганский государственный университет имени Владимира Даля», 291034, г. Луганск, квартал Молодежный, дом 20А, телефон +7(959)155-80-46, elena_chalaya@mail.ru. *Область научных интересов:* математическое моделирование сложных технических систем

Ostapushchenko Dmitry Leonidovich – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Applied Mathematics, Head of the YSRL "Laboratory of Intelligent Control Systems," FSBEI HE "Vladimir Dahl Lugansk State University," 291034, Lugansk, Molodezhny District, 20A, phone +7(959)560-35-93, ostapuschenko_dmitriy@mail.ru. Research interests: mathematical modeling, non-destructive testing, numerical methods for solving problems of electrodynamics and aerodynamics, heuristic and multi-agent algorithms, behavioral artificial intelligence and reinforcement learning

Chernykh Viktoria Valerievna – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Information and Control Systems, Leading Researcher of the YSRL "Laboratory of Intelligent Control Systems," FSBEI HE "Vladimir Dahl Lugansk State University," 291034, Lugansk, Molodezhny District, 20A, phone +7(959)138-33-19, viktoria.chernykh@mail.ru. Research interests: artificial intelligence, information systems and technologies in various fields of activity, intelligent machine learning systems

Petrenko Maxim Olegovich – Junior Researcher of the YSRL "Laboratory of Intelligent Control Systems," FSBEI HE "Vladimir Dahl Lugansk State University" 291034, Lugansk, Molodezhny District, 20A, phone +7(959)130-31-47, max_petrenko_2002@mail.ru. Research interests: on-board systems of unmanned aerial vehicles, artificial neural networks, visual and inertial navigation systems

Chalaya Elena Yuryevna – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Applied Mathematics, FSBEI HE "Vladimir Dahl Lugansk State University" 291034, Lugansk, Molodezhny District, 20A, phone +7(959)155-80-46, elena_chalaya@mail.ru. Research interests: mathematical modeling of complex technical systems

Статья поступила в редакцию 10.12.2025